В.П. Кузнецов, А.П. Кузнецов

ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПРИ ДИСКРЕТНОМ УПРАВЛЕНИИ

Исследование динамических и статических характеристик электродвигателя при дискретном способе управления (сигнал управления может быть с амплитудно-импульсной (АИМ), частотно-импульсной (ЧИМ) или широтно-импульсной (ШИМ) модуляцией) представляет значительный интерес, особенно при анализе динамики дискретных электроприводов.

Уравнение динамики процессов в электродвигателе постоянного тока при якорном управлении и при пренебрежении электромагнитной постоянной времени имеет вид [1]

$$T_1\dot{\Omega}(t) + \Omega(t) = K_U U(t) - K_M M(t), \tag{1}$$

где T_1 —электромеханическая постоянная времени; $\Omega(t)$ — угловая скорость; $U(t)$ — напряжение управления; $M(t)$ — момент нагрузки; K_U, K_M— соответственно статические коэффициенты передачи по напряжению и моменту.

Сигнал $U(t)$ при дискретном способе управления в наиболее общем случае (рис. 1) имеет вид последовательности прямоугольных импульсов с АИМ—ШИМ—ЧИМ (τ_n, h_n— ширина и высота n-го импульса в n-ом периоде T_n; $T' = \sum_{i=0}^{n-1} T_i$ — момент появления n-го импульса).

Нелинейная динамическая модель электродвигателя. В случае дискретного управления электродвигателем динамику процессов в нем удобно описывать разностными уравнениями. Для их вывода используем уравнение (1) и рис. 1. Обозначим в момент T' поступления n-го импульса сигнала $U(t)$ значения $\Omega(t)$ и $M(t)$ через Ω_n и M_n, а в момент поступления ($n+1$)-го импульса — через Ω_{n+1} и M_{n+1}. Найдем закон изменения скорости $\Omega(t)$ на интервале действия n-го импульса и на интервале паузы

$$\Omega(t) = \Omega_n e^{-\frac{t-T'}{T_1}} + K_U h_n\left(1-e^{-\frac{t-T'}{T_1}}\right) - \frac{K_M}{T_1}\int_{T'}^{t} e^{-\frac{t-U}{T_1}} \times$$

$$\times M(u)du, \quad t\in[T', T'+\tau_n], \tag{2}$$

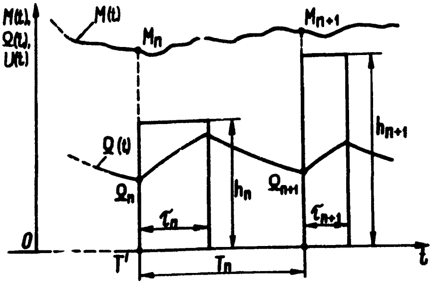

Рис. 1. Временные диаграммы.

$$\Omega(t)=\Omega_n e^{-\frac{t-T'}{T_1}} + K_U h_n\left(e^{\frac{\tau_n}{T_1}}-1\right) e^{-\frac{t-T'}{T_1}} - \frac{K_M}{T_1}\int_{T'}^{t} e^{-\frac{t-U}{T_1}} M(u)du, \quad t\in\left[T'+\tau_n, T'+T_n\right]. \qquad (3)$$

Полагая в уравнении (3) $t=T'+T_n$ с учетом $\Omega[T'+T_n]=$ $=\Omega_{n+1}$, получим

$$\Omega_{n+1}=\Omega_n e^{-\frac{T_n}{T_1}} + K_u h_n\left(e^{\frac{\tau_n}{T_1}}-1\right) e^{-\frac{T_n}{T_1}} - \frac{K_M}{T_1}\int_{T'}^{T'+T_n} e^{-\frac{T'+T_n-u}{T_1}} M(u)du. \qquad (4)$$

Нелинейное разностное уравнение (4) связывает значение скорости, управляющего сигнала и момента нагрузки в дискретные моменты времени. Уравнение (4) можно упростить, если полагать момент нагрузки мало изменяющимся за время n -го интервала регулирования T_n. Тогда можно приближенно считать $M(t)=M(T')=M_n$ при $t\in[T', T'+T_n]$ и выражение (4) приобретает вид

$$\Omega_{n+1}=\Omega_n e^{-\frac{T_n}{T_1}} + K_U h_n\left(e^{\frac{\tau_n}{T_1}}-1\right) e^{-\frac{T_n}{T_1}} - K_M M_n\left(1-e^{-\frac{T_n}{T_1}}\right). \qquad (5)$$

Из выражения (5) следует, что при АИМ приходим к линейной динамической модели электропривода (разностное уравнение линейно относительно Ω_n и h_n), а при ШИМ и ЧИМ — к нелинейной. Динамические характеристики двигателя при импульсном управлении характеризуются коэффициентом $\exp \times \times \left\{-\frac{T_n}{T_1}\right\}$ при координате Ω_n в уравнении (5). При АИМ и ШИМ этот коэффициент постоянен. При ЧИМ одновременно с изменением управляемого параметра T_n изменяется и коэффициент $\exp\left\{-\frac{T_n}{T_1}\right\}$, что и приводит к изменению динамических параметров регулирования: времени переходного процесса, колебательности, запаса устойчивости и т.д.

Статические характеристики электродвигателя. Найдем статические регулировочные характеристики двигателя при различных способах управления. В установившемся режиме $\Omega_n = \Omega^*$, $h_n = h^*$, $\tau_n = \tau^*$, $T_n = T^*$, $M_n = M^*$, Ω^*, h^*, τ^*, T^*, $M^* = \mathrm{const}$.

Тогда из (5), учитывая, что $\Omega_{n+1} = \Omega_n = \Omega^*$, найдем

$$\Omega^* = \frac{K_U h^* \left[\exp\left(\frac{\tau^*}{T_1}\right) - 1\right]}{\exp\left(\frac{T^*}{T_1}\right) - 1} - K_M M^*. \qquad (6)$$

Регулировочные характеристики являются линейными только при АИМ. При ЧИМ и ШИМ регулировочные характеристики нелинейны. Нагрузочная характеристика $\Omega^* = f(M^*)$ является линейной при любых способах управления. На рис. 2,3,4 приведены регулировочные характеристики для трех видов управ-

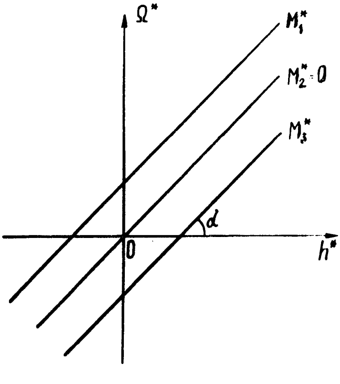

Рис. 2. Регулировочные характеристики $\Omega^* = f(h^*)$ при АИМ.

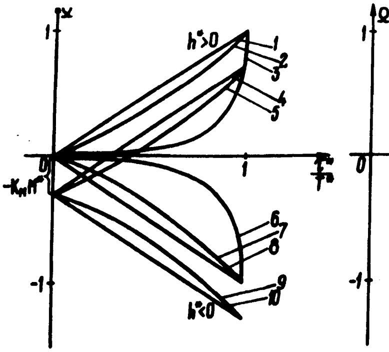

Рис. 3. Регулировочные характеристики $\Omega^* = f(\tau^*)$ при ШИМ ($K_U h^* = 1$):
1,2,3,6,7,8—$M^* = 0$; 4,5,9, 10—$M^* \neq 0$; 1,4,8,10 — $T^*/T_1 = 0,1$; 2,5,7,9— $T^*/T_1 = 1$; 3,6—$T^*/T_1 = 10$.

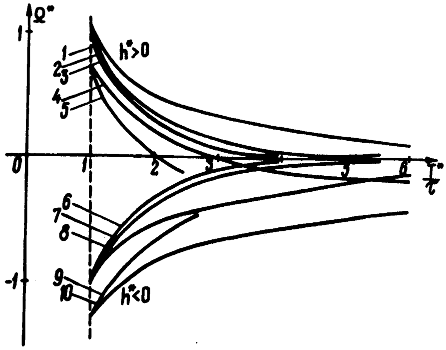

Рис. 4. Регулировочные характеристики $\Omega^* = f(T^*)$ при ЧИМ ($K_U h^* = 1$)
1,2,3,6,7,8—$M^* = 0$; 4,5,9,10—$M^* \neq 0$; 1,4,8,10 — $\tau^*/T_1 = 0,1$; 2,7—$\tau^*/T_1 = 0,5$; 3,5,6,9—$\tau^*/T_1 = 1$.

ления, где учтена возможность реверса двигателя путем изменения полярности импульсов h_n, $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{\Omega^* + K_M M^*}{h^*}$.

Линейная динамическая модель электродвигателя. Исследование нелинейных уравнений в общем случае затруднительно, поэтому желательно иметь линейную динамическую модель электродвигателя. При малых отклонениях от установившегося режима, вводя обозначения $\Delta\tau_n = \tau^* - \tau_n$, $\Delta T_n = T^* - T_n$, $\Delta h_n = h^* - h_n$, $\Delta M_n = M^* - M_n$, $\Delta\Omega_n = \Omega^* - \Omega_n$ и линеаризуя уравнение (5) известным способом[2], получим

$$\Delta\Omega_{n+1} - e^{-\frac{T^*}{T_1}} \Delta\Omega_n = b_h \Delta h_n + b_\tau \Delta\tau_n - b_T \Delta T_n - b_M \Delta M_n , \qquad (7)$$

где

$$b_h = K_U \left(e^{\frac{\tau^*}{T_1}} - 1\right) e^{-\frac{T^*}{T_1}} ; \quad b_\tau = \frac{K_U h^*}{T_1} e^{\frac{\tau^* - T^*}{T_1}} ;$$

$$b_T = \frac{K_U h^* \left[\exp(\frac{\tau^*}{T_1}) - 1\right]}{T_1 \left[\exp(\frac{T^*}{T_1}) - 1\right]}; \quad b_M = K_M(1 - e^{-\frac{T^*}{T_1}}).$$

Уравнение (7) является линейным разностным уравнением в отклонениях и легко решается классическим способом или путем использования дискретного преобразования Лапласа.

Пример. Используем линейную динамическую модель электродвигателя (7) для анализа устойчивости в малом в электроприводе с дискретным управлением. Закон АИМ, ЧИМ, ШИМ будем полагать линейным. Тогда уравнения замыкания цепи обратной связи совместно с уравнением модулятора будут

$$h_n = K_h(\omega_n - \Omega_n); \quad \tau_n = K_\tau |\omega_n - \Omega_n|; \quad T_n = K_T / |\omega_n - \Omega_n|,$$

где ω_n — входной сигнал электропривода (задатчика скорости); K_h, K_τ, K_T — соответствующие коэффициенты передачи модулятора по амплитуде, длительности и периоду.

Закон модуляции по периоду является нелинейным (по частоте он линейный). Линеаризуя зависимость

$$T_n = K_T / |\omega_n - \Omega_n|,$$

запишем уравнения относительно отклонений

$$\Delta h_n = K_h(\Delta\omega_n - \Delta\Omega_n), \quad \Delta\tau_n = K_\tau(\Delta\omega_n - \Delta\Omega_n),$$

$$\Delta T_n = -\frac{K_T}{(\omega^* - \Omega^*)^2}(\Delta\omega_n - \Delta\Omega_n). \tag{8}$$

Уравнения (7), (8) являются уравнениями динамики электропривода при малых отклонениях от установившегося режима. Подставляя (8) в (7), получим

$$\Delta\Omega_{n+1} + \left[b_h K_h + b_\tau K_\tau + b_T \frac{K_T}{(\omega^* - \Omega^*)^2} - e^{-\frac{T^*}{T_1}}\right]\Delta\Omega_n =$$

$$= \left[b_h K_h = b_\tau K_\tau + b_T \frac{K_T}{(\omega^* - \Omega^*)^2}\right]\Delta\omega_n - b_M \Delta M_n. \tag{9}$$

В соответствии с известными критериями [2], для асимптотической устойчивости процессов в электроприводе необходимо и достаточно выполнения неравенства

$$\left| b_h K_h + b_\tau K_\tau + b_T \frac{K_T}{(\omega^* - \Omega^*)^2} - e^{-\frac{T^*}{T_1}} \right| < 1. \quad (10)$$

Описанная методика справедлива и для более сложных законов модуляции. Так, в работе [3] исследуется электропривод с интегральной широтной импульсной модуляцией.

Литература

1. Онацкий Я.И. Динамические характеристики электрических машин. Минск, 1971. 2. Бромберг П.В. Матричные методы в теории релейного и импульсного регулирования. М., 1967. 3. Кузнецов В.П. и др. К расчету электропривода с широтно-импульсным управлением. — "Изв. вузов. Энергетика", 1973, №6.