

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ
ПРОГРАММНЫХ САУ

Промышленные системы программного управления работают в условиях воздействия на них возмущений, являющихся сложными функциями времени. Поэтому их расчет с помощью нелинейного математического аппарата представляет определенную трудность. Этот расчет может быть упрощен посредством сведения его к расчету ряда линейных систем, основанному на принципе суперпозиции и приспособывания.

Предлагаемая методика служит для расчета переходных процессов в программных САУ при обработке сигнала задания $g(t)$ и наличии внешних возмущений $f(t)$. Методика заключается в графо-аналитическом решении определенного вида обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, описывающих реакцию замкнутой САУ на управляющее и возмущающее воздействие.

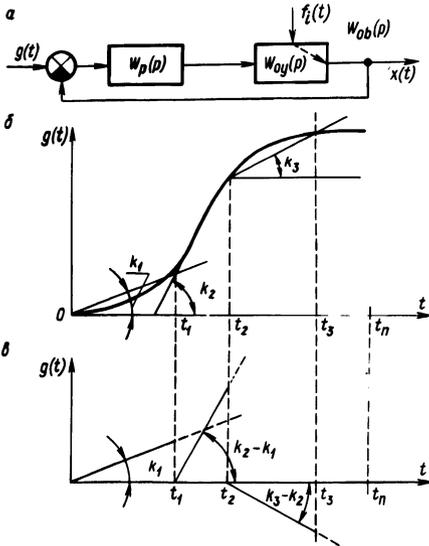


Рис. 1. Одноконтурная система программного управления параметром x : а — структурная схема системы; б — график изменения задания системы; в — составляющие аппроксимации графика изменения задания.

Передаточная функция замкнутой САУ (рис. 1, а) по задающему воздействию имеет вид

$$W_{x,q}(p) = \frac{W_p(p) W_{oy}(p)}{1 + W_p(p) W_{oy}(p)}, \quad (1)$$

где $W_p(p)$ — передаточная функция регулятора; $W_{ou}(p)$ — передаточная функция объекта по управляющему воздействию. Передаточная функция по возмущающему воздействию

$$W_{x,f_i}(p) = \frac{W_{obi}(p)}{1+W_p(p)W_{obj}(p)} \quad (2)$$

Здесь $W_{obj}(p)$ — передаточная функция объекта по i -му возмущающему воздействию.

Переходные процессы в такой системе описываются выражениями:

$$x_q(t) \doteq L^{-1} [W_{x,q}(p) G(p)]; \quad (3)$$

$$x_f(t) \doteq L^{-1} [W_{x,f}(p) G(p)] \quad , \quad (4)$$

где $G(p)$ — изображение сигнала задания; L^{-1} — обратное преобразование Лапласа.

Нелинейный график (рис. 1, б) изменения задания можно разложить на составляющие (рис. 1, в) и аппроксимировать выражением

$$g(t) = g_H(0) + k_1 t \Big|_{0 < t < t_1} \pm \sum_{j=1}^{n-1} (k_{j+1} - k_j)(t - t_j) \Big|_{t_j < t < t_{j+1}}, \quad (5)$$

где $g_H(0)$ — начальное задание; k_j — тангенс угла наклона линии аппроксимации; $j = 1, 2, 3, \dots, n$ — количество участков аппроксимации. Выражение (6) в развернутом виде может быть представлено так:

$$g(t) = \begin{cases} k_1 t & 0 < t < t_1; \\ k_1 t + (k_2 - k_1)(t - t_1) & t_1 < t < t_2; \\ k_1 t + (k_2 - k_1)(t - t_1) + (k_3 - k_2)(t - t_2) & t_2 < t < t_3; \\ \dots & \dots \\ k_{pj} + k_{p2}(t - t_1) \pm \dots \pm k_{pj+1}(t - t_j) & t_j < t < t_{j+1}, \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{где } \left. \begin{array}{l} k_{p1} = k_1; \\ k_{p2} = k_2 - k_1; \\ \dots \\ k_{pj+1} = k_{j+1} - k_j; \end{array} \right\} \quad (7)$$

а $t_1, t_2, t_3, \dots, t_j, t_{j+1}, \dots, t_n$ — координаты концов участков аппроксимации.

Следовательно, задающее воздействие $g(t)$ представляет собой сумму воздействий линейных управляющих сигналов, а реакция системы может быть найдена согласно принципу суперпозиции суммированием ее реакций на каждый из этих сигналов.

Так как изображение импульса задания в интервале $t_{j+1} - t_j$ равно

$$(-1)^j \frac{k_{pj}}{p^2} (e^{-pt_j} - e^{-pt_{j+1}}), \quad (8)$$

то изображение задающего воздействия найдется как сумма таких импульсов:

$$G(p) = k_{pj} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j}{p^2} (e^{-pt_j} - e^{-pt_{j+1}}). \quad (9)$$

Тогда с учетом (9) выражения (3) представили в виде

$$x(t) = L^{-1} \left[W_{x,q}(p) k_{pj} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j}{p^2} (e^{-pt_j} - e^{-pt_{j+1}}) \right]. \quad (10)$$

Обозначив оригинал выражения $W_{x,q}(p)/p^2$ через $h_q(t)$, получим выражение (6) в следующем виде:

$$x(t) = \begin{cases} k_{p1} h_q(t) & t_0 < t < t_1; \\ k_{p1} h_q(t) \pm k_{p2} h_q(t-t_1) & t_1 < t < t_2; \\ k_{p1} h_q(t) \pm k_{p2} h_q(t-t_1) \pm k_{p3} h_q(t-t_2) & t_2 < t < t_3; \\ \dots & \dots \\ k_{p1} h_q(t) \pm \sum_{j=1}^{\infty} k_{pj} h_q(t-t_j) & t_j < t < t_{j+1}. \end{cases} \quad (11)$$

Итак, для построения переходных процессов по обоим видам возмущений необходимо вначале вычислить временные характеристики

$$h_q(t) \doteq L^{-1} \left[\frac{W_{x,q}(p)}{p^2} \right] \quad h_f(t) \doteq \left[\frac{W_{x,f}(p)}{p^2} \right], \quad (12)$$

в которых изображения $W_{x,q}(p)/p^2$ и $W_{x,f}(p)/p^2$ могут быть выражены дробно-рациональными функциями вида

$$F_p = \frac{b(p)}{a(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}, \quad (13)$$

где m и n -- целые положительные числа, причем $m < n$. Дальнейшее исследование оригиналов дробно-рациональных функций с помощью известных методов [1,2] можно проводить исходя из условия аperiodической устойчивости системы при возмущении заданием, т.е. из условия, что корни p_1, p_2, \dots, p_r полинома знаменателя (13) являются действительными отрицательными числами. Причем $|p_r| \geq |p_{r-1}| \geq \dots \geq |p_1|$, постоянные времена τ_i -- связаны с корнями соотношения $\tau_i = 1/p_i$ и, кроме того, $\tau_1 \geq \tau_2 \geq \dots \geq \tau_r$.

На рис. 2 приведен пример временной характеристики $h_q(t)$, увеличенной в k_{p1} раз. Здесь t_1, t_2 и t_3 — моменты изменения величины задания, а t_B — момент нанесения внешнего скачкообразного возмущения.

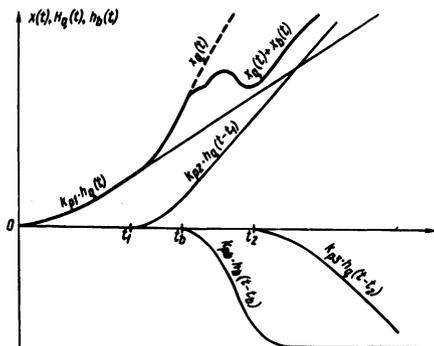


Рис. 2. Пример построения переходного процесса САУ.

Таким образом до момента t_1 кривая переходного процесса $x(t)$ совпадает с временной характеристикой $k_{p1} h_q(t)$. Из точки t_1 строим $k_{p2} \cdot h_q(t)$, и, складывая ее с $k_{p1} h_q(t)$, получаем их суммарную кривую в интервале $t_1 \leq t \leq t_2$, т.е. $k_{p1} h_q(t) + k_{p2} h_q(t)$. Начиная с момента t_1 , складываем ее с характеристикой $k_{pB} h_v(t - t_B)$. В результате получим суммарный график переходного процесса в интервале $t_1 < t < t_2$. И, наконец, в момент t_2 , когда происходит очередное изменение величины задания, из точки $t_2(0)$ строим характеристику $k_{p3} h_q(t)$ и складываем ее графически с полученной ранее характеристикой, получая

$$x(t) = k_{p1} h_q(t) + k_{p2} h_q(t - t_1) - k_{pB} h_v(t - t_B) - k_{p3} h_q(t - t_3)$$

Таким образом, в результате графического суммирования получаем значение переходного процесса при отработке задания и при нанесении возмущения, т.е. $x_q(t) + x_B(t)$.

Л и т е р а т у р а

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М., 1967. 2. Гаврилов Г.К. Приближенные методы анализа переходных процессов. М., 1966.

Г.Н. Гольдин, В.Е. Третьякович

УПРОЩЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИХРЕВЫХ ГОРЕЛОК С ЛОПАТОЧНЫМ АППАРАТОМ АКСИАЛЬНОГО ТИПА

Анализ экспериментальных данных [1,2] показал, что основные характеристики закрученных струй (профили скоростей, угол раскрытия и дальнобойность, падение максимальной скорости по длине, количество движения и момент количества движения и др.) почти полностью определяются безразмерным интегральным параметром крутки

$$n = \frac{4M}{Kd} \quad (1)$$

В выражение (1) входят значения главного момента количества движения M относительно оси струи и проекции на ось струи главного вектора количества движения K , которые соответственно выражаются в виде [3]

$$M = 2\pi\rho \int_0^{\infty} w_x w_z r^2 dr; \quad (2)$$

$$K = 2\pi \int_0^{\infty} (P_{ст} + \rho w_x^2) z dr, \quad (3)$$

где w_x, w_z — осевая и тангенциальная составляющие вектора скорости закрученной струи; ρ — плотность потока; r — расстояние от оси вращения до рассматриваемого сечения в закрученной струе; $P_{ст}$ — статическое давление потока.

Определение параметра крутки горелки с использованием выражений (2), (3) требует проведения соответствующих экс-