

УДК 621.833

*А. Т. Скойбеда, С. Н. Хатетовский, П. Н. Громыко, В. Л. Юркова*

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ В ПРЕЦЕССИОННОЙ ПЕРЕДАЧЕ ПРИ ОБЕСПЕЧЕНИИ СТАТИЧЕСКОГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ ЕЕ ПОДВИЖНЫХ ЗВЕНЬЕВ**

UDC 621.833

*A. T. Skoibeda, S. N. Khatetovsky, P. N. Gromyko, V. L. Yurkova*

**DETERMINING DYNAMIC REACTIONS IN PRECESSIONAL TRANSMISSION WITH ITS MOVING LINKS BEING STATICALLY BALANCED**

**Аннотация**

В работе приведена структурная схема прецессионной передачи типа К-Н-V. Получены зависимости, позволяющие определять динамические реакции в прецессионной передаче при обеспечении статического уравновешивания ее подвижных звеньев. Для конкретного примера применения прецессионной передачи в приводе бетонозаглаживающей машины приводятся результаты расчета динамических реакций; показано, что значение виброскорости для данного случая не превышает допустимые уровни значений виброскоростей серийно выпускаемых аналогов.

**Ключевые слова:**

прецессионная передача, передача эксцентрикового типа, прецессионный мотор-редуктор, точка прецессии, угол нутации, угловая скорость, угловое ускорение, даламберовы силы.

**Abstract**

The structural scheme of the precessional transmission of K-H-V type is given in the paper and the relationships are obtained which determine dynamic reactions in the precessional transmission with its moving links being statically balanced. The results of calculation of dynamic reactions are given as an example of using precessional transmission in the drive of a concrete smoothing machine, and the conclusion is made that the value of vibration velocity for the specified case does not exceed permissible levels of vibration velocities for series-produced analogs.

**Keywords:**

precessional transmission, transmission of eccentric type, precessional motor reducer, point of precession, nutation angle, angular velocity, angular acceleration, d'alembert forces.

Одной из разновидностей передач эксцентрикового типа является прецессионная передача. К преимуществам передач указанного типа можно отнести малогабаритность, соосное расположение входного и выходного валов, возможность передавать вращение в большом диапазоне передаточных отношений. Отличительной структурной особенностью прецессионных передач является наличие входного звена, часть

которого выполнена в виде наклонного кривошипа (рис. 1) [1].

Преимуществом редуцирующих механизмов, выполненных на основе структурной схемы прецессионной передачи типа К-Н-V, показанной на рис. 1, является пониженная чувствительность их выходных показателей (кинематическая плавность вращения выходного вала, КПД) к упругим перемещениям звеньев [2, 3]. Это означает,

что уменьшение габаритных размеров прецессионных редуцирующих механизмов, которое неизбежно приведет к

появлению упругих перемещений звеньев, не окажет существенного влияние на их служебные свойства.

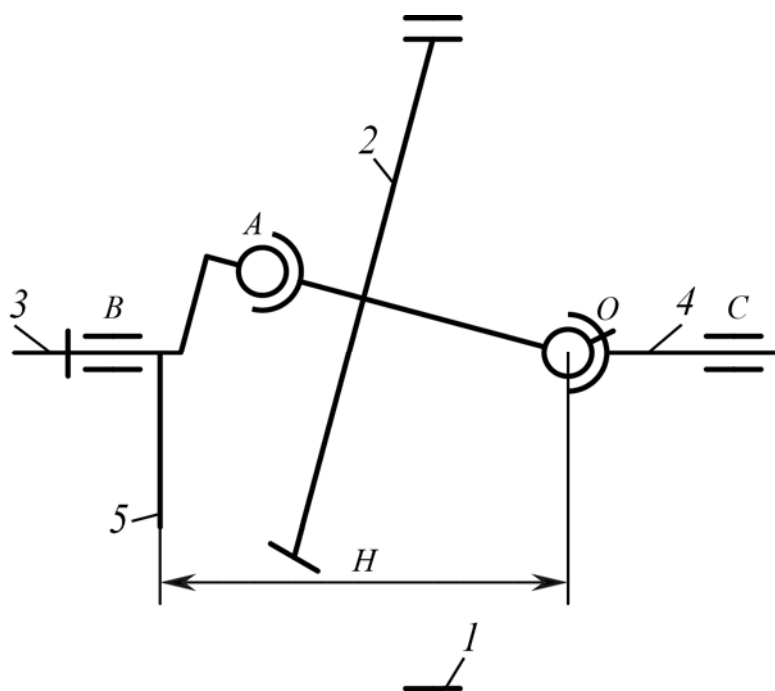


Рис. 1. Структурная схема прецессионной передачи типа К-Н-V: 1 – центральное колесо; 2 – сателлит; 3 – входное звено; 4 – угловая муфта с выходным звеном; 5 – противовес

Однако чтобы редуцирующий механизм, разработанный на базе прецессионной передачи, по шумовым и вибрационным характеристикам соответствовал требованиям, предъявляемым к редукторам общемашиностроительного назначения, необходимо при проектировании учитывать динамические составляющие сил, возникающих при его работе. Таким образом, актуальным является решение вопроса определения динамических реакций в прецессионной передаче.

В [4] рассмотрены теоретические основы балансировки подвижных звеньев прецессионной передачи, руководствуясь которыми, возможно достичь полного, т. е. статического и динамического, уравнивания их подвижных звеньев. Условием полного уравнивания является не только определение необходимых для статической балансировки массы противовеса и коор-

динат его центра масс, но и его расположение относительно точки прецессии на оси вращения входного звена.

В [4] представлена зависимость, позволяющая определить расстояние  $H$ , на котором должен располагаться противовес относительно точки прецессии для достижения полной балансировки подвижных звеньев прецессионной передачи (см. рис. 1). Однако при проектировании конструкции прецессионного редуцирующего механизма, как показала практика, из конструктивных соображений разместить противовес на указанном выше расстоянии  $H$  не представляется возможным. Поэтому наличие динамических реакций при работе прецессионной передачи неизбежно. Следовательно, возникает необходимость их учета при расчете параметров прецессионного редуцирующего механизма.

Были получены зависимости, позволяющие определять реакции в опор-

ных узлах прецессионной передачи, возникающие от динамической неуравновешенности ее вращающихся звеньев.

Прецессионная передача типа К-Н-V, структурная схема которой

показана на рис. 1, представлена как следующая система тел: центральное колесо 1, сателлит 2, входной вал 3, выходной вал 4 и противовес 5 (рис. 2).

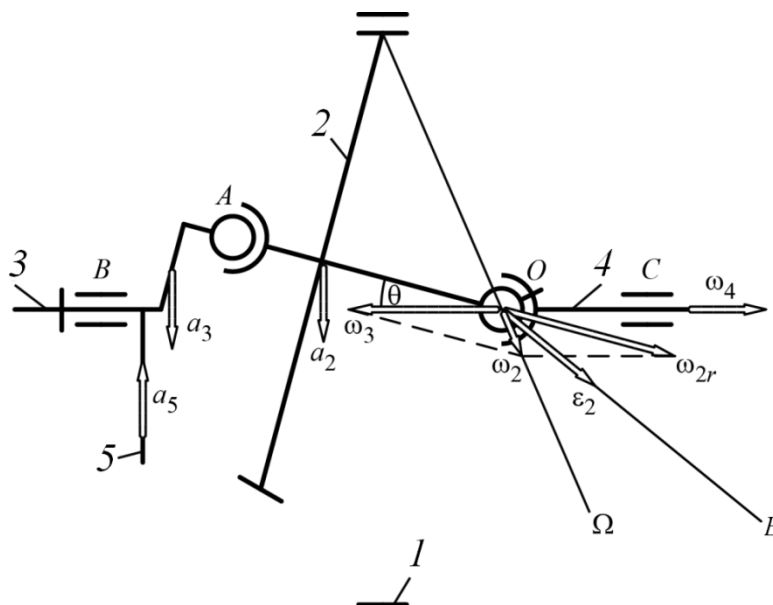


Рис. 2. Расчетная схема прецессионной передачи типа К-Н-V

С одного конца входной вал 3 фиксируется подшипниковой опорой B, а другим концом соединяется с сателлитом 2 посредством сферического подшипника A. Сателлит 2 соединен с выходным валом 4 при помощи шарнира равных угловых скоростей (ШРУС) O и при этом находится в зацеплении с неподвижным центральным колесом 1. Выходной вал 4 установлен в подшипниковой опоре C, которая реализуется в виде двух подшипников.

Входной вал 3 совместно с противовесом 5 совершают вращательное движение с известной угловой скоростью  $\bar{\omega}_3$ . При этом их центры масс получают соответствующие нормальные ускорения  $\bar{a}_3$  и  $\bar{a}_5$ , модули которых прямо пропорциональны квадрату угловой скорости  $\omega_3$  и задаваемым расстояниям до оси вращения.

Сателлит 2 совершает сферическое

движение, которое представлено как совокупность двух вращений: вокруг оси вращения входного вала 3 и вокруг наклонной оси OA, составляющей с первой осью задаваемый угол нутации  $\theta$ . Угловая скорость сателлита

$$\bar{\omega}_2 = \bar{\omega}_3 + \bar{\omega}_{2r}, \quad (1)$$

где  $\bar{\omega}_{2r}$  – угловая скорость вращения сателлита вокруг наклонной оси OA, модуль которой находится следующим образом:

$$\omega_{2r} = \omega_3 \cdot \frac{z_1}{z_2}, \quad (2)$$

где  $z_1$  – количество зубьев центрального колеса;  $z_2$  – количество зубьев сателлита.

Вектор  $\bar{\omega}_2$  направлен вдоль мгновенной оси вращения OQ сателлита, проходящей через точку O – центр прецессии. Сателлит вращается с угловым

ускорением сферического движения

$$\varepsilon_2 = \omega_3 \cdot \omega_{2r} \cdot \sin \theta, \quad (3)$$

направление которого соответствует направлению мгновенной оси ускорений  $OE$ , перпендикулярной плоскости схемы на рис. 2. Центр масс спутника имеет нормальное ускорение  $\bar{a}_2$ , модуль которого прямо пропорционален

квадрату угловой скорости  $\omega_3$  и расстоянию от центра масс до оси вращения.

Выходной вал вращается с угловой скоростью  $\bar{\omega}_4$ .

Свяжем с спутником систему координат 2, а с входным валом – систему координат 3 (рис. 3).

Рассмотрим равновесие спутника.

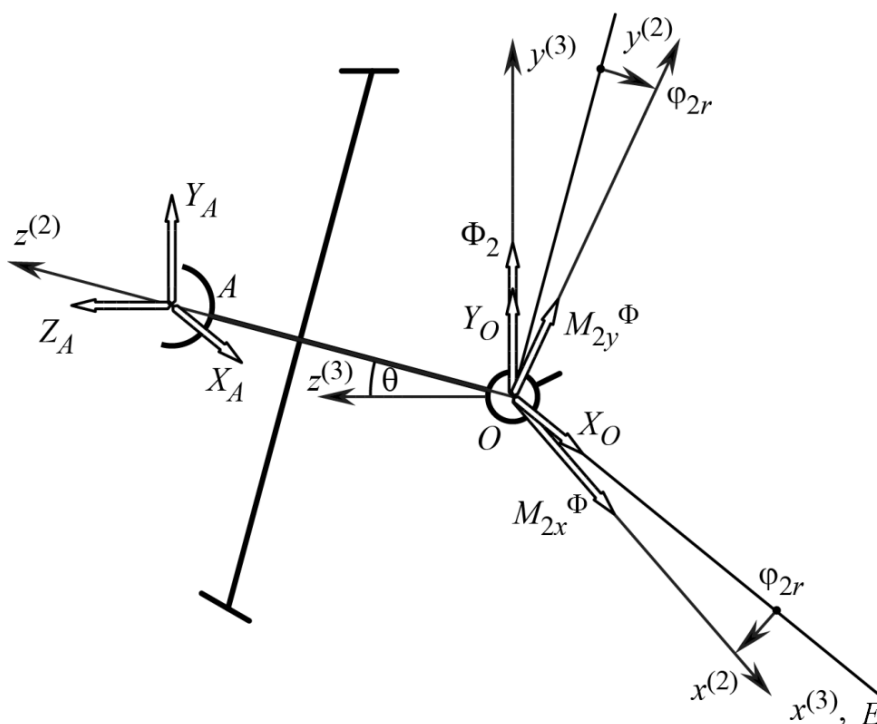


Рис. 3. Расчетная схема спутника

Даламберовы силы, приложенные к спутнику, приводятся к главному моменту  $\vec{M}_{20}^\Phi$  и к главному вектору:

$$\vec{\Phi}_2 = -m_2 \cdot \bar{a}_2, \quad (4)$$

где  $m_2$  – задаваемая масса спутника.

Главный момент  $\vec{M}_{20}^\Phi$  раскладывается на составляющие по осям системы координат спутника:

$$M_{2x}^\Phi = -I_{2x} \cdot \varepsilon_{2x}; \quad (5)$$

$$M_{2y}^\Phi = -I_{2y} \cdot \varepsilon_{2y}, \quad (6)$$

где  $I_{2x}, I_{2y}$  – известные осевые моменты инерции спутника;  $\varepsilon_{2x}, \varepsilon_{2y}$  – проекции углового ускорения спутника.

Проекции на оси системы координат спутника указанных кинематических характеристик:

$$\varepsilon_{2x} = \omega_3 \cdot \omega_{2r} \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi_{2r}; \quad (7)$$

$$\varepsilon_{2y} = -\omega_3 \cdot \omega_{2r} \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi_{2r}, \quad (8)$$

где  $\varphi_{2r}$  – угол поворота спутника, который связан с углом  $\varphi_3$  поворота входно-

го вала следующим образом:

$$\varphi_{2r} = -\varphi_3 \cdot \frac{z_1}{z_2}. \quad (9)$$

Со стороны выходного вала на сателлит действуют силы, передаваемые при помощи ШРУС. Это неизвестные динамические реакции  $X_O$  и  $Y_O$ .

Со стороны входного вала на сателлит действуют неизвестные заранее составляющие динамической реакции  $X_A$ ,  $Y_A$  и  $Z_A$ .

Уравнения кинестатики сателлита в системе координат входного вала:

$$X_O + X_A = 0; \quad (10)$$

$$Y_O + Y_A + \Phi_2 = 0; \quad (11)$$

$$Z_A = 0; \quad (12)$$

$$-Y_A \cdot OA \cdot \cos \theta + M_{2x}^\Phi \cdot \cos \varphi_{2r} - M_{2y}^\Phi \cdot \sin \varphi_{2r} = 0; \quad (13)$$

$$X_A \cdot OA \cdot \cos \theta + (M_{2x}^\Phi \cdot \sin \varphi_{2r} + M_{2y}^\Phi \cdot \cos \varphi_{2r}) \cdot \cos \theta = 0. \quad (14)$$

Рассмотрим равновесие входного вала (рис. 4).

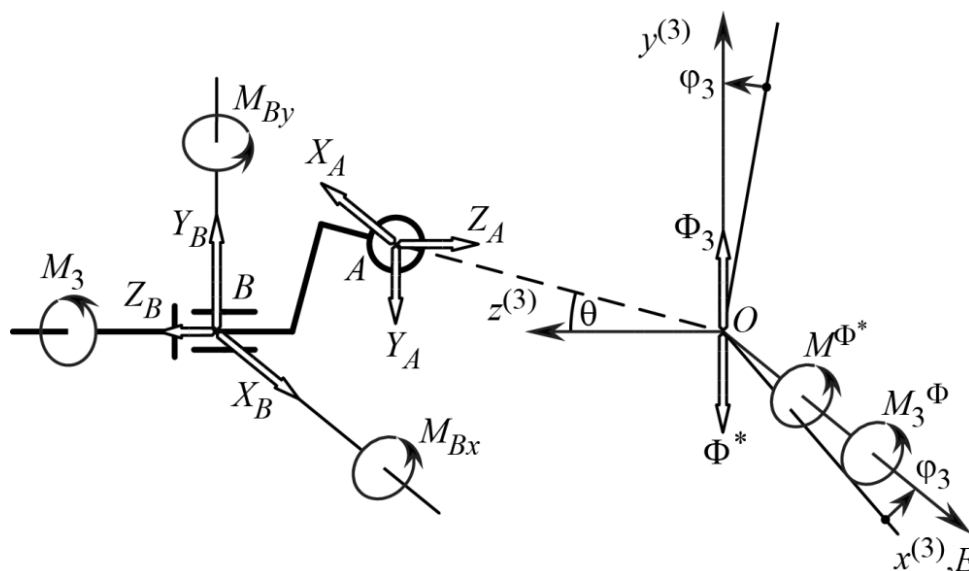


Рис. 4. Расчетная схема для определения сил и реакций опор входного вала

На данное твердое тело действуют следующие силы: пара сил с неизвестным крутящим моментом  $M_3$  со стороны двигателя, выступающая в роли динамической реакции; даламберовы силы, которые приводятся к главному вектору

$$\vec{\Phi}_3 = -m_3 \cdot \vec{a}_3, \quad (15)$$

где  $m_3$  – известная масса входного вала, и к паре сил с главным моментом  $\vec{M}_{3O}^\Phi$ ; неизвестные динамические реакции  $X_B$ ,  $Y_B$ ,  $Z_B$ ,  $M_{Bx}$ ,  $M_{By}$ , а также главный вектор

$$\vec{\Phi}^* = -m_5 \cdot \vec{a}_5, \quad (16)$$

где  $m_5$  – масса противовеса, и главный момент  $\vec{M}_O^{\Phi^*}$  даламберовых сил, приложенных к противовесу.

Главный момент даламберовых сил

$$M_3^\Phi = -I_{3yz} \cdot \omega_3^2, \quad (17)$$

где  $I_{3yz}$  – центробежный момент инерции входного вала.

Аналогично для противовеса

$$M^{\Phi^*} = -I_{5yz} \cdot \omega_3^2, \quad (18)$$

где  $I_{5yz}$  – центробежный момент инерции противовеса.

Уравнения кинестатики входного вала:

$$-X_A + X_B = 0; \quad (19)$$

$$-Y_A + Y_B + \Phi_3 - \Phi^* = 0; \quad (20)$$

$$-Z_A + Z_B = 0; \quad (21)$$

$$Y_A \cdot OA \cdot \cos \theta - Z_A \cdot OA \cdot \sin \theta - Y_B \cdot OB + M_3^{\Phi} + M^{\Phi^*} + M_{Bx} = 0; \quad (22)$$

$$-X_A \cdot OA \cdot \cos \theta + X_B \cdot OB + M_{By} = 0; \quad (23)$$

$$X_A \cdot OA \cdot \sin \theta + M_3 = 0. \quad (24)$$

Полученная система, состоящая из девяти уравнений и содержащая девять неизвестных, может быть решена.

Учитывая то, что равнодействующие реакций опор определяются как

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2};$$

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2 + Z_B^2}; \quad (25)$$

$$R_O = \sqrt{X_O^2 + Y_O^2 + Z_O^2};$$

$$M_B = \sqrt{M_B^2 + M_B^2 + M_B^2}, \quad (26)$$

то общее число определенных неизвестных ( $R_A, R_B, R_O, M_B, M_3$ ), которые возникают из-за наличия динамической неуравновешенности прецессионной передачи, будет равно 5.

Результаты исследований, приведенных в данной работе, были использованы при проектировании прецесси-

онного мотор-редуктора, разработанного для привода машины для заглаживания бетона СО-170. Общий вид мотор-редуктора показан на рис. 5.

Принцип работы мотор-редуктора состоит в следующем. Вал 2 электродвигателя 1 передает вращение на эксцентрик с противовесом 4. На эксцентрике 4 установлен сферический подшипник 3, на котором, в свою очередь, расположен сателлит 5, на наружной цилиндрической поверхности которого изготовлены зубья. В результате взаимодействия внутренних зубьев корпуса 7 и зубьев сателлита 5 последний получает вращательное движение. На выходной вал 6 вращение с сателлита 5 передается с помощью угловой муфты 8.

При проектировании конструкции мотор-редуктора, общий вид которого показан на рис. 5, исходя из конкретных геометрических его параметров и пространственного расположения противовеса, были определены по вышепредставленным зависимостям реакции в подшипниковых опорах, отражающие динамическую неуравновешенность подвижных звеньев. Результаты расчетов показаны в виде графических зависимостей на рис. 6 и 7.

На основе вышеполученных значений динамических реакций опор мотор-редуктора можно установить значение максимальной виброскорости и сделать вывод, насколько она соответствует допустимому уровню виброактивности.

Следует отметить, что был проведен ряд заводских экспериментов по определению виброскорости прецессионных мотор-редукторов. По результатам испытаний был сделан вывод, что значения уровня виброскорости не превышают допустимые уровни значений виброскоростей серийно выпускаемых аналогов [5].

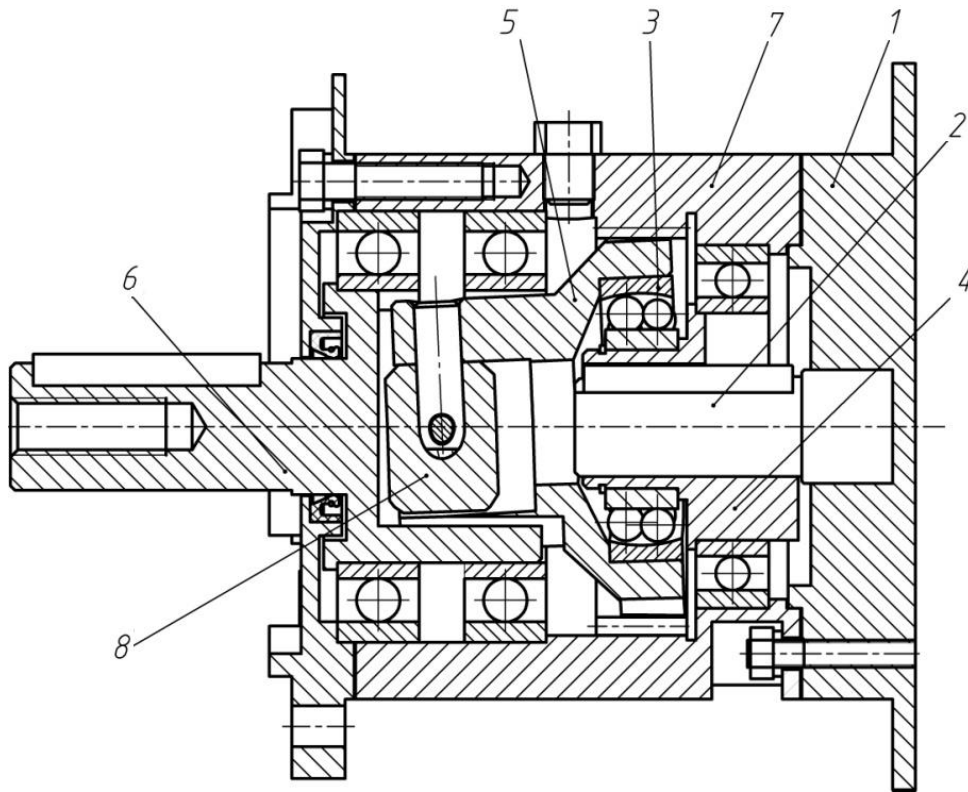


Рис. 5. Общий вид прецессионного мотор-редуктора

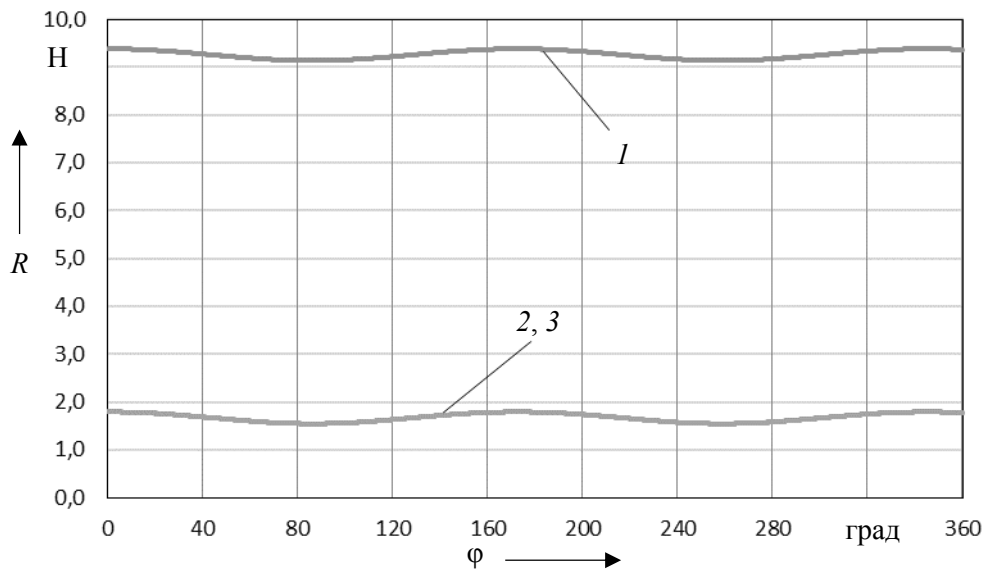


Рис. 6. Результирующие реакции опор: 1 – реакция опоры  $R_A$ ; 2 – реакция опоры  $R_B$ ; 3 – реакция опоры  $R_O$

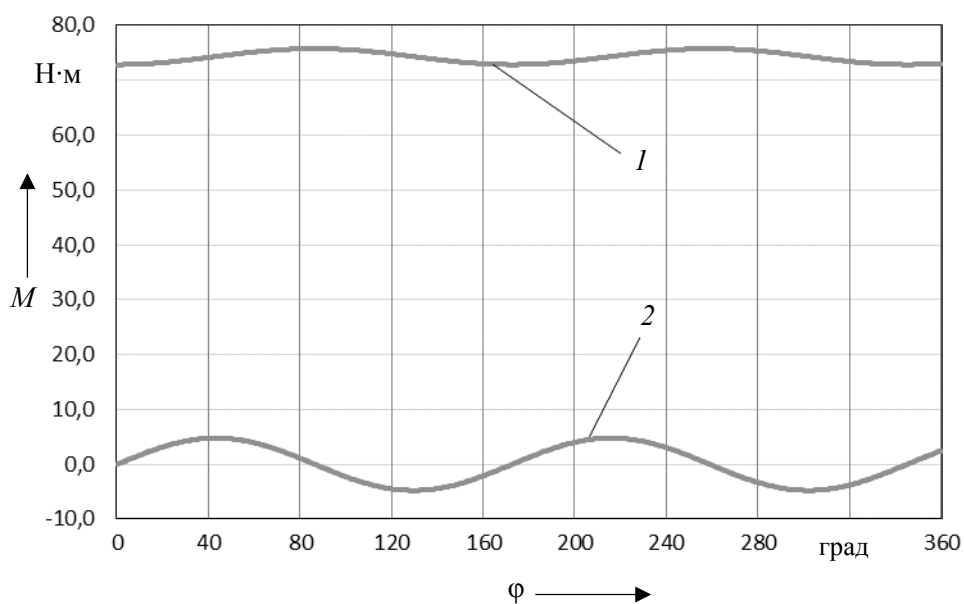


Рис. 7. Результирующие моменты: 1 –  $M_B$ ; 2 –  $M_z$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зубчатые передачи и трансмиссии в Беларуси: проектирование, технология, оценка свойств / В. Б. Альгин [и др.] ; под общ. ред. В. Б. Альгина, В. Е. Старжинского. – Минск : Беларус. навука, 2017. – 406 с.
2. Исследование влияния на выходные показатели планетарной прецессионной передачи упругих деформаций ее контактирующих звеньев / П. Н. Громыко [и др.] // Изв. НАН. – 2012. – № 3. – С. 66–70.
3. Хатетовский, С. Н. Снижение виброактивности прецессионной передачи путем уравнивания ее вращающихся звеньев / С. Н. Хатетовский, П. Н. Громыко // Механика машин, механизмов и материалов. – 2009. – № 2 (7). – С. 27–31.
4. Скойбеда, А. Т. Коническо-цилиндрические прецессионные редукторы / А. Т. Скойбеда, П. Н. Громыко. – Минск : БГПА, 2001. – 187 с.
5. Технологические аспекты создания рабочих поверхностей передач новых типов : монография / П. Н. Громыко [и др.]. – Могилев : Беларус.-Рос. ун-т, 2012. – 200 с. : ил.

*Статья сдана в редакцию 22 июня 2018 года*

**Анатолий Тихонович Скойбеда**, д-р техн. наук, проф., Белорусский национальный технический университет.

**Станислав Николаевич Хатетовский**, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет. E-mail: mechlab@yandex.ru.

**Петр Николаевич Громыко**, д-р техн. наук, проф., Белорусско-Российский университет. E-mail: grom\_7@tut.by.

**Виктория Леонидовна Юркова**, инженер, Белорусско-Российский университет.

**Anatoly Tikhonovich Skoibeda**, DSc (Engineering), Prof., Belarusian National Technical University.

**Stanislav Nikolayevich Khatetovsky**, PhD (Engineering), Associate Prof., Belarusian-Russian University. E-mail: mechlab@yandex.ru.

**Petr Nikolaevich Gromyko**, DSc (Engineering), Prof., Belarusian-Russian University. E-mail: grom\_7@tut.by.

**Viktoriya Leonidovna Yurkova**, engineer, Belarusian-Russian University.