

В.И.Шафранский, канд.техн.наук,
Б.В.Боровой, канд.техн.наук

ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ПОКАЗАТЕЛЬ ВЛИЯНИЯ УПРУГИХ СВЯЗЕЙ НА ПЕРЕХОДНЫЙ ПРОЦЕСС В ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ

При расчете переходных процессов с учетом упругих связей резко возрастает объем вычислительной работы. В связи с этим ставится задача определить степень влияния упругих связей на переходный процесс и тем самым решить вопрос о целесообразности их учета, не рассчитывая переходного процесса.

В качестве показателя влияния упругих связей на переходный процесс можно принять отношение

$$K_y = \frac{\int_0^{\infty} M_y^2 dt}{\int_0^{\infty} M_{ж}^2 dt}, \quad (1)$$

которое назовем коэффициентом влияния упругих связей. Здесь $M_{ж}$, M_y - переходная составляющая момента соответственно при абсолютно жестких и упругих связях.

Как известно, при скачкообразном изменении нагрузки переходная составляющая момента двигателя с линейной механической характеристикой при абсолютно жестких связях определяется выражением [1]

$$M_{ж} = \Delta M e^{-\frac{t}{T}}$$

Здесь ΔM - приращение момента нагрузки; T - электромеханическая постоянная времени электропривода.

Следовательно,

$$\int_0^{\infty} M_{ж}^2 dt = \frac{(\Delta M)^2 T}{2}. \quad (2)$$

Согласно [2] переходная составляющая момента двигателя с линейной механической характеристикой при наличии упругих связей между двигателем и механизмом описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{T}{\omega^2} M_y''' + \frac{i}{\omega^2} M_y'' + T M_y' + M_y = 0.$$

Здесь $i = \frac{J_D + J_M}{J_D}$ - момент инерции электропривода (двигателя и механизма) в долях от момента инерции двигателя;

$\omega = \sqrt{\frac{c(J_D + J_M)}{J_D J_M}}$ - угловая частота собственных колебаний двухмассовой системы; c - жесткость соединительных элементов.

Умножим обе части этого уравнения поочередно на M_y'' , M_y' и M_y . В результате получим следующие три уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{T}{\omega^2} M_y''' M_y'' + \frac{i}{\omega^2} M_y''^2 + T M_y' M_y'' + M_y M_y'' &= 0; \\ \frac{T}{\omega^2} M_y''' M_y' + \frac{i}{\omega^2} M_y'' M_y' + T M_y' ^2 + M_y M_y' &= 0; \\ \frac{T}{\omega^2} M_y''' M_y + \frac{i}{\omega^2} M_y'' M_y + T M_y' M_y + M_y^2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Проинтегрируем почленно эти уравнения в пределах от 0 до ∞ , применяя способ интегрирования по частям. Например,

$$\int_0^{\infty} M_y M_y' dt = \int_0^{\infty} u dv = uv \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} v du.$$

Здесь $u = M_y$; $dv = M_y' dt$. Так как

$$du = M_y' dt, \quad v = \int_0^{\infty} M_y' dt = M_y,$$

то

$$\int_0^{\infty} M_y M_y' dt = M_y^2 \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} M_y M_y' dt.$$

Отсюда находим

$$\int_0^{\infty} M_y M_y' dt = \frac{M_y^2}{2} \Big|_0^{\infty}.$$

Для устойчивой системы электропривода при $t = \infty$ переходная составляющая момента $M_y(\infty) = 0$, а при $t = 0$ равна приращению момента нагрузки с обратным знаком, т.е. $M_y(0) = -\Delta M$.

Следовательно,

$$\int_0^{\infty} M_y M_y' dt = \frac{M_y^2(0)}{2} = \frac{(\Delta M)^2}{2}.$$

Производя подобным образом интегрирование для других членов уравнений (3) и учитывая, что все производные при $t = 0$ равны нулю (до переходного процесса двигатель работал в установившемся режиме) и при $t = \infty$ также равны нулю (система электропривода устойчива), получим следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{i}{\omega^2} &= I_y'' - I_y' = 0; \\ -\frac{i}{\omega^2} I_y'' + T I_y' &= \frac{(\Delta M)^2}{2}; \\ \frac{i}{\omega^2} I_y' + I_y &= \frac{T}{2} (\Delta M)^2. \end{aligned} \right\} (4)$$

Здесь $I_y = \int_0^{\infty} M_y^2 dt$; $I_y' = \int_0^{\infty} M_y'^2 dt$; $I_y'' = \int_0^{\infty} M_y''^2 dt$; Решая систему уравнений (4) относительно I_y , находим

$$I_y = \frac{(\Delta M)^2 (i\omega^2 T^2 - \omega^2 T^2 + i^2)}{2\omega^2 T(i-1)}. \quad (5)$$

Тогда на основании (1) с учетом (2) и (5) коэффициент влияния упругих связей можно представить в виде

$$K_y = \frac{i\omega^2 T^2 - \omega^2 T^2 + i^2}{\omega^2 T^2 (i-1)} = 1 + \frac{i^2}{\omega^2 T^2 (i-1)}. \quad (6)$$

Легко также решить и такую задачу: подобрать параметры таким образом, чтобы коэффициент влияния упругих связей не превышал некоторой наперед заданной величины q , т.е. чтобы $K_k < q$. Этому условию удовлетворяет неравенство

$$\omega^2 T^2 > \frac{i^2}{(i-1)(q-1)}. \quad (7)$$

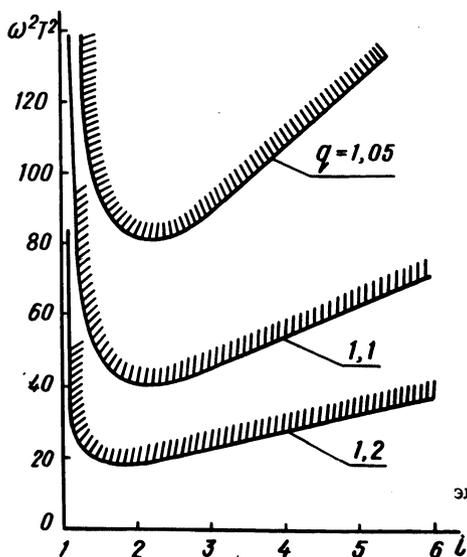


Рис. 1. Выделение областей параметров электропривода, при которых $K_y < q$.

По (7) на рис. 1 построены кривые для различных значений q . Штриховка обращена в область параметров $\omega^2 T^2$ и i , при которых $K_y < q$.

Л и т е р а т у р а

1. Андреев В.П., Сабинин Ю.А. Основы электропривода. М. - Л., 1963.
2. Квартальнов Б.В. Динамика электроприводов с упругими связями. М., 1965.