

## К ВОПРОСУ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ КОНТРОЛЕ НЕСИНУСОИДАЛЬНОСТИ НАПРЯЖЕНИЯ МЕТОДАМИ ЧИСЛЕННОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Несинусоидальность формы кривой напряжения согласно ГОСТ 13109–67 количественно оценивается коэффициентом гармоник ( $K_{\Gamma}$ ), который является одним из показателей качества электрической энергии и определяется выражением [1]

$$K_{\Gamma} = \frac{\sqrt{U_{\text{д}}^2 - U_{1\text{д}}^2}}{U_{1\text{д}}}, \quad (1)$$

где  $U_{\text{д}}$  – действующее значение контролируемого напряжения;  $U_{1\text{д}}$  – действующее значение напряжения первой гармоники.

В случае, если  $K_{\Gamma} \geq 5\%$ , то ГОСТ требует определения амплитуд отдельных гармоник [2]. Поэтому перед разработчиками устройств для контроля несинусоидальности кривой напряжения встает вопрос оценки погрешностей, с которыми возможно определение амплитуд отдельных гармоник.

Анализаторы несинусоидальности напряжения, основанные на применении индуктивно-емкостных фильтров, обладают весьма низкой точностью измерения, порядка  $\pm 6\%$  при измерении коэффициента гармоник  $K_{\Gamma}$  и  $\pm 20\%$  при измерении амплитуд отдельных гармоник [3]. Поэтому в настоящее время разработчики обратились к численным методам анализа кривой напряжения с применением вычислительных устройств, в которых реализуется один из следующих алгоритмов определения амплитуд гармоник (коэффициентов Фурье) [4]:

$$\left. \begin{aligned} A_0 &\approx \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} U\left(\frac{2\pi}{N} \cdot i\right); \\ A_k &\approx \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} U\left(\frac{2\pi}{N} \cdot i\right) \cos\left(\frac{2\pi}{N} \cdot k \cdot i\right); \\ B_k &\approx \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} U\left(\frac{2\pi}{N} \cdot i\right) \sin\left(\frac{2\pi}{N} \cdot k \cdot i\right), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $k$  – номер гармоники;  $N$  – число равноотстоящих измерений мгновенных значений на периоде.

Если принять, что распределитель моментов измерения мгновенных значений напряжения работает точно, то в целях уменьшения объема вычислений

можно воспользоваться схемой группирования Рунге и тогда формулы (2) примут вид [5]:

$$\left. \begin{aligned}
 A_0 &\approx \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N/4} S_i; \\
 A_\kappa &\approx \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N/4} d_i \cdot \cos \left[ \kappa \left( \frac{2\pi}{N} \cdot i - \frac{\pi}{N} \right) \right], \kappa = 1, 3, 5, \dots \\
 A_\kappa &\approx \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N/4} S_i \cdot \cos \left[ \kappa \left( \frac{2\pi}{N} \cdot i - \frac{\pi}{N} \right) \right], \kappa = 0, 2, 4, \dots \\
 B_\kappa &\approx \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N/4} \sigma_i \cdot \sin \left[ \kappa \left( \frac{2\pi}{N} \cdot i - \frac{\pi}{N} \right) \right], \kappa = 1, 3, 5, \dots \\
 B_\kappa &\approx \frac{2}{N} \sum_{i=1}^{N/4} \delta_i \cdot \sin \left[ \kappa \left( \frac{2\pi}{N} \cdot i - \frac{2\pi}{N} \right) \right], \kappa = 0, 2, 4, \dots
 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $S_i, d_i, \sigma_i, \delta_i$  – массивы второго этапа группирования.

$$\left. \begin{aligned}
 S_i &= Y_i + Y \frac{N}{2} + 1 - i; \\
 d_i &= Y_i - Y \frac{N}{2} + 1 - i; \\
 \sigma_i &= V_i + V \frac{N}{2} + 1 - i; \\
 \delta_i &= V_i - V \frac{N}{2} + 1 - i,
 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $Y_i, V_i$  – массивы первого этапа группирования.

$$\left. \begin{aligned}
 Y_i &= U_i + U_{N+1-i}; \\
 V_i &= U_i - U_{N+1-i},
 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $U_i$  – мгновенное значение напряжения в точке измерения;  $U_{N+1-i}$  – мгновенное значение напряжения в равноотстоящей точке измерения от конца периода.

Непосредственно амплитуда  $k$ -й гармоники контролируемого напряжения определяется согласно [6]

$$U_{mk} = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}, \quad (6)$$

а действующее значение

$$U_{dk} = \sqrt{\frac{A_k^2 + B_k^2}{2}}. \quad (7)$$

Для оценки погрешности определения амплитуд гармоник по указанным алгоритмам были подвергнуты численному гармоническому анализу кусочно-линейные функции, приведенные на рис. 1, для которых известны точные значения коэффициентов Фурье, а следовательно, и значения амплитуд гармоник.

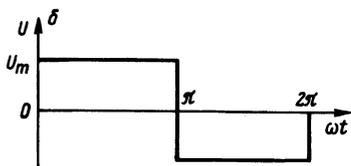
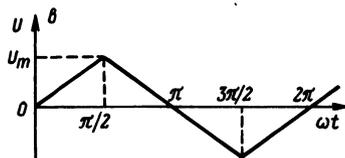
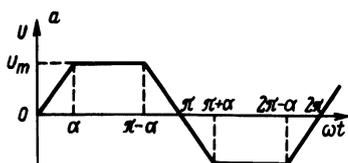


Рис. 1. Кусочно-линейные функции, подвергаемые гармоническому анализу:

а — кривая трапецидальной формы;  
 б — кривая прямоугольной формы, получаемая при  $\alpha=0$ ;  
 в — кривая треугольной формы, получаемая при  $\alpha = \pi/2$ .

Разложения в ряд Фурье указанных кривых имеют вид [7] для кривых, приведенных на рис. 1, а, б, в, соответственно

$$U(\omega t) = \frac{4U_m}{\pi\alpha} \left[ \sin \alpha \cdot \sin \omega t + \frac{1}{9} \sin 3\alpha \cdot \sin 3\omega t + \dots \right];$$

$$U(\omega t) = \frac{4U_m}{\pi} \left[ \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right]; \quad (8)$$

$$U(\omega t) = \frac{8U_m}{\pi^2} \left[ \sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \dots \right].$$

Поскольку исследуемые кривые обладают двойной симметрией, то, как известно, для них существуют только нечетные коэффициенты Фурье [6]. Сле-

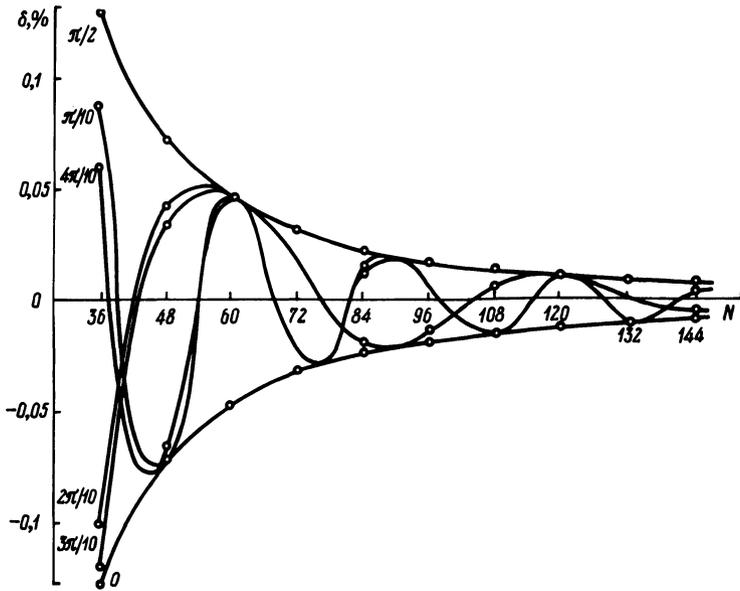


Рис. 2. Зависимости относительных погрешностей определения амплитуды первой гармоники измерений на периоде  $N$  для углов  $\alpha = 0; \pi/10; 2\pi/10; 3\pi/10; 4\pi/10$  и  $\pi/2$ .

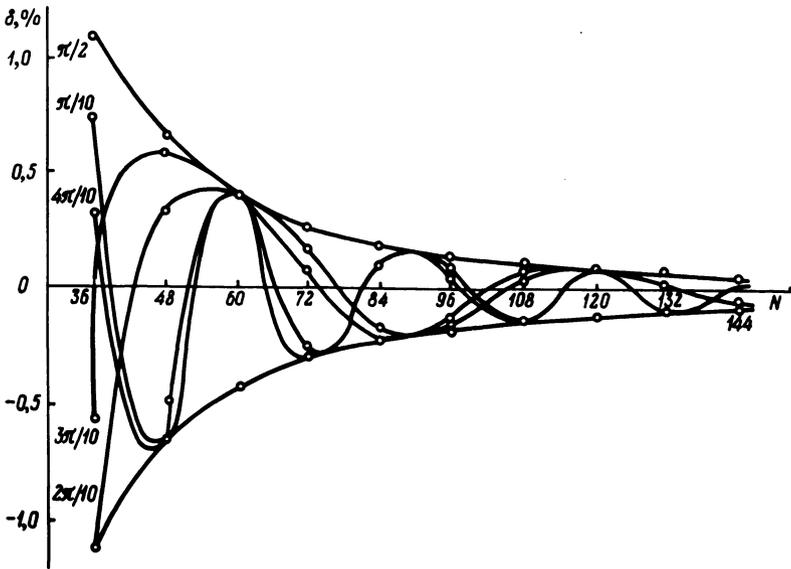


Рис. 3. Зависимости относительных погрешностей определения амплитуды третьей гармоники от числа измерений на периоде  $N$  для углов  $\alpha = 0; \pi/10; 2\pi/10; 3\pi/10; 4\pi/10$  и  $\pi/2$ .

довательно, приближенные значения амплитуд гармоник будут определяться из выражений (3), а точные — из разложений (8). Относительные погрешности вычисления амплитуд гармоник могут быть определены по типовой формуле

$$\delta = \frac{Q_T - Q_{II}}{Q_T} \cdot 100\%, \quad (9)$$

где  $Q_T$  — точное значение амплитуды гармоники напряжения;  $Q_{II}$  — приближенное значение амплитуды гармоники напряжения.

С помощью ЭВМ "Мир-2" были проведены вычисления для кривых трапецеидальной формы с углом  $\alpha = 0; \pi/10; 2\pi/10; 3\pi/10; 4\pi/10$  и  $\pi/2$ , куда входят и крайние случаи, кривая прямоугольной формы при  $\alpha = 0$  и кривая треугольной формы при  $\alpha = \pi/2$ .

По результатам вычислений построены графические зависимости относительных погрешностей от числа мгновенных значений напряжений на периоде. Зависимости для 1-, 3- и 5-й гармоник приведены на рисунках 2,3 и 4 соответственно.

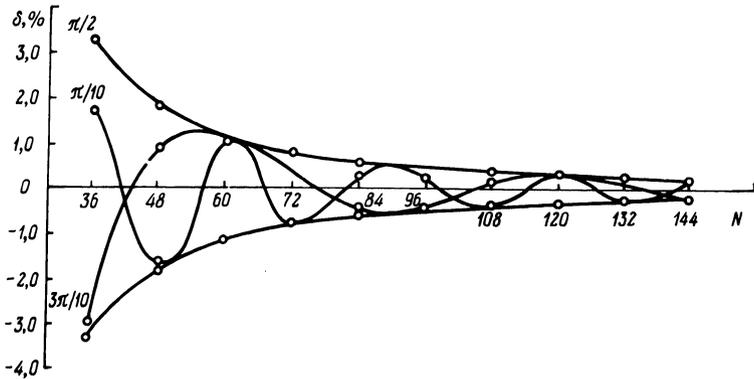


Рис. 4. Зависимости относительных погрешностей определения амплитуды пятой гармоники от числа измерений на периоде  $N$  для углов  $\alpha = 0; \pi/10; 2\pi/10; 3\pi/10; 4\pi/10$  и  $\pi/2$ .

Как видно из полученных зависимостей, погрешности определения гармоник при изменении  $N$  для трапецеидальных кривых изменяются по затухающему гармоническому закону и ограничены кривыми, полученными для крайних случаев, т.е. для кривых прямоугольной и треугольной формы. Следовательно, полученные зависимости относительных погрешностей от числа измерений на периоде  $N$  для последних кривых можно использовать как критерий при выборе количества измерений на периоде для достижения заданной точности определения амплитуды соответствующей гармоники.

Из сравнения приведенных зависимостей для различных гармоник видно, что с увеличением номера гармоники увеличивается и погрешность ее

определения. Следовательно, для увеличения точности определения более высоких гармоник необходимо увеличивать число дискретных замеров мгновенных значений напряжения на периоде.

Так как точность определения коэффициента гармоник  $K_G$  по выражению (1) определяется точностью вычисления действующего значения контролируемого напряжения  $U_D$  и точностью определения величины первой гармоники  $U_{1D}$ , то при определении  $K_G$  с достаточной точностью можно выбирать число измерений на периоде  $N$  сравнительно небольшим (36...60). При необходимости определения амплитуд высших гармоник следует увеличить указанное число измерений до 120...144.

Таким образом, в анализаторах несинусоидальности напряжения, основанных на численном гармоническом анализе по дискретным измерениям мгновенных значений напряжений, целесообразно предусмотреть несколько или как минимум два режима работы. Один из них с относительно небольшим числом замеров для определения коэффициента гармоник, и другой — с числом замеров в 2...4 раза больше для определения амплитуд отдельных высших порядков. Кроме того, подобное устройство удобно тем, что по полученным дискретным замерам мгновенных значений контролируемого напряжения могут быть определены все показатели качества электрической энергии, регламентируемые ГОСТ 13109—67.

Полученные зависимости относительных погрешностей можно распространять на искажения кривой напряжения типа усечения и заострение синусоиды, довольно часто встречающиеся в практике.

В соответствии с изложенным можно сделать следующие выводы:

- при определении коэффициента гармоник  $K_G$  по выражению (1) с заданной точностью 0,1% число замеров  $N$  на периоде выбирают в пределах 36...60 исходя из точности вычисления действующего значения, контролируемого напряжения и точности определения первой гармоники напряжения;
- в случае вычисления амплитуд высших гармоник до 13-й включительно в соответствии с ГОСТ 13109—67 при требуемой точности 2% необходимо увеличить число замеров на периоде до 120...144.

#### Л и т е р а т у р а

1. Измеритель коэффициента гармоник. А.с. 564606 (СССР) / А.Е.Левченко, А.Н.Морозевич, В.С.Никифорова, Б.М.Михайлов. — Бюл. изобрет., 1977, № 25.
2. ГОСТ 13109—67. Нормы качества электрической энергии у ее приемников, присоединенных к электрическим сетям общего назначения. — М., 1974.
3. Временные методические указания по контролю качества напряжения в электрических сетях общего назначения. — М., 1975.
4. К р ы л о в В.И., К р у г л и к о в а Л.Г. Справочная книга по численному гармоническому анализу. — Минск, 1968.
5. С е р е б р я н н и к о в М.Г. Гармонический анализ. — М.—Л., 1948.
6. Б е с с о н о в Л.А. Теоретические основы электротехники. — М., 1973.
7. Электротехнический справочник. — М., 1974.