

Л и т е р а т у р а

1. Доморадская С. Влияние конфигурации электродной системы на время жизни пленочной изоляции, находящейся под воздействием частичных разрядов. - *Zesz. nauk. Pzodz*, 1977, N 288, с. 25 - 34.

УДК 62 - 83:621.313.13

В.Л.Анхимюк, М.П.Слука

АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ СИСТЕМ СТАБИЛИЗАЦИИ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

В настоящее время при проектировании САУ получил распространение метод аналитического конструирования регуляторов, основанный на функциональном уравнении Беллмана и оптимальной функции Ляпунова [1], с помощью которого синтезируется структурная схема управления, обеспечивающая движение электропривода с выполнением заданного интегрального квадратичного критерия качества

$$I_1 = \int_0^{\infty} [W(z) + cU'^2] dt, \quad (1)$$

где $W(z) = \lambda_1 z_1^2 + \lambda_2 z_2^2 + \dots + \lambda_n z_n^2$ - определено положительная функция координат системы, которая для удовлетворения полной наблюдаемости включает в себя все фазовые координаты; $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$; c - весовые множители; U' - управление, минимизирующее функционал (1) и обеспечивающее обращение z_1, z_2, \dots, z_n в нуль при $t = \infty$.

Подобно решению задачи (1), в общем, как показано в [2], имеет место решение изопериметрической задачи, в которой находится оптимальное управление u' , минимизирующее функционал

$$I_2 = \int_0^{\infty} W(z) dt \quad (2)$$

при ограничении вида

$$\int_0^{\infty} U'^2 dt = \text{const}, \quad (3)$$

где const зависит от начальных условий, но не зависит от коэффициентов искомого управления, а величина $\int_0^{\infty} U'^2 dt$ представляет собой работу, совершаемую исполнительным устройством (органом управления) за время переходного процесса.

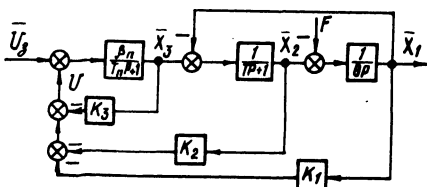


Рис. 1. Структурная схема оптимальной системы регулирования.

Известно [1,2], что рассматриваемый метод аналитического конструирования позволяет получить наиболее простой по структуре регулятор, содержащий лишь жесткие обратные связи по координатам объекта, а также сравнительно несложно найти коэффициенты усиления регулятора, если в критерии качества (2) заданы весовые множители [3], однако, выбор весовых множителей остался той проблемой, которая не получила в аналитическом конструировании убедительного решения [4].

В статье рассмотрена методика определения весовых множителей функционала (2) и ее применение на примере синтеза линейной системы оптимального управления электроприводом постоянного тока с неизменным потоком возбуждения двигателя и регулируемым источником питания в цепи якоря, работающей преимущественно в режиме стабилизации частоты вращения (рис. 1).

Возмущенное движение силовой части электропривода в фазовом пространстве отклонений при приложении возмущающего воздействия F в общем случае описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}_i = \sum_{k=1}^n b_{ik} \cdot x_k + mU, \quad (4)$$

где x_i , $i = 1, 2, \dots, n$ - фазовые координаты (отклонения) объекта управления; m, b_{ik} - коэффициенты, зави-

сящие от параметров объекта; n - порядок системы уравнений (4). Для структурной схемы рис. 1 уравнения (4) принимают вид:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= b_{12}(x_2 - F); \\ \dot{x}_2 &= b_{21}(-x_1 - x_2 + x_3); \\ \dot{x}_3 &= -b_{33}x_3 + mU;\end{aligned}\quad (5)$$

где $b_{12} = \frac{1}{\theta}$, $b_{21} = \frac{1}{T}$; $b_{33} = \frac{1}{T_{\Pi}}$; $m = \frac{\beta_{\Pi}}{T_{\Pi}}$; $x_1 = \Delta e$, $x_2 = iR_0$, $x_3 = \Delta e_{\Pi}$ - отклонения соответственно э.д.с. двигателя, напряжения, пропорционального току цепи якоря и э.д.с. преобразователя от их значений при идеальном холостом ходе.

Чтобы рассматривать переходный процесс как свободное движение с различными ненулевыми начальными условиями, перенесем начало координат в точку, соответствующую $t = \infty$, $x_{1\infty} = -F \nu_c$; $x_{2\infty} = F$; $x_{3\infty} = F(1 - \nu_c)$, где ν_c - относительное статическое отклонение скорости двигателя в установившемся режиме от скорости идеального холостого хода [1]. Тогда движение объекта в новых координатах после ряда преобразований будет описываться следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2; \\ \dot{z}_2 &= z_3; \\ \dot{z}_3 &= -\beta_{31}z_1 - \beta_{32}z_2 - \beta_{33}z_3 + m' U',\end{aligned}\quad (6)$$

где $z_1 = x_1 + \nu_c F$; $z_2 = b_{12}(x_2 - F)$; $z_3 = b_{12} \cdot b_{21}(-x_1 - x_2 + x_3)$;

$$\begin{aligned}\beta_{31} &= b_{12} \cdot b_{21} \cdot b_{33}; \quad \beta_{32} = b_{12} \cdot b_{21} \left(1 + \frac{b_{33}}{b_{12}}\right); \\ \beta_{33} &= b_{21} \left(1 + \frac{b_{33}}{b_{21}}\right); \quad m' = b_{12} \cdot b_{21} \cdot m; \quad U' = U - F \frac{1 - \nu_c}{\beta_{\Pi}}.\end{aligned}\quad (7)$$

Структурная схема объекта в новых координатах в соответствии с (6) показана на рис. 2.

Алгоритм управления при регулировании по отклонению, найденный на основании минимизации функционала (2) с учетом ограничения (3) и обозначений (7), имеет вид [1] :

$$U = - (K_1 x_1 + K_2 x_2 + K_3 x_3), \quad (8)$$

где $K_1 = m'A_{13}$; $K_2 = m'A_{23}$; $K_3 = m'A_{33}$ - коэффициенты усиления регулятора (рис.1), которые определяются коэффициентами квадратичной формы A_{13} , A_{23} , A_{33} , получа-

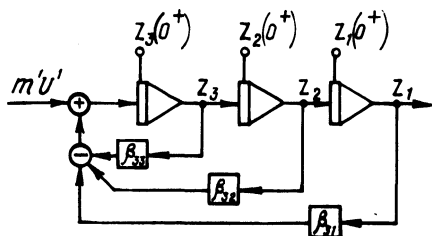


Рис. 2. Схема объекта регулирования в переменных состояниях.

емыми при решении системы шести (в общем случае $\frac{n(n+1)}{2}$)

нелинейных алгебраических уравнений при помощи ЦВМ [3] при известных весовых множителях функционала (2).

Рассмотрим общую постановку задачи определения весовых множителей функционала (2).

Для фазовых координат z_i (рис. 2) функционал (2) можно рассматривать как оценку приближения переходного процесса в оптимальной САУ к экстремали, определяемой решением дифференциального уравнения

$$a_0 z^{n-1} + a_1 z^{n-2} + \dots + a_{n-2} z + a_{n-1} = 0, \quad (9)$$

где $a_0 = \sqrt{\lambda_n}$; $a_1 = \sqrt{\lambda_{n-1}}$; ...; $a_{n-1} = \sqrt{\lambda_1}$.

Таким образом, задавшись желаемым качеством переходного процесса (экстремалью) (колебательностью, перерегулированием, быстродействием), а также ограничениями фазовых координат и статической ошибкой ν_c , можно определить по формулам Виета коэффициенты уравнения (9) и, следовательно, весовые множители λ_i функционала (2).

Следует иметь в виду, что для правильного решения задачи необходимо, чтобы весовые множители, являющиеся коэффициентами диагональной матрицы $L = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]$, удовлетворяли также условию Сильвестра, что в данном случае эквивалентно их определенной положительности.

Характеристическое уравнение для (9) преобразуем к виду

$$p^{n-1} + B_1 \Omega p^{n-2} + \dots + B_{n-1} \Omega^{n-2} p + \Omega^{n-1} = 0, \quad (10)$$

где $\Omega = + \sqrt[n-1]{\frac{a_{n-1}}{a_0}} = + \sqrt[n-1]{\prod_{i=1}^{n-1} |p_i|}$ - среднегеометрический

корень;

$$B_k = \frac{a_k}{a_0} \Omega^{-k}; \quad a_{n-1} = \frac{1}{\sqrt{c}}.$$

Очевидно, уравнению (10) соответствует переходный процесс, построенный для безразмерного времени $t = \Omega t_p$.

Потребуем, чтобы: 1) переходный процесс имел максимальное быстродействие при перерегулировании менее 5%; 2) производная тока по времени была ограничена допустимым по условиям коммутации в двигателе значением a .

Первому условию соответствуют корни комплексные, не кратные, с равными вещественными частями α , мнимые части которых γ образуют арифметическую прогрессию с разностью γ , т.е. $(\frac{\alpha}{\gamma}) = 1; 1,45; 0,79; 1,5, \dots$ соответственно при $n = 3; 4; 5; 6$ (при четном n имеет место один действительный корень, по модулю равный α).

Второе условие можно записать в виде:

$$\frac{1}{a} \leq t_M, \quad (11)$$

где t_M - время, при котором ток главной цепи достигнет статического тока нагрузки, что соответствует $(\frac{de}{dt}) = 0$, или

в новых координатах $(\frac{dz_1}{dt}) = 0$. Тогда

$$\Omega = (\Omega t_p) / t_M. \quad (12)$$

Таблица 1

n	t_p	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6
3	$\frac{0,66}{a}$	$1/\nu_c^2$	$9,83 \cdot 10^{-2} \frac{\lambda_1}{a^2}$	$2,71 \cdot 10^{-3} \frac{\lambda_2}{a^2}$			
4	$\frac{1}{a}$	$1/\nu_c^2$	$2,95 \cdot 10^{-1} \frac{\lambda_1}{a^2}$	$3,81 \cdot 10^{-2} \frac{\lambda_2}{a^2}$	$3,62 \cdot 10^{-3} \frac{\lambda_3}{a^2}$		
5	$\frac{0,742}{a}$	$1/\nu_c^2$	$2,04 \cdot 10^{-1} \frac{\lambda_1}{a^2}$	$4,79 \cdot 10^{-2} \frac{\lambda_2}{a^2}$	$2,49 \cdot 10^{-3} \frac{\lambda_3}{a^2}$	$1,84 \cdot 10^{-4} \frac{\lambda_4}{a^2}$	
6	$\frac{1}{a}$	$1/\nu_c^2$	$4,08 \cdot 10^{-1} \frac{\lambda_1}{a^2}$	$6,92 \cdot 10^{-2} \frac{\lambda_2}{a^2}$	$1,18 \cdot 10^{-2} \frac{\lambda_3}{a^2}$	$4,74 \cdot 10^{-4} \frac{\lambda_4}{a^2}$	$5,82 \cdot 10^{-5} \frac{\lambda_5}{a^2}$

В табл. 1 приведены весовые множители функционала (2), рассчитанные в соответствии с изложенной методикой (коэффициент демпфирования принят равным $\xi_s = 0,75$, что соответствует переходному процессу, близкому к техническому оптимуму, при котором $\xi_s = 0,707$) на основе стандартных переходных характеристик [5].

Таким образом, изложенный метод выбора функционала и расчета его весовых множителей позволяет однозначно решить задачу аналитического конструирования линейных регуляторов для систем стабилизации частоты вращения электропривода.

Л и т е р а т у р а

1. Анхимюк В.Л. Применение метода динамического программирования к построению систем стабилизации скорости электропривода. – Изв. вузов. Сер. Электромеханика, 1975, №9.
2. Литовченко И.А. К изопериметрической задаче аналитического конструирования оптимального регулятора. – В сб.: Автоматика и телемеханика, т. XXII, 1961, №12.
3. Анхимюк В.Л., Опейко О.Ф., Новицкая В.А. Понижение чувствительности систем управления электроприводом к вариациям параметров объекта. – В сб.: Электроэнергетика. Минск: Высшейшая школа, 1974, вып.4.
4. Петров Ю.П. Вариационные методы теории оптимального управления. – Л.: Энергия, 1977.
5. Красовский Н.Н., Поспелов Г.С. Основы автоматки и технической кибернетики. – М.; Госэнергоиздат, 1962.