

репада температур по сечению заготовки, а также снижению окалинообразования и обезуглероживания стали.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саломатов В.В., Торлопов А.А. Лучисто-конвективный нагрев "тонких" тел с учетом переменности теплофизических характеристик // Изв. вузов СССР. Энергетика. – 1967. – № 8. – С. 139–141. 2. Бровкин Л.А., Крылова Л.С. К моделированию температурных полей тел с переменными коэффициентами // Изв. вузов СССР. Черная металлургия. – 1984. – № 1. – С. 149–152. 3. Лыков А.В. Методы решения нелинейных уравнений нестационарной теплопроводности // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1970. – № 5. – С. 109–150. 4. Способы расчета лучистого нагрева массивных тел / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Малевич, Д.Г. Седяко и др. ВИНТИ № 5988-85. Деп. 5. Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике / Под ред. Б.Е. Неймарк. – М.; Л.: Энергия, 1967. – 239 с.

УДК 669.017.3:681.5.01

И.А. КИЛИМНИК, Ю.А. МАЛЕВИЧ, канд. техн. наук (БПИ),
Ю.А. САМОЙЛОВИЧ, д-р техн. наук (ВНИИМТ)

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ РАСПЛАВА В ДВУХФАЗНОЙ ЗОНЕ ЗАТВЕРДЕВАЮЩЕГО СЛИТКА

При затвердевании промышленных стальных слитков образуется масса дендритных (древовидных) кристаллитов, смесь которых с маточным расплавом представляет собой двухфазную зону, полностью отделяющую отвердевшую часть слитка (твердую корку) от его жидкого ядра. Двухфазная зона слитка – это капиллярно-пористая среда с диаметром каналов между дендритными ветвями от десятых долей миллиметра до нескольких миллиметров.

Предполагается, что маточный расплав перемещается среди дендритных ветвей со скоростями, значительно превышающими скорость молекулярной диффузии. Главным признаком достаточно интенсивного движения жидкости в двухфазной зоне является наличие в полностью отвердевшем и остывшем слитке макроскопических зон химической неоднородности, к которым относятся скопления сульфидов железа, избыточное содержание основных компонентов стали, т. е. углерода, хрома, кремния. Несложные подсчеты показывают, что формирование макроскопических зон химической неоднородности путем молекулярной диффузии происходит за время, в десятки тысяч раз превышающее время затвердевания слитков. Поэтому основной причиной возникновения зональной сегрегации в непрерывных слитках следует считать конвективную диффузию примесей и легирующих компонентов сплава, обусловленную в свою очередь перемещением жидких масс в междендритном пространстве. Такое перемещение жидкости основывается на перепадах давления на разных участках двухфазной зоны. Неоднородность поля давления в двухфазной зоне слитка вызывается следующими причинами:

- 1) механическим воздействием на слиток механизмов литейной машины (например, опорных роликов в машине непрерывного литья стали);
- 2) газовой выделением внутри двухфазной зоны, что наиболее характерно для затвердевающих слитков кипящей стали;

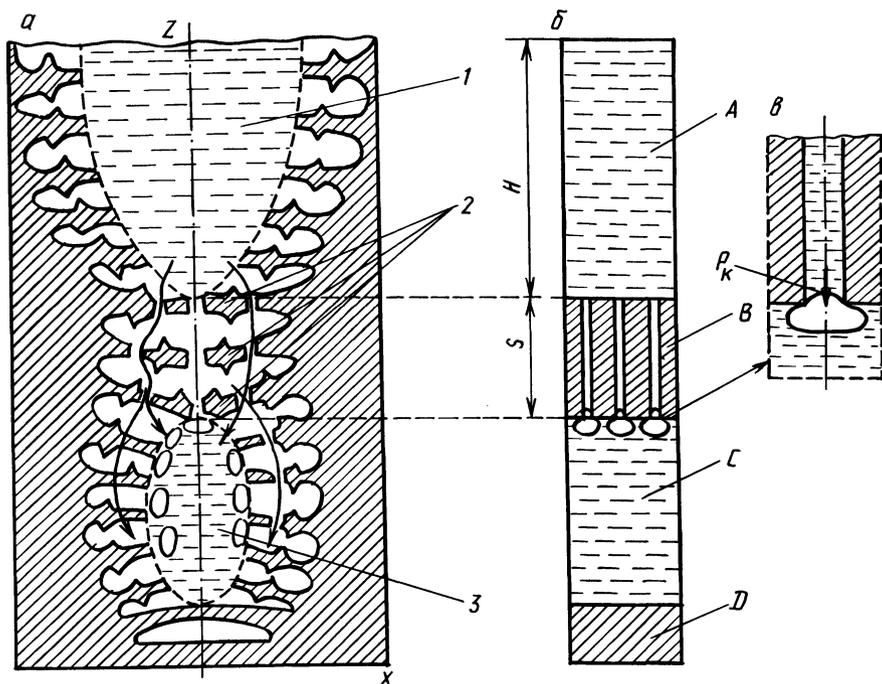


Рис. 1. Схема возникновения усадочной полости при образовании "моста" столбчатых кристаллов:

a – в жидком ядре слитка; *б* – фильтрации расплава через "мост"; *в* – капиллярного эффекта.

3) уменьшением давления на участках двухфазной зоны, вызванным усадкой металла при переходе его из жидкого состояния в твердое (для железа коэффициент объемной усадки составляет 3,2 %);

4) ферростатическим давлением столба жидкой стали, которое отсчитывается от затвердевающей зоны слитка до уровня свободной поверхности жидкой фазы;

5) капиллярным давлением, возникающим на границе раздела фаз газ–расплав–кристаллы в междендритных капиллярах.

Рассмотрим участок двухфазной зоны в центральной части слитка (рис.1), характерный для стальных слитков при непрерывном литье.

На рис. 1, *a* изображено отделение жидкого ядра слитка 1 от замкнутого объема усадочной полости 3 группой столбчатых кристаллов, образующих "мост" 2: по тонким капиллярам жидкость проникает (как показано стрелками) через пористую массу "моста" в усадочную полость. Если гидродинамическое сопротивление "моста" достаточно велико, то в усадочной полости возникает дефицит питания, вследствие чего возможно образование пористости.

Попытаемся дать математическую формулировку задачи о движении расплава через "мост" столбчатых кристаллов под влиянием ферростатического давления, а также с учетом капиллярного эффекта и давления газов в порах

усадочной зоны. Как известно, зависимость между скоростью фильтрации жидкости в пористой среде и пьезометрическим напором $h = z + (p/(\rho g))$ выражается формулой Дарси [1]

$$\vec{v} = -k \text{grad} h ,$$

где k – коэффициент фильтрации, зависящий от вязкости жидкости и структуры пористого фильтра; \vec{v} – удельная расходная скорость, т. е. объем жидкости, протекающей в единицу времени через единицу площади поперечного сечения фильтра.

Уравнение неразрывности сжимаемой жидкости при ее движении в пористой среде имеет вид

$$\frac{\partial \rho^m}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (1)$$

где m – пористость, т. е. объемная доля пустот, заполненных жидкостью; $\rho = \rho_L$ – массовая плотность жидкой фазы. Расплавленные металлы можно считать слабо сжимаемыми жидкостями и принять, что

$$\rho = \rho_0 [1 + (p - p_0)/A] ,$$

где A – модуль объемного сжатия; p – локальное давление. По справочным данным [2], модуль A для большинства металлов составляет $10^6 \dots 10^7$ Ат; в частности, для железа $A = 1,715 \cdot 10^6$ Ат = $1,738 \cdot 10^{11}$ Н/м².

Принимая $m = \text{const}$ и

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = (\rho_0/A) \frac{\partial p}{\partial t} ,$$

а также учитывая закон Дарси, приводим уравнение (1) к виду

$$\rho_0 m/A \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right) = \text{div}(k \rho \text{grad} h) . \quad (2)$$

Поскольку $p = \rho_0 g (h - z)$ и $\partial p/\partial t = \rho_0 g \partial h/\partial t$, запишем уравнение (2) в виде

$$\rho_0^2 g m/A \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right) = \text{div}(k \rho \text{grad} h)$$

или, пренебрегая различием между ρ и ρ_0 в правой части уравнения, получим:

$$\rho_0 g m/A \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right) = \text{div}(k \text{grad} h) . \quad (3)$$

Если принять $k = \text{const}$, то уравнение (3) приводится к каноническому виду:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \alpha \text{div}(\text{grad} h) , \quad (4)$$

где

$$\alpha = Ak/(\rho_0 g m) . \quad (5)$$

Коэффициент α принято называть пьезопроводностью пористой среды; его размерность м²/с.

Введем коэффициент проницаемости k_0 и выразим коэффициент фильтрации k через k_0 по формуле [3]:

$$k = k_0 \rho_0 g / \mu , \quad (6)$$

где μ – коэффициент динамической вязкости жидкой фазы.

Эксперименты, проведенные с целью определения коэффициента проницаемости дендритной сетки [4, 5], показали, что $k_0 = \gamma m^2$.

В свою очередь

$$\gamma = (24n \pi C_0^3)^{-1} ,$$

где n – число капилляров на единицу площади сечения фильтра; C_0 – коэффициент извилистости капилляров, равный 4, 5. Соответственно, выражение (6) для коэффициентов фильтрации примет вид

$$k = (\rho_0 g m^2) / (24\mu n \pi C_0^3) . \quad (7)$$

Пьезопроводность материала α с учетом формул (5) и (7) будет равна $\alpha_0 m$. Здесь $\alpha_0 = (A l_1 l_2) / (24\mu \pi C_0^3)$. Принято $n = (l_1 l_2)^{-1}$; l_1 и l_2 – расстояния первого и второго порядков между осями дендритов.

Например, для двухфазной зоны затвердевающего стального слитка μ можно принять равным $5,4 \cdot 10^{-3}$ Па·с; $A = 1,738 \cdot 10^{11}$ Н/м²; $l_1 = 0,6 \cdot 10^{-3}$ м; $l_2 = 10^{-4}$ м, тогда $\alpha_0 = 1,738 \cdot 10^{11} \cdot 0,6 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4} : (24,5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \pi \cdot 4,5^3) = 281$, т. е. $\alpha_0 = 281$ м²/с и $\alpha = 281 m$ (м²/с). Дополняя уравнение параболического типа в частных производных (4) соответствующими краевыми условиями, можно определить поле давлений (затем и поле скоростей жидкой фазы) в двухфазной зоне слитка.

Рассмотрим задачу о поле давлений в "мосте" столбчатых кристаллов, показанном на рис. 1. Ограничиваясь пространственной координатой z , перепишем уравнение (4) в виде

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} .$$

Или, учитывая, что $p = \rho_0 g (h - z)$ и $\frac{\partial p}{\partial t} = \rho_0 g \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \rho_0 g \frac{\partial^2 h}{\partial z^2}$, получим:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} . \quad (8)$$

Дополним уравнение (8) краевыми условиями:

$$p = p_1(t) = p_* - p_k \quad (z = 0); \quad (9)$$

$$p = p_2(t) = \rho_0 g H \quad (z = s); \quad (10)$$

$$p = p_0 \quad (t = 0). \quad (11)$$

Введем новые переменные: $\tau = \int_0^t \alpha dt' / s^2$, $x = z/s$.

Тогда уравнения (8)...(11) примут вид:

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}; \quad (12)$$

$$p = p_1 = p_* - p_k \quad (x = 0); \quad (13)$$

$$p = p_2 = \rho_0 gH \quad (x = 1); \quad (14)$$

$$p = p_0 \quad (\tau = 0). \quad (15)$$

Здесь p_* и p_k – давление соответственно газов и капиллярное давление в нижней плоскости "моста"; p_2 – ферростатическое давление на верхней плоскости "моста", равное $\rho_0 gH$ (H – расстояние до свободной поверхности расплава). Решение задачи (12) ... (15) имеет вид [6]

$$p(x, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} 2 \sin(n\pi x) l^{-n^2 \pi^2 \tau} \left\{ \int_0^1 p_0 \sin(n\pi x) dx + n\pi \int_0^{\tau} [p_1(\tau') - (-1)^n p_2] \exp(n^2 \pi^2 \tau') d\tau' \right\}.$$

Примем $p_2 = \rho_0 gH = \text{const}$, $p_* = \text{const}$ и $p_k = 2\sigma_{12}/r$, где r – радиус капилляров, равный $r_0(1 - \eta\tau)$.

После несложных преобразований можно получить:

$$p(x, \tau) = \rho_0 gH + p_*(1 - x) - p_{k0} \left[\frac{1-x}{1-\eta\tau} - \frac{\eta(x^3 - 3x^2 + 2x)}{6(1-\eta\tau)^2} + \frac{2\eta^2}{(1-\eta\tau)^3} \left(\frac{x}{45} - \frac{x^3}{18} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^5}{120} \right) - \dots \right].$$

Найдем выражение расхода жидкой фазы через "мост":

$$q = f_0 \omega = \frac{f_0 k_0}{m\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=0} = \frac{f_0 k_0}{sm\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0}, \quad (16)$$

где ω – средняя скорость движения (фильтрации) расплава; f_0 – площадь поперечного сечения "моста". Принимая $k_0 = \gamma m^2 = m^2 l_1 l_2 / (24\pi C_0^3)$ и $Q = f_0 l_1 l_2 / (24\mu s \pi C_0^3)$, приводим выражение (16) к виду

$$q(t) = mQ \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0}.$$

Или с учетом решения (15)

$$q(\tau) \cong mQ [\rho_0 gH - p_* + (p_{k0}) / (1 - \eta\tau)],$$

где $p_{k0} = 2\sigma_{12}/r_0$; σ_{12} – удельная поверхностная энергия на границе раздела газ–жидкость–кристаллы. Из приведенного выражения следует, что расход фильтрата в усадочную полость тем больше, чем выше ферростатическое и капиллярное давление; выделение же газов в усадочной полости создает противодействие, препятствующее фильтрации расплава через "мост" столбчатых кристаллов.

Подсчитаем скорость фильтрации расплава через сетку дендритов под влиянием ферростатического давления столба жидкой стали высотой 5 м: $\omega = q/f$. При этом примем $m = 0,25$; $l_1 = 0,6 \cdot 10^{-3}$ м; $l_2 = 10^{-4}$ м; $\rho_0 = 7050$ кг/м³; $H = 5$ м; $g = 9,81$ м/с²; $s = 0,05$ м; $\mu = 5,4 \cdot 10^{-3}$ Па·с; $p_* = p_k = 0$, получим:

$$\omega = \frac{ml_1 l_2}{24s\mu\pi C_0^3} \rho_0 g H \cong 0,0028 \text{ м/с.}$$

Отметим, что при $\sigma_{12} = 1100$ МН/м² и $r_0 = 10^{-4}$ м капиллярное давление p_{k0} составит 0,22 ат (σ_{12}/r_0), тогда как ферростатическое давление столба жидкой стали высотой 5 м составляет примерно 3,46 ат.

Давление молекулярного водорода в порах стального слитка зависит от исходного содержания водорода в расплаве. Соответствующие подсчеты показывают [7], что если исходное содержание водорода в стали равно 8 ... 9 см³/100 г, то давление газа в порах достигает 1 ат и может уравновесить ферростатическое давление столба жидкой стали высотой 1,43 м.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коллинз Р. Течения жидкостей через пористые материалы. — М.: Мир, 1964. — 350 с.
2. Справочник физических констант горных пород. — М.: Мир, 1969. — 544 с.
3. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. — 2-е изд. — М.: Наука, 1974. — 664 с.
4. P i w o n k a T.S., F l e m i n g s M.C. — Trans. of the Met. Soc. of A Y M E, 1966, v. 236. — P. 1157—1165.
5. A p e l i a n D., H e m i n g s M.C., M e h r a b i a n R. — Metal. Trans., 1974, v. 5.—P. 2533—2537.
6. К а р с л о у Г., Е г е р Дж. Теплопроводность твердых тел. — М.: Наука, 1964. — 488 с.
7. С а м о й л о в и ч Ю.А. Формирование слитка. — М.: Металлургия, 1977. — 160 с.

УДК 621.762:669-158.81

А.С. КАЛИНИЧЕНКО, Э.А. ГУРВИЧ,
Н.П. ЖМАКИН, канд-ты техн. наук,
М.А. АНТОНЕВИЧ (БПИ)

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ЗАКАЛКИ ИЗ РАСПЛАВА НА СКОРОСТЬ ОХЛАЖДЕНИЯ ТОНКОЙ ЗАГОТОВКИ

Одним из перспективных методов получения материалов с высокими эксплуатационными свойствами является процесс закалки из жидкого состояния [1, 2]. Высокие скорости охлаждения (более 10³ К/с) способствуют формированию структуры при неравновесных условиях. Возникающие при этом значительные переохлаждения перед кристаллизацией создают возможности для достижения высоких степеней пересыщения твердых растворов, фиксации метастабильных фаз и в пределе — аморфного состояния. Для создания промышленной технологии необходимо определить условия процесса, при которых обеспечивается оптимальная скорость охлаждения расплава.

Существуют аналитические решения задачи охлаждения расплава в процессе закалки из жидкого состояния [1, 3—5]. Однако необходимость введения