УДК 681.51.015

Г.Т. КУЛАКОВ, канд. техн. наук (БПИ)

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

При построении оптимальных систем автоматического регулирования теплоэнергетических процессов необходимо учитывать как детерминированные, так и вероятностные возмущения, действующие на объекты.

В нашей работе предлагается метод синтеза оптимальных алгоритмов регулирования для объектов с большим запаздыванием, позволяющий определять структуру и параметры динамической настройки для обоих видов возмущающих воздействий.

Для оценки качества регулирования в многомерной системе используется обычно матричная переходная характеристика, каждый элемент которой представляет собой временную характеристику процесса по i-му выходному параметру объекта, вызванному ступенчатым изменением i-го входа системы [1].

Используя теорию автономного регулирования, любую многомерную систему можно привести к одномерной. В качестве показателя оптимальности в этом случае для объектов с запаздыванием можно принять обобщенную интегральную квадратичную оценку:

$$I = \int\limits_{t=\tau}^{\infty} [\epsilon^2(t) + T^2_{зд}(\frac{d\epsilon(t)}{dt})^2]\, dt\,, \tag{1}$$

где τ – время запаздывания i-го выхода по каналу регулирующего воздействия; $\epsilon(t)$ – ошибка регулирования; $d\epsilon(t)/dt$ – производная ошибки регулирования; $T_{зд}$ – заданное значение постоянной времени экстремали функционала (1).

При $t \geqslant \tau$ функционал (1) достигает минимума, если $\epsilon(t)$ является решением уравнения

$$T_{зд}\frac{d\epsilon(t)}{dt} + \epsilon(t) = 0 \quad (t \geqslant \tau)\,,$$

и начальном условии $\epsilon(t) = \epsilon(0)$, т. е. когда

$$\bar{\epsilon}(t-\tau) = \epsilon(0)\exp[-(t-\tau)/T_{зд}]\,. \tag{2}$$

Экстремаль функционала (1), представленного в виде (2), соответствует следующей передаточной функции системы по задающему воздействию:

$$H_{зд}(P) = e^{-\tau P}/(T_{зд}P+1). \tag{3}$$

Примем в качестве исходной для синтеза оптимальных алгоритмов регулирования передаточную функцию объекта с запаздыванием в виде

$$H_{об}(P) = H_0(P)e^{-\tau P}\,, \tag{4}$$

где $H_0(P)$ – передаточная функция объекта без запаздывания.

Тогда, подставив правые части уравнений (3) и (4) в выражение оптимальной передаточной функции регулятора, приведенное в [2] ,

$$H_{р}(P) = \frac{H_{зд}(P)}{H_{об}(P)\,[1 - H_{зд}(P)]}, \tag{5}$$

получим:

$$H_{р}(P) = 1/H_{0}(P)\,(1 - e^{-\tau P} + T_{зд}P). \tag{6}$$

Полученная таким образом передаточная функция регулятора (6) позволяет определять структуру и параметры оптимальной динамической настройки как для детерминированных, так и для случайных воздействий.

Затем уравнение (6) представим в виде

$$H_{р}(P) = \frac{1}{H_{0}(P)}\;\frac{1}{\left(1 - \dfrac{e^{-\tau P}}{T_{зд}P+1}\right)(T_{зд}P+1)}. \tag{7}$$

Так как сомножитель $\left(1 - \dfrac{e^{-\tau P}}{T_{зд}P + 1}\right)$ знаменателя (7) в соответствии с [3] можно привести к виду

$$1 - \frac{e^{-\tau P}}{T_{зд}P+1} \approx \frac{(T_{зд} + \tau)P}{\left(\dfrac{0{,}5\tau}{T_{зд}/\tau+1}P+1\right)(T_{зд}P+1)}, \tag{8}$$

то уравнение (7) с учетом (8) будет следующим:

$$H_{р}(P) = \frac{\dfrac{0{,}5\tau}{(T_{зд}/\tau + 1)}P + 1}{H_{0}(P)\,(T_{зд}+\tau)P}. \tag{9}$$

Заменив в выражении (9) передаточную функцию $H_{0}(P)$ различными ее аппроксимирующими моделями, получим типовые алгоритмы регулирования промышленных объектов.

Так, если модель объекта аппроксимировать передаточной функцией вида

$$H_{об}(P) = \frac{k_{об}e^{-\tau P}}{T_{1}P+1}, \tag{10}$$

где $k_{об}$ – коэффициент усиления объекта; T_{1} – постоянная времени; τ – время запаздывания, то из формулы (9) с учетом (3) можно получить передаточную функцию оптимального ПИД регулятора:

$$H_{р}(P) = \frac{k_{р}(T_{и}P + 1)(T_{д}P+1)}{T_{и}P}, \tag{11}$$

где $k_р$ – коэффициент передачи регулятора; $T_и$ – его постоянная времени интегрирования; $T_д$ – его постоянная времени дифференцирования.

При этом параметры оптимальной динамической настройки регулятора (11) с учетом параметров передаточной функции (10) определяются по следующим выражениям:

$$k_р = \frac{T_1}{k_{од}(T_{зд} + \tau)}; \quad T_и = T_1; \quad T_д = \frac{0{,}5\tau}{T_{зд}/\tau + 1}. \qquad (12)$$

Если в качестве модели объекта принять передаточную функцию вида

$$H_{об}(P) = \frac{k_{об}}{T_1 P + 1},$$

то из уравнений (11) и (12) при условии, что $\tau = 0$, получим передаточную функцию ПИ-регулятора: $H_р(P) = \dfrac{k_р(T_и P + 1)}{T_и P}$. Здесь $k_р = T_1/k_{об} T_{зд}$ – коэффициент передачи регулятора; $T_и = T_1$ – постоянная времени интегрирования.

Если передаточная функция модели объекта имеет вид

$$H_{об}(P) = \frac{k_{об}}{(T_1 P + 1)(\sigma P + 1)}, \qquad (13)$$

где T_1 – бóльшая постоянная времени, а σ – меньшая постоянная времени передаточной функции объекта, то из формулы (9) получим передаточную функцию ПИД-регулятора в виде (11), параметры оптимальной динамической настройки которого определяются по следующим формулам:

$$k_р = \frac{T_1}{k_{об} T_{зд}}; \quad T_и = T_1; \quad T_д = \sigma.$$

Если при этом заданное значение постоянной времени экстремали функционала (1) $T_{зд}$ принять равным 2σ, то из формулы (9) с учетом (3) и (13) получим ПИД-алгоритм регулирования (11) с параметрами оптимальной динамической настройки, которые рассчитывают по следующим формулам:

$$k_р = \frac{T_1}{2k_{об}\sigma}; \quad T_и = T_1; \quad T_д = \sigma. \qquad (14)$$

Отметим, что параметры динамической настройки регулятора, полученные по формулам (14), совпадают с параметрами динамической настройки, определенными по методу полной компенсации большей постоянной времени передаточной функции объекта (13), который приведен в [3].

В табл. 1 представлены передаточные функции регуляторов, а также соответствующие каждому алгоритму регулирования передаточные функции аппроксимирующей модели объекта и формулы для определения параметров оптимальной динамической настройки.

Покажем, что формула (9) пригодна также для синтеза систем предельной

Таблица 1

Передаточные функции оптимальных алгоритмов регулирования для различных моделей объектов

Регулятор	Передаточная функция аппроксимирующей модели объекта $H_{об}(P)$	Передаточная функция регулятора $H_р(P)$	Соотношение между параметрами регулятора и модели объекта
ПИ	$\frac{k_{об}}{T_1P+1}$	$\frac{k_р(T_иP+1)}{T_иP}$	$k_р = \frac{T_1}{k_{об}T_{зд}}$; $T_и = T_1$
ПИД	$\frac{k_{об}}{(T_1P+1)(\sigma P+1)}$	$\frac{k_р(T_иP+1)(T_дP+1)}{T_иP}$	$k_р = \frac{T_1}{k_{об}T_{зд}}$; $T_и = T_1$; $T_д = \sigma$
ПИ	$k_{об}e^{-\tau P}$	$\frac{k_р(T_иP+1)}{T_иP}$	$k_р = \frac{0{,}5\tau}{k_{об}(T_{зд}+\tau)(T_{зд}/\tau+1)}$; $T_и = \frac{0{,}5}{T_{зд}/\tau+1}$
ПИД	$\frac{k_{об}e^{-\tau P}}{T_1P+1}$	$\frac{k_р(T_иP+1)(T_дP+1)}{T_иP}$	$k_р = \frac{T_1}{k_{об}(T_{зд}+\tau)}$; $T_и = T_1$; $T_д = \frac{0{,}5\tau}{T_{зд}/\tau+1}$
ПИДД	$\frac{k_{об}e^{-\tau P}}{(T_1P+1)(T_2P+1)}$	$\frac{k_р(T_иP+1)(T_{д1}P+1)(T_{д2}P+1)}{T_иP}$	$k_р = \frac{T_1}{k_{об}(T_{зд}+\tau)}$; $T_и = T_1$; $T_{д1} = T_2$; $T_{д2} = \frac{0{,}5\tau}{\frac{T_{зд}}{\tau}+1}$
ПД	$\frac{k_{об}}{P}e^{-\tau P}$	$k_р(1+T_дP)$	$k_р = \frac{1}{k_{об}(T_{зд}+\tau)}$; $T_д = \frac{0{,}5\tau}{T_{зд}/\tau+1}$
ПДД	$\frac{k_{об}e^{-\tau P}}{P(T_1P+1)}$	$k_р(1+T_{д1}P)(1+T_{д2}P)$	$k_р = \frac{1}{k_{об}(T_{зд}+\tau)}$; $T_{д1} = T_1$; $T_{д2} = \frac{0{,}5\tau}{T_{зд}/\tau+1}$

динамической точности, обеспечивающих минимальное значение среднеквадратичной ошибки регулирования при случайном возмущении, действующем на объект и представляющем собой белый шум.

Для этого применительно к передаточной функции объекта (10) проведем синтез оптимального алгоритма регулирования по критерию минимума среднеквадратичной ошибки регулирования по методике, приведенной в [4].

Однако в нашем случае функцию $e^{-\tau P}$ представим в виде ряда Пада, ограничившись в разложении приближением первого порядка:

$$e^{-\tau P} \approx \frac{1 - 0{,}5\tau P}{1 + 0{,}5\tau P}.$$

В результате синтеза получим передаточную функцию оптимального ПИД-регулятора со следующими параметрами динамической настройки:

$$k_{\text{р}} = \frac{T_1}{k_{\text{об}}\tau}\ ;\ T_{\text{и}} = T_1\ ;\ T_{\text{д}} = 0{,}5\tau\ . \qquad (15)$$

Полученные выражения (15) могут быть выведены также из формулы (12).

Таким образом, предложенный метод синтеза оптимальных алгоритмов регулирования для объектов с запаздыванием позволяет определять структуру и параметры оптимальной динамической настройки регуляторов (как при детерминированных, так и при случайных воздействиях), обеспечивающих заданное качество работы при малой априорной информации и свойствах входных воздействий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Солодовников В.В. О синтезе многомерных САР и проблеме грубости // Приборостроение. – 1984. – № 9. – С. 5–15. 2. Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем. – М.: Наука, 1977. – 560 с. 3. Кулаков Г.Т. Инженерные экспресс-методы расчета промышленных систем регулирования. – Минск: Выш. шк., 1984. – 198 с. 4. Ротач В.Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами: Учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 296 с.

УДК 621.165

А.Д. КАЧАН, канд. техн. наук,
ШТАЙН ЭКХАРД (БПИ)

К ВОПРОСУ ПЛАНИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СИСТЕМ ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЯ

С помощью системы планово-отчетных показателей характеризуются и оцениваются результаты работы энергопредприятий, регулируются их связи с энергообъединением и гарантируется соблюдение установленных народнохозяйственных пропорций каждым предприятием. Поэтому планирование технико-экономических показателей (ТЭП) систем энергоснабжения должно стимулировать предприятия к соблюдению надежного и качественного энергоснаб-