

лебаний с частотами, кратными фундаментальной частоте колебаний $f_p = 1/T_p$. Для этого достаточно разложить один период сигнала в ряд Фурье по тригонометрическим функциям с шагом по частоте, равным фундаментальной частоте колебаний $\Delta f = f_p$.

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L} \right); s(t) = \sum_{k=0}^K (a_k \cos 2\pi k \Delta f t + b_k \sin 2\pi k \Delta f t), \quad (1)$$

$$a_0 = \left(\frac{1}{T} \right) \int_0^T s(t) dt, \quad a_k = \left(\frac{1}{T} \right) \int_0^T s(t) \cos 2\pi k \Delta f t dt, \quad b_k = \left(\frac{1}{T} \right) \int_0^T s(t) \sin 2\pi k \Delta f t dt. \quad (2)$$

На практике в КТ применяют двумерное преобразование Радона, позволяющее восстанавливать многомерные функции по их интегральным характеристикам:

$$R(k, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, kx + b) dx, \quad (3)$$

где k – тангенс угла наклона относительно оси абсцисс прямой, вдоль которой проводится интегрирование, а b – координата пересечения прямой оси ординат. Преобразование Радона обладает важнейшим свойством обратимости, то есть оно предоставляет возможность восстанавливать исходную функцию по ее преобразованию Радона. Геометрически преобразование можно представить как интеграл от функции вдоль прямой, проведенной перпендикулярно вектору $\vec{n} = (\sin \alpha, \cos \alpha)$ и проходящей на расстоянии S от начала координат (рис. 1).

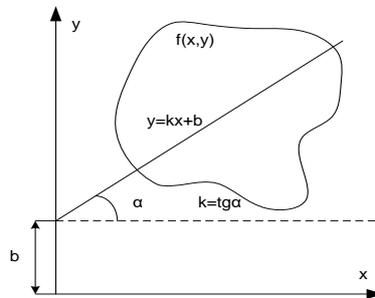


Рис. 1. Линейное преобразование Радона

Таким образом, благодаря интегральным преобразованиям стало возможным автоматически анализировать и преобразовывать физические данные, получаемые с датчиков, что открыло новые возможности в сфере приборостроения и компьютерной инженерии. Сама же компьютерная томография изменила методы диагностики и исследования онкологических и других опухолей в теле человека, а также заболеваний позвоночника и других частей скелета.

УДК 531

ЗАВИСИМОСТЬ УГЛА ОТРАЖЕНИЯ ОТ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ УПРУГОГО ШАРА

Студент гр. 10303123 Королецкий И. А.

Кандидат физ.-мат. наук, доцент Бобученко Д. С.

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

Получена модельная зависимость угла отражения упругого шара от угла падения при наличии вращения. Рассмотрим случай, показанный на рис. 1, когда шар радиуса R падает под углом θ_1 на горизонтальную поверхность со скоростью v_1 , и угловой скоростью ω_1 . Пусть v_{y1} – вертикальная составляющая скорости падающего шара, а v_{x1} – горизонтальная составляющая. Мяч отскакивает с вертикальной скоростью v_{y2} , горизонтальной скоростью v_{x2} и угловой скоростью ω_2 . Каждая из компонент скорости относится к скорости центра масс мяча. Поверхность неподвижна. В общем случае, динамика удара описывается уравнениями:

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \int_0^t (\vec{N} + \vec{F}) dt, \quad (1.1)$$

$$I\vec{\omega}_2 - I\vec{\omega}_1 = \int_0^t (\vec{M}_N + \vec{M}_F) dt, \quad (1.2)$$

где N, M_N – сила реакции опоры, момент силы реакции опоры; F, M_F – сила трения, ее момент; I – момент инерции шара. Общей теории удара, с учетом деформаций мяча, изменений видов силы трения, отсутствует. Во многих работах, например [1; 2], опираясь на эксперимент, ис-

пользуются различные приближения. В данной работе будем характеризовать отскок мяча радиуса R с помощью нормального коэффициента восстановления β_y и тангенциального коэффициента восстановления β_x , определяемых по формулам:

$$\beta_x = -\frac{(v_{x2} - R\omega_2)}{(v_{x1} - R\omega_1)}, \quad (2.1)$$

$$\beta_y = \frac{v_{y2}}{v_{y1}}. \quad (2.2)$$

Предположим, также выполнение закона сохранения момента импульса:

$$I\omega_1 + mRv_{x1} = I\omega_2 + mRv_{x2}. \quad (3)$$

Момент инерции шара $I = \alpha mR^2$. Тогда, формула (3) преобразуется к виду:

$$v_{x1} - v_{x2} = \alpha R(\omega_2 - \omega_1). \quad (4)$$

Из формул (2.1), (4) получаются выражения для скоростей шара после удара:

$$v_{x2} = v_{x1} \frac{1 - \alpha\beta_x}{1 + \alpha} + \alpha R\omega_1 \frac{1 + \beta_x}{1 + \alpha}, \quad (5.1)$$

$$\omega_2 = \frac{v_{x1}}{R} \frac{1 + \beta_x}{1 + \alpha} + \omega_1 \frac{\alpha - \beta_x}{1 + \alpha}. \quad (5.2)$$

Проводились расчеты для теннисного мяча толщиной 6 мм, радиусом $R = 3,35$ см, $\alpha = 0,55$, скорость $v_1 = 10$ м/с при различных коэффициентах восстановления, угловых скоростях вращения и углах падения θ_1 . Зависимость угла отражения от угла падения представлена на рис. 2, где 1 – при $R, \alpha = 0$; 2 – $\omega_1 = 0$; 3 – $\omega_1 = 30$ рад/с; 4 – $\omega_1 = 60$ рад/с.

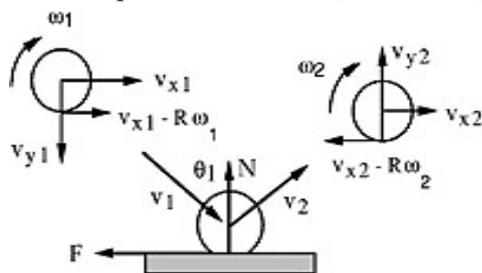


Рис. 1. Схематическое изображение падения шара

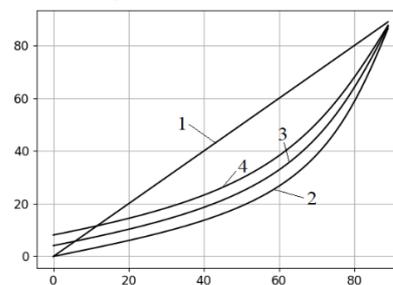


Рис. 2. Зависимость угла отражения от угла падения:
1 – при $R, \alpha = 0$; 2 – $\omega_1 = 0$; 3 – $\omega_1 = 30$ рад/с;
4 – $\omega_1 = 60$ рад/с

Литература

1. Cross, R. Grip-slip behavior of a bouncing ball / R. Cross // American Journal of Physics. – 2002. – Vol. 70, № 11. – С. 1093–1102.
2. Cross, R. Bounce of a spinning ball near normal incidence / R. Cross // American journal of physics. – 2005. – Vol. 73, № 10. – С. 914–920.

УДК 681

ОЦЕНКА РАДИУСА ПЯТНА КОНТАКТА СФЕРА–ПЛОСКОСТЬ ТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛОВ

Магистрант 61315023 Красневский Д. Ю

Кандидат техн. наук, доцент Ризноокая Н. Н.

Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

Трение и адгезия при контакте твердых тел накладывают серьезные ограничения на точность и конструкцию приборов. Особенно велико их влияние в микромеханических приборах [1]. Поэтому исследованиям взаимодействия твердых тел на микроучастках поверхности уделяется большое внимание. Для точной оценки параметров адгезии требуется оценить геометрические размеры контакта взаимодействующих тел.

Существует несколько подходов к определению радиуса пятна контакта a .

Наиболее распространенным способом оценки радиуса пятна контакта является теоретический расчет по формулам Герца. Для контакта сфера-плоскость твердых материалов: