

НАДЕЖНОСТЬ, ДИНАМИКА, ПРОЧНОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 539.3

Ю.М. ПЛЕСКАЧЕВСКИЙ, чл.-корр. НАН Беларуси, д-р техн. наук Белорусский национальный технический университет, г. Минск

Э.И. СТАРОВОЙТОВ, Д.В. ЛЕОНЕНКО, доктора физ.-мат. наук Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

ИЗГИБ УПРУГОЙ КРУГОВОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ В РАДИАЦИОННОМ ПОТОКЕ

Рассмотрен изгиб упругой круговой трехслойной несимметричной по толщине пластины равномерно распределенной нагрузкой при нейтронном облучении. Для описания кинематики пакета используются гипотезы ломаной линии. В тонких несущих слоях справедливы гипотезы Кирхгофа. В несжимаемом по толщине относительно толстом заполнителе выполняется гипотеза Тимошенко о прямолинейности и несжимаемости деформированной нормали. Учитывается работа заполнителя в тангенциальном направлении. Приведена постановка соответствующей краевой задачи. Уравнения равновесия получены вариационным методом Лагранжа. Решение краевой задачи сведено к нахождению трех искомых функций — прогиба, сдвига и радиального перемещения срединной плоскости заполнителя. Для этих функций получена неоднородная система обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Сформулированы граничные условия на контуре пластины. Аналитическое решение получено в функциях Бесселя. Проведен его параметрический анализ. Численные результаты получены для пластины, слои которой набраны из материалов Д16Т—фторопласт—Д16Т. Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию контура пластины. Показано, что воздействие нейтронного облучения приводит к росту объемной деформации и увеличению расчетных перемещений до 35 %.

Ключевые слова: трехслойная круговая пластина, упругость, нейтронный поток, параметрический анализ

Введение. Необходимость оценки прочностных характеристик металлополимерных конструкций, работающих в условиях комплексных внешних воздействий, требует создания соответствующих расчетных моделей для описания их деформирования при различных нагрузках, включая радиационные. Этой проблеме посвящен ряд публикаций. Свободные, вынужденные и нестационарные колебания в трехслойных пластинах и оболочках исследовались в работах [1-4]. Общая теория деформирования слоистых металлополимерных элементов конструкций разработана в монографии [5]. Изотермическое квазистатическое деформирование упругих и упругопластических трехслойных стержней, панелей и прямоугольных пластин при непрерывных, локальных и переменных нагрузках рассматривалось в статьях [6-13]. В публикациях [14-18] исследуется напряженно-деформированное состояние круговых трехслойных пластин с учетом пластических и физически нелинейных свойств материалов слоев, в случае сжимаемых и несжимаемых заполнителей. Поведение круговой трехслойной пластины при конечных деформациях рассмотрено в статье [19]. Термосиловому квазистатическому воздействию на упругие трехслойные стержни и пластины посвящены статьи [20, 21]. Деформирование трехслойных стержней в радиационном потоке исследовалось в статьях [22, 23].

Здесь приведена постановка и получено аналитическое решение краевой задачи об изгибе трехслойной упругой круговой пластины при нейтронном облучении. Численная апробация решения проведена для случая металлополимерного пакета пластины.

Постановка задачи. Внешние несущие слои несимметричной по толщине трехслойной круговой пластины предполагаются тонкими, толщиной $h_1 \neq h_2$. Для них принимаются гипотезы Кирхгофа о несжимаемости, прямолинейности и перпендикулярности деформированной нормали к срединной поверхности слоев. Заполнитель считается жестким, достаточно толстым $(h_3 = 2c)$. Для него справедлива гипотеза о прямолинейности и несжимаемости деформированной нормали, которая поворачивается относительно срединной поверхности на некоторый угол $\psi(r)$. Учтена работа заполнителя в тангенциальном направлении. Постановка задачи и ее решение проводится в цилиндрической системе координат r, ϕ , z. Срединная плоскость заполнителя принимается за координатную, ось z направлена перпендикулярно вверх, к первому слою.

Предполагается, что на внешнюю поверхность $z = c + h_1$ круговой трехслойной пластины воздействует равномерно распределенная нагрузка *q* и подводится *нейтронный поток* плотностью ϕ_0 = const в направлении, противоположном внешней нормали (рисунок 1).



Рисунок 1 — Расчетная схема

В силу симметрии нагрузки тангенциальные перемещения в слоях отсутствуют: $u_{\phi}^{(k)} = 0$ (k = 1, 2, 3 — номер слоя), а прогиб пластины w, относительный сдвиг в заполнителе ψ и радиальное перемещение координатной поверхности u не зависят от координаты ϕ . В дальнейшем эти функции w(r), u(r), $\psi(r)$ считаем искомыми. Все перемещения и линейные размеры пластины отнесены к ее радиусу r_0 . На контуре предполагается жесткая диафрагма, препятствующая относительному сдвигу слоев ($\psi = 0$ при $r = r_0$).

В результате радиационного облучения твердых тел появляется объемная деформация θ_I , изменяются механические характеристики материалов. Влияние нейтронного облучения на параметры упругости — модуль Юнга, коэффициент Пуассона и т. д. — незначительно и в дальнейшем не учитывается.

Согласно экспериментальным данным [24] при малых деформациях в линейном приближении можно считать, что изменение объема материала прямо пропорционально интегральному нейтронному потоку

$$\theta_{\mu} = B_{\nu} I_{\nu}(z), \tag{1}$$

где $I_k(z) = \varphi_k t$ — интегральный нейтронный поток в *k*-м слое; φ — интенсивность потока, нейтрон/(м²·с), дошедшего за время *t* к поверхности с координатой *z*; B_k — константа материала, получаемая из опыта.

Если на поверхность пластины $z = c + h_1$ параллельно оси *z* падают нейтроны с интенсивностью φ_0 , то интенсивность потока нейтронов, доходящих до плоскости, параллельной границе *z* = const, будет убывать по экспоненте [24]. В нашем случае в верхнем слое интенсивность потока нейтронов будет

$$\varphi_1(z) = \varphi_0 \exp(-\mu_1(h_1 + A - z)),$$
 (2)

где μ_1 — величина макроскопического эффективного сечения (1/см); σ_1 — эффективное сечение, отнесенное к одному ядру; n_0 — число ядер в 1 см³; A_0 — число Авогадро; ρ_1 — плотность; A_1 — атомный вес; нижний индекс — номер слоя, если другое не указано.

Для алюминия: $\sigma_1 = 0,21 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$, $A_0 = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$, плотность $\rho_1 = 2,7 \text{ г/см}^3$, $A_1 = 27$ а.е.м. Подставляя эти данные в (2), получим $\mu_1 = 1,26 \text{ м}^{-1}$. Отметим, что μ_1 обратна величине свободного пробега нейтронов, которая для быстрых нейтронов в алюминии $\lambda_1 = 14,1-15,9 \text{ см}$, в полиэтилене — 5,5–13,9 см. Следовательно, к моменту *t* через сечение *z* во внешнем слое пройдет интегральный поток

$$I_1(z,t) = \varphi_0 t \exp(-\mu_1 (A + h_1 - z)).$$
(3)

При $z = c + h_1$ величина $I_0 = \varphi_0 t$ дает суммарный поток нейтронов на единицу площади поверхности тела. В реакторах φ_0 имеет порядок $10^{17}-10^{18}$ нейтрон/(м²·c), а I_0 достигает значений $10^{23}-10^{27}$ нейтрон/м², причем θ_1 достигает значений порядка 0,1. Следовательно, в зависимости от энергии нейтронов и облучаемого материала величина *B* может быть порядка $10^{-28}-10^{-23}$ м²/нейтрон.

При z = c из (2) получим интенсивность нейтронного потока на границе первого слоя и заполнителя:

$$\varphi_{13} = \varphi_1(c) = \varphi_0 \exp(-\mu_1 h_1).$$
 (4)

В заполнителе интенсивность потока нейтронов на плоскости z = const и интегральный поток к моменту *t* будут равны:

$$\varphi_{3}(z) = \varphi_{13} \exp(-\mu_{3}(A-z));$$

$$I_{3}(z,t) = \varphi_{13}t \exp(-\mu_{3}(A-z)).$$
(5)

На границе z = -c заполнителя и второго (нижнего) несущего слоя из (5) получим интенсивность нейтронного потока:

$$\varphi_{32} = \varphi_3(-c) = \varphi_{13} \exp(-2\mu_3 c).$$
 (6)

В нижнем слое интенсивность потока нейтронов на плоскости z = const и интегральный поток к моменту *t* будут равны:

$$\phi_2(z) = \phi_{32} \exp(-\mu_3(-A-z));$$

$$I_2(z,t) = \phi_{32}t \exp(-\mu_3(-A-z)).$$
(7)

Следовательно, формулы (2)–(7) позволяют рассчитать интегральный нейтронный поток в слоях трехслойной пластины, который необходим для вычисления дополнительной объемной деформации (1).

Материалы слоев пластины в процессе деформирования проявляют упругие свойства. Для описания деформирования материала слоев используются следующие физические уравнения состояния, учитывающие радиационное изменение объема (1):

$$s_{\alpha}^{(k)} = 2G_{k} \vartheta_{\alpha}^{(k)}; \quad s_{r_{\alpha}}^{(3)} = 2G_{3} \vartheta_{r_{\alpha}}^{(3)}; \sigma^{(k)} = K_{k} (3\varepsilon^{(k)} - B_{k}I), \quad k = 1, 2, 3; \quad \alpha = r, \varphi,$$
(8)

где $s_{\alpha}^{(k)}$, $\mathfrak{P}_{\alpha}^{(k)}$ — девиаторные; $\sigma^{(k)}$, $\varepsilon^{(k)}$ — шаровые части тензоров напряжений и деформаций; G_k , K_k — модули сдвига и объемного деформирования; $s_{\tau_{\alpha}}^{(3)}$, $\mathfrak{P}_{\tau_{\alpha}}^{(3)}$ — касательное напряжение и сдвиговая деформация в заполнителе; I(z, t) — интегральный нейтронный поток, который к моменту t пройдет через сечение z; B_k — константы материалов, получаемые экспериментально.

При принятых кинематических гипотезах выражения для радиальных перемещений в слоях $u_r^{(k)}$ через искомые функции известны:

$$u_{r}^{(1)} = u + c\psi - zw_{,r}, \quad c \le z \le c + h; u_{r}^{(3)} = u + z\psi - zw_{,r}, \quad -c \le z \le c; u_{r}^{(2)} = u - c\psi - zw_{,r}, \quad -c - h_{2} \le z \le -c,$$
(9)

где *z* — координата рассматриваемого волокна; запятая в нижнем индексе — операция дифференцирования по следующей за ней координате.

Обобщенные внутренние усилия и моменты вводятся соотношениями:

$$T_{\alpha} \equiv \sum_{k=1}^{3} T_{\alpha}^{(k)} = \sum_{k=1}^{3} \int_{h_{k}} \sigma_{\alpha}^{(k)} dz;$$

$$M_{\alpha} \equiv \sum_{k=1}^{3} M_{\alpha}^{(k)} = \sum_{k=1}^{3} \int_{h_{k}} \sigma_{\alpha}^{(k)} z dz;$$

$$H_{\alpha} = M_{\alpha}^{(3)} + c \left(T_{\alpha}^{(1)} - T_{\alpha}^{(2)}\right); \quad Q = \int_{-\infty}^{c} \sigma_{r_{z}}^{(3)} dz,$$
(10)

где $\sigma_{\alpha}^{(k)}$, $\sigma_{rz}^{(k)}$ — компоненты тензора напряжений.

Система уравнений равновесия упругой трехслойной пластины в обобщенных усилиях (10) приведена в [5]. Она получена без использования уравнений связи напряжений и деформаций, поэтому она остается справедливой и в рассматриваемом случае:

$$T_{r},_{r} + \frac{1}{r}(T_{r} - T_{\varphi}) = 0; \quad H_{r},_{r} + \frac{1}{r}(H_{r} - H_{\varphi}) - Q = 0;$$

$$M_{r},_{rr} + \frac{1}{r}(2M_{r},_{r} - M_{\varphi},_{r}) = -q.$$
(11)

На границе пластины $r = r_0$ должны выполняться силовые граничные условия:

$$T_{r} = T_{r}^{0}; \quad H_{r} = H_{r}^{0}; \quad M_{r} = M_{r}^{0};$$

$$M_{r,r} + \frac{1}{r} (M_{r} - M_{\phi}) = Q^{0},$$
(12)

где T_0^r , M_0^r , Q_0 — известные усилия на контуре.

Решение краевой задачи. Выразим напряжения в формулах (10) через деформации с помощью закона Гука (8), а деформации — через перемещения (9) с помощью соотношений Коши [5]. В результате получим следующие выражения обобщенных внутренних усилий через искомые функции, учитывающие величину интегрального нейтронного потока в момент времени *t*:

$$T_{r} = \sum_{k=1}^{3} \left[h_{k} (K_{k}^{+}u_{,r} + \frac{u}{r}K_{k}^{-}) - K_{k}B_{k} \int_{h_{k}} I_{k} dz \right] + c(K_{1}^{+}h_{1} - K_{2}^{+}h_{2})\psi_{,r} + c(K_{1}^{-}h_{1} - K_{2}^{-}h_{2})\frac{\psi}{r} - \left[K_{1}^{+}h_{1} \left(c + \frac{h_{1}}{2} \right) - K_{2}^{+}h_{2} \left(c + \frac{h_{2}}{2} \right) \right] w_{,rr} - \left[K_{1}^{-}h_{1} \left(c + \frac{h_{1}}{2} \right) - K_{2}^{-}h_{2} \left(c + \frac{h_{2}}{2} \right) \right] \frac{w_{,r}}{r};$$

$$\begin{split} M_{r} &= \left[K_{1}^{+}h_{1}\left(c + \frac{h_{1}}{2}\right) - K_{2}^{+}h_{2}\left(c + \frac{h_{2}}{2}\right) \right] u_{,r} + \\ &+ \left[K_{1}^{-}h_{1}\left(c + \frac{h_{1}}{2}\right) - K_{2}^{-}h_{2}\left(c + \frac{h_{2}}{2}\right) \right] \frac{u}{r} + \\ &+ \left[cK_{1}^{+}h_{1}\left(c + \frac{h_{1}}{2}\right) + cK_{2}^{+}h_{2}\left(c + \frac{h_{2}}{2}\right) + \frac{2}{3}c^{3}K_{3}^{-} \right] \psi_{,r} + \\ &+ \left[cK_{1}^{-}h_{1}\left(c + \frac{h_{1}}{2}\right) + cK_{2}^{-}h_{2}\left(c + \frac{h_{2}}{2}\right) + \frac{2}{3}c^{3}K_{3}^{-} \right] \frac{\psi}{r} - \\ &- \left[K_{1}^{+}h_{1}\left(c^{2} + ch_{1} + \frac{h_{1}^{2}}{3}\right) + K_{2}^{+}h_{2}\left(c^{2} + ch_{2} + \frac{h_{2}^{2}}{3}\right) + \frac{2}{3}c^{3}K_{3}^{-} \right] \frac{w_{,r}}{r} - \\ &- \left[K_{1}^{-}h_{1}\left(c^{2} + ch_{1} + \frac{h_{1}^{2}}{3}\right) + K_{2}^{-}h_{2}\left(c^{2} + ch_{2} + \frac{h_{2}^{2}}{3}\right) + \frac{2}{3}c^{3}K_{3}^{-} \right] \frac{w_{,r}}{r} - \\ &- \left[K_{1}^{-}h_{1}\left(c^{2} + ch_{1} + \frac{h_{1}^{2}}{3}\right) + K_{2}^{-}h_{2}\left(c^{2} + ch_{2} + \frac{h_{2}^{2}}{3}\right) + \frac{2}{3}c^{3}K_{3}^{-} \right] \frac{w_{,r}}{r} - \\ &- \sum_{k=1}^{3}K_{k}B_{k}\int_{h_{k}}I_{k}z \, \mathrm{d}z; \\ Q = 2cG_{3}\psi; \quad K_{k} + \frac{4}{3}G_{k} \equiv K_{k}^{+}; \quad K_{k} - \frac{2}{3}G_{k} \equiv K_{k}^{-}. \end{split}$$

Соотношения для обобщенных усилий T_{ϕ} , M_{ϕ} следуют из (13), если в одноименных внутренних усилиях поменять местами параметры K_k^+ и K_k^- . Зависимость от величины интегрального нейтронного потока остается одинаковой.

Подставив полученные выражения внутренних усилий в уравнения (11) и проведя необходимые преобразования, получим систему дифференциальных уравнений равновесия для определения искомых функций w(r), u(r), $\psi(r)$ в задаче о деформировании трехслойной круговой пластины нейтронном потоке, формально совпадающую с приведенной в [5]. Следует отметить, что интегральный нейтронный поток в полученную систему явным образом входить не будет, т. к. производные от него по радиальной координате равны нулю, а в разностях обобщенных усилий в уравнениях (11) соответствующие слагаемые сокращаются. Решение системы следующее:

$$\psi = C_2 I_1(\beta r) + C_3 K_1(\beta r) - \frac{b_2 q}{4cb_3 G_3} r;$$

$$w = \frac{b_2}{b_3} \int \psi \, \mathrm{d}\, r + \frac{q}{64b_3} r^4 + \frac{1}{4} C_1 r^2 (\ln r - 1) + \qquad (14)$$

$$\frac{C_5 r^2}{4b_3} + C_6 \ln r + C_4; \quad u = \frac{a_3}{a_1} w_{,r} - \frac{a_2}{a_1} \psi + \frac{C_7 r}{2} + \frac{C_8}{r},$$

где $I_1(\beta r)$ — модифицированная функция Бесселя; $K_1(\beta r)$ — функция Макдональда;

+

$$\begin{aligned} a_{1} &= \sum_{k=1}^{3} h_{k} K_{k}^{+}; \ a_{2} = c(h_{1}K_{1}^{+} - h_{2}K_{2}^{+}); \\ a_{3} &= h_{1} \bigg(c + \frac{1}{2}h_{1} \bigg) K_{1}^{+} - h_{2} \bigg(c + \frac{1}{2}h_{2} \bigg) K_{2}^{+}; \\ a_{4} &= c^{2} \bigg(h_{1}K_{1}^{+} + h_{2}K_{2}^{+} + \frac{2}{3}cK_{3}^{+} \bigg); \\ a_{5} &= c \bigg[h_{1} \bigg(c + \frac{1}{2}h_{1} \bigg) K_{1}^{+} + h_{2} \bigg(c + \frac{1}{2}h_{2} \bigg) K_{2}^{+} + \frac{2}{3}c^{2}K_{3}^{+} \bigg]; \\ a_{6} &= h_{1} \bigg(c^{2} + ch_{1} + \frac{1}{3}h_{1}^{2} \bigg) K_{1}^{+} + h_{2} \bigg(c^{2} + ch_{2} + \frac{1}{3}h_{2}^{2} \bigg) K_{2}^{+} + \\ &\quad + \frac{2}{3}c^{3}K_{3}^{+}; \quad \beta^{2} &= \frac{2cb_{3}G_{3}}{b_{1}b_{3} - b_{2}^{2}}; \quad b_{1} &= \frac{a_{1}a_{4} - a_{2}^{2}}{a_{1}}; \\ &\qquad b_{2} &= \frac{a_{1}a_{5} - a_{2}a_{3}}{a_{1}}; \quad b_{3} &= \frac{a_{1}a_{6} - a_{3}^{2}}{a_{1}}. \end{aligned}$$

Из граничных условий интерес представляют те, в которых ограничения накладываются на внутренние усилия. В этом случае интегральный нейтронный поток входит в решение краевой задачи через константы интегрирования. Например, при шарнирном опирании контура пластины должны выполняться условия

 $u = \psi = w = M_r = 0 \text{ при } r = r_0. \tag{15}$

Подставив решение (14) в (15) и учитывая ограниченность перемещений в центре пластины, получим следующие константы интегрирования:

$$C_{1} = C_{3} = C_{6} = C_{8} = 0; \quad C_{2} = \frac{b_{2}q}{4cb_{3}G_{3}I_{1}(\beta r_{0})}r_{0};$$

$$C_{7} = -\frac{a_{3}}{a_{1}b_{3}}\left(\frac{qr_{0}^{2}}{8} + C_{5}\right);$$

$$C_{4} = -\frac{b_{2}^{2}qr_{0}}{4cb_{3}G_{3}}\left(\frac{I_{0}(\beta r_{0})}{\beta I_{1}(\beta r_{0})} - \frac{r_{0}}{2}\right) - \frac{q}{64b_{3}}r_{0}^{4} - \frac{C_{5}r_{0}^{2}}{4b_{3}}; \quad (16)$$

$$C_{5} = \frac{2b_{3}}{a_{6} + a_{7}}\left[a_{3}u_{,r}(r_{0}) + \left(a_{5} - \frac{a_{6}b_{2}}{b_{3}}\right)\psi_{,r}(r_{0}) - \frac{q}{16}(3a_{6} + a_{7}) - \sum_{k=1}^{3}K_{k}B_{k}\int_{b_{k}}I_{k}z\,\mathrm{d}z\right],$$

где

$$\psi_{2,r}(r_{0}) = \frac{b_{2}q}{4cb_{3}G_{3}} \left(\frac{\beta r_{0}I_{0}(\beta r_{0})}{I_{1}(\beta r_{0})} - 2 \right);$$
$$u_{2,r}(r_{0}) = \frac{a_{3}}{a_{1}a_{6} - a_{3}^{2}} \left[\left(a_{5} - \frac{a_{2}a_{6}}{a_{3}} \right) \psi_{2,r}(r_{0}) + \frac{q}{8} \right];$$
$$a_{7} = h_{1} \left(c^{2} + ch_{1} + \frac{h_{1}^{2}}{3} \right) K_{1}^{-} + h_{2} \left(c^{2} + ch_{2} + \frac{h_{2}^{2}}{3} \right) K_{2}^{-} + \frac{2}{3} c^{3} K_{3}^{-}.$$

Следовательно, соотношения (14), (16) дают аналитическое решение краевой задачи о деформировании круговой трехслойной пластины в нейтронном потоке.

Численные результаты получены для пакета Д16Т– фторопласт–Д16Т. Относительные толщины слоев: $h_1 = 0,02$; $h_2 = 0,06$; $h_3 = 0,4$. Механические параметры материалов слоев приведены в [25]. Также принималось: $B_1 = B_2 = B_3 = 10^{23} \text{ м}^2/$ нейтрон, что обеспечивает объемную деформацию в слоях рассматриваемой пластины порядка 3–3,5 %; для дюралюминия $\mu_1 = 1,26 \text{ см}$; для фторопласта $\mu_3 = 3,21 \text{ см.}$ Интенсивность равномерно распределенной нагрузки q = 1 МПа.

Рисунок 2 демонстрирует влияние интенсивности нейтронного потока на прогиб и относительный сдвиг в заполнителе упругой трехслойной пластины при шарнирно опертом контуре при облучении в течение часа нейтронным потоком φ (нейтрон/(м²·с)) различных интенсивностей: $1 - \varphi_1 = 0$; $2 - \varphi_2 = 10^{17}$; $3 - \varphi_3 = 10^{18}$. Воздействие нейтронного потока приводит к увеличению объемной деформации и соответствующему росту упругого расчетного прогиба примерно на 7 и 35 % соответственно. На относительный сдвиг облучение влияния не оказывает.

Заключение. Предложенная постановка краевой задачи и полученное решение уравнений равновесия позволяют исследовать напряженно-деформированное состояние упругих трехслойных круговых пластин при нейтронном облучении.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований.



Рисунок 2 — Прогиб (*a*) и относительный сдвиг (б) при нейтронном облучении

Список литературы

- Lugovoi, P.Z. Nonstationary Deformation of Longitudinally and Transversely Reinforced Cylindrical Shells on an Elastic Foundation / P.Z. Lugovoi, Yu.A. Meish // Int. Appl. Mech. – 2016. – 52, No. 1. – Pp. 62–72.
- Ivañez, I. The oblique impact response of composite sandwich plates / I. Ivañez [et al.] // Composite Structures. – 2015. – No. 133. – Pp. 1127–1136.
- Starovoitov, E.I. Resonant effects of local loads on circular sandwich plates on an elastic foundation / E.I. Starovoitov, D.V. Leonenko // International Applied Mechanics. – 2010. – Vol. 46, No. 1. – Pp. 86–93.
- Starovoitov, E.I. Vibration of circular sandwich plates under resonance loads / E.I. Starovoitov, D.V. Leonenko, A.V. Yarovaya // International Applied Mechanics. – 2003. – Vol. 39, No. 12. – Pp. 1458–1463.
- Плескачевский, Ю.М. Деформирование металлополимерных систем / Ю.М. Плескачевский, Э.И. Старовойтов, А.В. Яровая. — Минск: Бел. навука, 2004. — 342 с.
- Comparison of Bending Properties for Cellular Core Sandwich Panels / L. Yang [et al.] // Mater. Sci. Appl. – 2013. – Vol. 4, No. 8. – Pp. 471–477.
- Журавков, М.А. Нелинейное деформирование упругопластического трехслойного стержня локальной нагрузкой / М.А. Журавков, Э.И. Старовойтов, Д.В. Леоненко // Механика машин, механизмов и материалов. 2016. № 3(36). С. 71–79.
- Škec, L. Analysis of a geometrically exact multi-layer beam with a rigid interlayer connection / L. Škec, G. Jelenić // Acta Mechanica. – 2014. – Vol. 225, No. 2. – Pp. 523–541.
- Takele, K.T. Interfacial strain energy continuity assumption-based analysis of an orthotropic sandwich plate using a refined layer-by-layer theory / K.T. Takele // Mechanics of Composite Materials. 2018. Vol. 54, No. 3. Pp. 419–444.
- Lee, C.R. System parameters evaluation of flexibly supported laminated composite sandwich plates / C.R. Lee, S.J. Sun, T.Y. Kam // AIAA J. – 2007. – Vol. 45, No. 9. – Pp. 2312–2322.
- Zenkour, A.M. Bending Analysis of Functionally Graded Sandwich Plates under the Effect of Mechanical and Thermal Loads / A.M. Zenkour, N.A. Alghamdi // Mech. Adv. Mater. Struct. – 2010. – Vol. 17, No. 6. – Pp. 419–432.

- Yankovskii, A.P. Refined modeling of flexural deformation of layered plates with a regular structure made from nonlinear hereditary materials / A.P. Yankovskii // Mechanics of Composite Materials. – 2017. – Vol. 53, No. 6. – Pp. 1015–1042.
- Moskvitin, V.V. Deformation and variable loading of two-layer metal-polymer plates / V.V. Moskvitin, E.I. Starovoitov // Mechanics of Composite Materials. – 1985. – Vol. 21, No. 3. – Pp. 267–273. DOI: doi.org/10.1007/BF00611609.
- Xie, Z. An approximate solution to the plastic indentation of circular sandwich panels / Z. Xie // Mechanics of Composite Materials. – 2018. – Vol. 54, No. 2. – Pp. 361–370.
- Zadeh, H.V. Analytical bending analysis of a circular sandwich plate under distributed load / H.V. Zadeh , M. Tahani // International Journal of Recent Advances in Mechanical Engineering. – 2017. – Vol. 6, No.1. DOI: https://doi.org/10.14810/ ijmech.2017.6101.
- Старовойтов, Э.И. Нелинейное деформирование трехслойной пластины со сжимаемым заполнителем / Э.И. Старовойтов, Ю.В. Захарчук // Механика машин, механизмов и материалов. — 2019. — № 3(48). — С. 26–33.
- Плескачевский, Ю.М. Изотермическое локальное нагружение упругопластической трехслойной пластины / Ю.М. Плескачевский, Э.И. Старовойтов, Д.В. Леоненко // Механика машин, механизмов и материалов. — 2019. — № 4(49). — С. 32–39.
- Bending and Buckling of Circular Sandwich Plates with the Nonlinear Elastic Core Material /A. Kudin [et al.] // International Journal of Mechanical Engineering and Information Technology. – 2015. – Vol. 3, Iss. 08. – Pp. 1487–1493. DOI: https://doi.org/10.18535/ijmeit/v2i8.02

- Load-Carrying Capacity of Circular Sandwich Plates at Large Deflection // Zh. Wang [et al.] // Journal of Engineering Mechanics. — 2017. — Vol.143, No. 9. DOI: https://doi. org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001243.
- Старовойтов, Э.И. Деформирование трехслойного стержня в температурном поле / Э.И. Старовойтов, Д.В. Леоненко // Механика машин, механизмов и материалов. — 2013. — № 1(3). — С. 31–35.
- Старовойтов, Э.И. Термоупругое деформирование трехслойной круглой пластины поверхностными нагрузками различных форм / Э.И. Старовойтов, Д.В. Леоненко // Механика машин, механизмов и материалов. — 2018. — № 1(42). — С. 81–88.
- Старовойтов, Э.И. Переменный изгиб трехслойного стержня со сжимаемым заполнителем в нейтронном потоке / Э.И. Старовойтов, Д.В. Леоненко // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. — 2017. — Т. 17, Вып. 2. — С. 196—208. DOI: https://doi. org/10.18500/1816-9791-2017-17-2-196-208.
- Starovoitov, E.I. Deformation of a three-layer rod with a compressible core in a neutron flow // E.I. Starovoitov, D.V. Leonenko // International Applied Mechanics. 2020. Vol. 56, N
 N
 1. Pp. 81–91. DOI: https://doi.org/10.1007/s10778-020-00998-9.
- Ильюшин, А.А. Упругопластические деформации полых цилиндров / А.А. Ильюшин, П.М. Огибалов. — М.: Издво МГУ, 1960. — 224 с.
- Starovoitov, E.I. Description of the thermomechanical properties of some structural materials / E.I. Starovoitov // Strength of Materials. – 1988. – Vol. 20, No. 4. – Pp. 426–431.

Pleskachevskii Yu.M., Starovoitov E.I., Leonenko D.V. Bending of elastic circular three-layer plate in radiation flux

Поступила в редакцию 27.07.2020.

The bending of an elastic circular three-layer plate with asymmetric thickness is considered with a uniformly distributed load at neutron irradiation. To describe the kinematics of the package, broken line hypotheses are used. In thin bearing layers, the Kirchhoff hypotheses are true. The filler is no compressible through thickness and relatively thick so for its description the Timoshenko's hypothesis on the straightness and incompressibility of the deformed normal is used. The work of the filler at shear is taken into account. The formulation of a corresponding boundary value problem is given. The equilibrium equations are obtained by the Lagrange variational method. The solution to the boundary problem is narrowed down to finding the three required functions of the deflection, shear and radial displacements of the middle plane of the filler. For these functions, an inhomogeneous system of ordinary linear differential equations is obtained. Boundary conditions on the plate contour are formulated. The analytical solution is obtained in Bessel functions. Its parametric analysis is carried out. Numerical results are calculated for a plate with layers made from $\mathcal{A}16T$ (D16T)–fluoroplast– $\mathcal{A}16T$ (D16T) materials. The boundary conditions correspond to the hinge support of the plate contour. It is shown that the effect of neutron irradiation leads to an increase in volume deformation and an increase in calculated displacements up to 35 %.