

Ю. Е. Атаманов

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОСТИ КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА С РАЗЛИЧНЫМИ СХЕМАМИ ПРИВОДА ВЕДУЩИХ КОЛЕС

Практика эксплуатации колесных тракторов в народном хозяйстве настоятельно выдвигает требование улучшения их тяговых качеств. Оснащение тракторов четырьмя ведущими колесами является одной из мер улучшения тяговых качеств. Внимание к полноприводным колесным тракторам все более возрастает. Такие тракторы успешно конкурируют с гусеничными. В связи с этим растет необходимость изучения движения тракторного агрегата в процессе поворота.

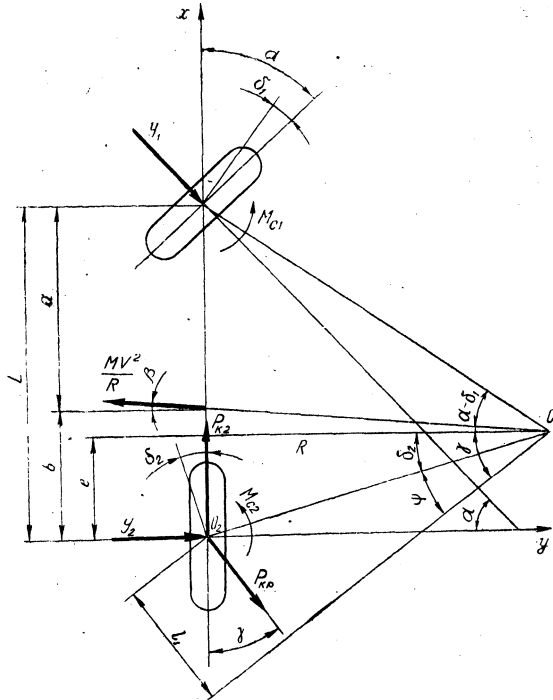
Рассмотрим движение трех вариантов тракторного агрегата на повороте: 1) трактора 4×2 с задней ведущей осью и передними управляемыми колесами; 2) трактора 4×2 с передней ведущей осью; 3) трактора 4×4 с дифференциальным приводом осей и передними управляемыми колесами.

Как показывают расчеты, при скоростях до 25—30 км/час параметры неустановившегося движения мало отличаются от параметров кругового движения с постоянной скоростью [3]. Уравнения для кругового движения проще, поэтому воспользуемся ими для исследования криволинейного движения. Задачу будем считать плоскостной. Для этого примем, что колеса, симметрично расположенные относительно продольной оси трактора, находятся в одинаковых условиях движения (одинаково нагружены силами и моментами).

Для удобства исследования условно заменим два симметрично расположенных колеса одним колесом, расположенным на продольной оси трактора. Крюковую нагрузку будем считать приложенной к центру заднего моста. Поворот тракторного агрегата рассматривается на дороге с твердым покрытием, поэтому силой сопротивления движению пренебрегаем.

1. Приведем уравнения движения тракторного агрегата с трактором 4×2 с задней ведущей осью и передними управляемыми колесами в процессе поворота. Раму трактора свяжем с осями координат x и y (рис. 1). Начало координат расположим в центре заднего моста. Ось абсцис направим вдоль продольной оси трак-

тора, ось ординат — вдоль оси заднего моста. Обозначим углы увода передних и задних колес соответственно через δ_1 и δ_2 , средний угол поворота управляемых колес через α . Трактор поворачивается вокруг неподвижного относительно дороги центра поворота O , положение которого определяется координатами R (радиус поворота) и e (смещение центра поворота).



Р и с. 1. Схема поворота трактора 4×2 с задней ведущей осью и передними управляемыми колесами

На трактор действуют следующие силы и моменты: боковые силы Y_1 , Y_2 ; моменты сопротивления повороту M_{c1} и M_{c2} , приложенные соответственно к передним и задним колесам; сила инерции, равная $\frac{Mv^2}{R}$, приложенная к центру тяжести тракторного агрегата; сила тяги на крюке $P_{кр}$, направленная под углом γ к продольной оси трактора, приложенная, как уже отмечалось, к центру заднего моста.

Составим основные зависимости, характеризующие поворот тракторного агрегата. Уравнение проекций сил на ось Y

$$\Sigma Y = Y_1 \cos \alpha + Y_2 + P_{кр} \sin \gamma - \frac{Mv^2}{R} \cos \beta = 0. \quad (1)$$

Уравнение моментов сил относительно центра тяжести тракторного агрегата

$$\Sigma M = bP_{кр} \sin \gamma + bY_2 - aY_1 \cos \alpha + M_0 = 0, \quad (2)$$

где M_c — суммарный момент сопротивления повороту.

Суммарный момент сопротивления повороту приближенно [2] определим по формуле

$$M_c = \sum_{i=1}^n \frac{1}{6} Y_i S_{oi}, \quad (3)$$

где Y_i — боковая сила, действующая на колесо; S_{oi} — длина пятна контакта шины.

В уравнениях (1), (2), (3) к неизвестным величинам относятся боковые силы Y_i , радиус поворота R , углы γ и β . Составим дополнительные зависимости. Согласно опытным данным [4], между углом увода δ_i и боковой силой Y_i имеется следующая зависимость:

$$Y_i = k_i \delta_i, \quad (4)$$

где k_i — коэффициент сопротивления боковому уводу.

Из рис. 1 следует, что

$$\operatorname{tg}(\alpha - \delta_1) = \frac{L - e}{R}. \quad (5)$$

Разложим эту функцию в ряд Маклорена. Ограничиваясь двумя первыми членами ряда, получим

$$\operatorname{tg}(\alpha - \delta_1) = \operatorname{tg} \alpha - \delta_1 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha).$$

Подставив это выражение в формулу (5), найдем δ_1 :

$$\delta_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \frac{L}{R} + \delta_2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad (6)$$

Определим момент сопротивления повороту

$$M_c = 2M_{c1} + 2M_{c2} = \frac{1}{3} Y_1 S_{o1} + \frac{1}{3} Y_2 S_{o2},$$

где M_{c1} и M_{c2} — моменты сопротивления повороту соответственно переднего и заднего колеса. Используя зависимости (4) и (6), можем написать

$$\left. \begin{aligned} Y_1 &= k_1 \delta_1 = k_1 \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{k_1}{R} \cdot \frac{L}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + k_1 \frac{\delta_2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}, \\ Y_2 &= k_2 \delta_2. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Подставляя значения боковых сил Y_1, Y_2 в выражения для определения момента сопротивления повороту, получим

$$M_c = \frac{1}{3} \cdot \frac{k_1 S_{01} \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{1}{3} \cdot \frac{L}{R} \cdot \frac{k_1 S_{01}}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \delta_2 \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{k_1 S_{01}}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{3} k_2 S_{02} \right). \quad (8)$$

Подставим теперь значения боковых сил Y_1 и Y_2 и момента M_c соответственно по выражениям (7) и (8) в уравнения (1) и (2). Произведем ряд преобразований и считая, что $\sin \gamma \approx \gamma$, $\cos \beta \approx 1$, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными R и δ_2 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} \left(l_1 P_{\text{кр}} - k_1 \frac{L \cos \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - Mv^2 \right) + \delta_2 \left(k_1 \frac{\cos \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + k_2 + P_{\text{кр}} \right) &= \\ &= -k_1 \frac{\sin \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}, \\ \frac{1}{R} \left(b l_1 P_{\text{кр}} + k_1 \frac{aL \cos \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{k_1}{3} \cdot \frac{S_{01} L}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right) + \\ + \delta_2 \left(b P_{\text{кр}} + k_2 b - k_1 \frac{a \cos \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{k_1}{3} \cdot \frac{S_{01}}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{k_2}{3} S_{02} \right) &= \\ &= \frac{k_1 a \sin \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{k_1 S_{01} \operatorname{tg} \alpha}{3(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}. \end{aligned}$$

Угол γ определяем как сумму углов ψ и δ_2 :

$$\gamma = \psi + \delta_2 \approx \frac{l_1}{R} + \delta_2. \quad (9)$$

Из этой системы определяем радиус поворота R и угол бокового увода заднего колеса δ_2 :

$$R = \frac{AP_{\text{кр}} + (bP_{\text{кр}} + B)Mv^2 + DL}{CP_{\text{кр}} + D \operatorname{tg} \alpha}, \quad (10)$$

$$\delta_2 = \frac{EMv^2 - l_1 CP_{\text{кр}}}{AP_{\text{кр}} + (bP_{\text{кр}} + B)Mv^2 + DL}, \quad (11)$$

где $P_{\text{кр}}$ — сила тяги на крюке; b — расстояние от центра тяжести до оси заднего моста; M — масса тракторного агрегата; v — скорость движения; L — база трактора; l — длина сцепки;

$$A = \frac{k_1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} (L + l_1) \left(L \cos \alpha - \frac{S_{01}}{3} \right) - k_2 \frac{l_1 S_{02}}{3};$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{k_1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \left(\frac{S_{01}}{3} - a \cos \alpha \right) + k_2 \left(\frac{S_{02}}{3} + b \right); \\
 C &= \frac{k_1 \sin \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \left(L - \frac{S_{01}}{3 \cos \alpha} \right); \\
 D &= \frac{k_1 k_2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \left[\cos \alpha \left(L + \frac{S_{02}}{3} \right) - \frac{S_{01}}{3} \right]; \\
 E &= \frac{k_1 \sin \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \left(a - \frac{S_{01}}{3 \cos \alpha} \right).
 \end{aligned}$$

Из рис. 1 получаем следующую геометрическую зависимость:

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{e}{R}, \quad \delta_2 \approx \frac{e}{R}, \quad (12)$$

откуда определяем смещение центра поворота трактора относительно его задней оси

$$e \approx \delta_2 R = \frac{EMv^2 - l_1 CP_{\text{кр}}}{CP_{\text{кр}} + D \operatorname{tg} \alpha}. \quad (13)$$

Зная радиус поворота R , смещение центра поворота e и угол бокового увода заднего колеса δ_2 , можно найти все остальные неизвестные; δ_1 — угол бокового увода переднего колеса; Y_1 и Y_2 — боковые силы, действующие на колеса (коэффициент сопротивления боковому уводу K при отсутствии экспериментальных данных можно определить по приближенным зависимостям [1]; M_c — момент сопротивления повороту; γ — угол между направлением силы тяги на крюке $P_{\text{кр}}$ и продольной осью трактора соответственно по формулам (6), (7), (8), (9).

2. Приведем уравнения движения тракторного агрегата с трактором 4×2 с передней ведущей и управляемой осью в процессе поворота. Рассмотрим поворот трактора 4×2 с передней ведущей и управляемой осью (рис. 2). Условия поворота те же, что и в предыдущем случае.

Согласно рис. 2, имеем следующие уравнения:

$$\Sigma Y = Y_1 \cos \alpha + Y_2 + P_{\text{кр}} \sin \gamma - \frac{Mv^2}{R} \cos \beta + P_{k1} \sin \alpha = 0,$$

$$\Sigma M = bP_{\text{кр}} \sin \gamma + bY_2 - aY_1 \cos \alpha - aP_{k1} \sin \alpha + M_c = 0.$$

Подставив сюда значения Y_1 , Y_2 , M_c , γ соответственно по выражениям (6), (7), (8), (9), получим систему двух уравнений:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{R} \left(l_1 P_{\text{кр}} - k_1 \frac{L \cos \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - Mv^2 \right) + \delta_2 \left(k_1 \frac{\cos \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + k_2 + P_{\text{кр}} \right) = \\
 = -k_1 \frac{\sin \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - P_{k1} \sin \alpha,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R} \left(bl_1 P_{кр} + \frac{ak_1 L \cos \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{k_1}{3} \cdot \frac{S_{01} L}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \right) + \\ & + \delta_2 \left(bP_{кр} + k_2 b - k_1 \frac{a \cos \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{k_1}{3} \cdot \frac{S_{01}}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{k_2}{3} S_{02} \right) = \\ & = k_1 \frac{a \sin \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{k_1}{3} \cdot \frac{S_{01} \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + aP_{к1} \sin \alpha. \end{aligned}$$

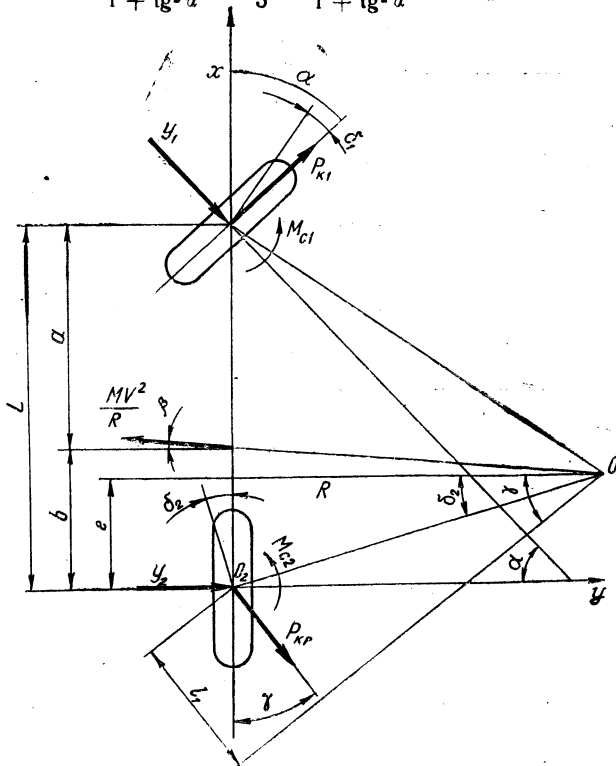


Рис. 2. Схема поворота трактора 4×2 с передней ведущей и управляемой осью

Решая эту систему, найдем выражения для определения R и δ_2 ;

$$R = \frac{AP_{кр} + (bP_{кр} + B)Mv^2 + DL}{CP_{кр} + D \operatorname{tg} \alpha + P_{к1} \sin \alpha (LP_{кр} + F)}, \quad (14)$$

$$\delta_2 = \frac{EMv^2 - l_1 CP_{кр} - P_{к1} \sin \alpha (l_1 LP_{кр} - aMv^2 - N)}{AP_{кр} + (bP_{кр} + B)Mv^2 + DL}, \quad (15)$$

где a — расстояние от центра тяжести до оси переднего моста;
 $P_{к1}$ — сила тяги переднего ведущего моста;

первом случае. Составим уравнения проекций сил на ось Y и моментов сил относительно центра тяжести тракторного агрегата:

$$\Sigma Y = Y_1 \cos \alpha + Y_2 + P_{кр} \sin \gamma - \frac{Mv^2}{R} \cos \beta + P_{к1} \sin \alpha = 0,$$

$$\Sigma M = bP_{кр} \sin \gamma + bY_2 - aY_1 \cos \alpha - aP_{к1} \sin \alpha + M_c = 0.$$

Введем обозначение

$$P_{к2} = i_d P_{к1}, \quad (17)$$

где i_d — силовое передаточное число межосевого дифференциала. Учитывая, что сила тяги трактора равна сумме сил тяги, развиваемых передними и задними колесами, т. е. $P_k = P_{к1} + P_{к2}$, выразим силу тяги передних колес $P_{к1}$ в зависимости от силы тяги трактора P_k и силового передаточного числа межосевого дифференциала i_d :

$$P_{к1} = \frac{P_k}{1 + i_d}. \quad (18)$$

Подставив значения Y_1 , Y_2 , M_c , γ соответственно по выражениям (6), (7), (8), (9) в полученные уравнения и принимая во внимание выражение (17), получим систему двух уравнений с двумя неизвестными R и δ_2 :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R} \left(l_1 b P_{кр} + \frac{a k_1 L \cos \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{k_1 S_{01} L}{3(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)} \right) + \\ & + \delta_2 \left(b P_{кр} + k_2 b - \frac{a k_1 \cos \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{k_1}{3} \cdot \frac{S_{01}}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{k_2}{3} S_{02} \right) = \\ & = k_1 \frac{a \sin \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{k_1}{3} \cdot \frac{S_{01} \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{P_k}{1 + i_d} \sin \alpha, \\ & \frac{1}{R} \left(l_1 P_{кр} - k_1 \frac{L \cos \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - Mv^2 \right) + \delta_2 \left(k_1 \frac{\cos \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + k_2 + P_{кр} \right) = \\ & = -k_1 \frac{\sin \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{P_k}{1 + i_d} \sin \alpha. \end{aligned}$$

Применяя те же обозначения, что и в первых двух случаях, получим формулы для определения R и δ_2 :

$$R = \frac{AP_{кр} + (bP_{кр} + B)Mv^2 + DL}{CP_{кр} + D \operatorname{tg} \alpha + \frac{P_k}{1 + i_d} \sin \alpha (LP_{кр} + F)}, \quad (19)$$

$$\delta_2 = \frac{EMv^2 - l_1 CP_{кр} - \frac{P_k}{1 + i_d} (l_1 LP_{кр} - aMv^2 - N)}{AP_{кр} + (bP_{кр} + B)Mv^2 + DL}. \quad (20)$$

Выражение для определения смещения центра поворота для данного случая будет иметь вид

$$e = \frac{EMv^2 - i_1 CP_{кр} - \frac{P_k}{1+i_d} \sin \alpha (i_1 LP_{кр} - aMv^2 - N)}{CP_{кр} + D \operatorname{tg} \alpha + \frac{P_k}{1+i_d} (LP_{кр} + F)} \quad (21)$$

Далее определяем остальные неизвестные $\delta_1, y_1, y_2, M_c, \gamma$ соответственно по формулам (6), (7), (8), (9). Если в выражении (17) примем силовое передаточное число межосевого дифференциала $i_d = 0$, то получим машину 4×2 с передней ведущей осью. Подставив это значение i_d в формулы для определения радиуса поворота R , угла увода заднего колеса δ_2 и смещения центра поворота e , получим формулы для определения соответствующих параметров применительно к машине 4×2 с передней ведущей и управляемой осью, т. е. формулы (14), (15), (16).

Если принять силовое передаточное число межосевого дифференциала $i_d = \infty$, то получим машину 4×2 с задней ведущей осью. Подставив это значение i_d в формулы для определения R, δ_2, γ , найдем выражения для соответствующих параметров применительно к машине 4×2 с задней ведущей осью и передними управляемыми колесами, т. е. формулы (10), (11), (13).

По полученным формулам для определения радиуса поворота и смещения центра поворота проведен расчет для всех трех случаев движения применительно к тягачу МоАЗ-542. Рассматривалось движение по твердой дороге, с крюковой нагрузкой 5 т и скоростью 18 км/час. Средний угол поворота управляемых колес равен 6° . При расчете было принято, что нагрузка по осям распределена равномерно.

Условимся радиус поворота считать теоретическим (R_T), если машина движется без увода. В этом случае отсутствует смещение центра поворота, т. е. $e = 0$. Результаты расчета следующие: 1) теоретический радиус поворота $R_T = 27$ м, $e = 0$; 2) тягач 4×2 с задней ведущей осью и передними управляемыми колесами: $R = 27,5$ м, $e = 0,12$ м; 3) тягач 4×2 с передней ведущей и управляемой осью: $R = 23,8$ м, $e = 0,04$ м; 4) тягач 4×4 с передними управляемыми колесами ($i_d = 1$): $R = 25,5$ м, $e = 0,07$ м.

Анализ полученных формул и расчеты позволяют сделать следующие выводы.

1. При исследовании управляемости машины 4×2 можно применять формулы, полученные для определения управляемости машины 4×4 , принимая для машины 4×2 с задней ведущей осью и передними управляемыми колесами $i_d = \infty$, а для машины 4×2 с передней ведущей управляемой осью $i_d = 0$.

2. При одинаковых условиях поворота меньший радиус пово-

рота имеет машина 4×2 с передней ведущей управляемой осью, большой — машина 4×2 с задней ведущей осью и передними управляемыми колесами. Машина 4×4 с дифференциальным приводом ведущих осей занимает промежуточное положение по управляемости.

Л и т е р а т у р а

1. Д. А. Антонов. Экспериментальные зависимости по боковому уводу шин. «Автомобильная промышленность», 1963, № 5.
2. Л. Л. Гинцбург, Б. М. Фитерман. Некоторые вопросы управляемости автомобиля. «Автомобильная промышленность», 1964, № 8, 11.
3. А. С. Литвинов. Теория криволинейного движения колесных машин. Автореф. дисс. М., 1959.
4. Е. А. Чудаков. Качение автомобильного колеса. М.—Л., 1948.