МИНСК

А. В. Карпов, Л. Е. Таубес

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ГИДРОТРАНСФОРМАТОРА

Существующие методы расчета переходных процессов (трогание с места, разгон, торможение, передача крутильных колебаний и т. д.) в гидромеханических трансмиссиях основаны на применении либо статических характеристик гидродинамической передачи, либо линеаризованных уравнений движения [1].

Для исследования области применения обоих методов в настоящей работе проведен расчет амплитудно-фазовых характеристик гидротрансформатора (ГТ) по нелинеаризованным уравнениям и по статической характеристике.

Для вывода уравнений движения ГТ в общем случае движения воспользуемся основными положениями струйной теории лопастных машин. Рассмотрим движение элементарного объема жидкости в межлопаточном канале (рис. 1).

Момент количества движения этого элементарного объема жидкости равен:

$$\Delta L = \rho f_m v_u R, \tag{1}$$

где ρ — плотность жидкости; f_m — площадь канала в меридиональном сечении; v_u — проекция абсолютной скорости средней струйки на направление окружной скорости.

Из треугольника скоростей находим:

$$v_{\mu} = u - v_m \operatorname{ctg} \beta,$$

тде β — угол между относительной скоростью *w* средней струйки и направлением, обратным окружной скорости.

Подставляя в выражение (1) вместо v_{μ} его значение, получим

$$\Delta L = \rho f_m \Delta l_m (u - v_m \operatorname{ctg} \beta) R.$$
⁽²⁾

Умножая обе части уравнения на число каналов z, а затем перейдя к пределу при $\Delta l_m \rightarrow 0$ и проинтегрировав от входа до вы-

1974

хода, определим момент количества движения лопастного колеса от неравномерного вращения

$$L = \rho \int_{l_{m1}}^{l_{m2}} f_m z R(u - v_m \operatorname{ctg} \beta) \, dl_m.$$
(3)



Рис. 1. Схема движения жидкости в межлопаточном канале.

Так как

$$f_m z = F_m; \ u = \omega R; \ v_m = -\frac{Q}{F_m},$$

уравнение (3) получает вид

$$L = \rho \omega I' - \rho Q I'', \qquad (4)$$

где

$$I' = \int_{l_{m1}}^{l_{m2}} F_m R^2 dl_m; \quad I'' = \int_{l_{m1}}^{l_{m2}} R \operatorname{ctg} \beta \, dl_m.$$

Продифференцировав выражение (4) по времени, определим крутящий момент лопастного *i*-го колеса

$$M_i^g = \frac{dL}{dt} = \rho \; \frac{d\,\omega_i}{dt} \; I_i' - \rho \; \frac{dQ}{dt} \; I_i''. \tag{5}$$

Известно, что для статических режимов уравнение крутящего момента *i*-го лопастного колеса с учетом отклонения потока на выходе колеса и стеснения потока имеет вид

$$M_{i}^{cr} = Q \rho \left[\left(R_{2i}^{2} \mu_{i} \omega_{i} - R_{2(i-1)}^{2} \mu_{i-1} \omega_{i-1} \right) - Q \left(\frac{R_{2i} \mu_{i} \operatorname{ctg} \beta_{2i}}{F_{m2i} \varkappa_{2i}} - \frac{R_{2(i-1)} \mu_{i-1} \operatorname{ctg} \beta_{2}(i-1)}{F_{m^{2}(i-1)} \varkappa_{2(i-1)}} \right) \right].$$
(6)

Сложив уравнения (5) и (6), получим крутящий момент лопастного колеса в общем случае движения

$$M_i = M_i^{\rm cr} + M_i^{\rm g} \,. \tag{7}$$

Уравнение (7) позволяет определить крутящий момент лопастного колеса при известных законах изменения угловой скорости ω_i и расхода Q в круге циркуляции. Связь между переменными величинами ω_i и Q можно определить из уравнения баланса удельных энергий ГТ для общего случая движения

$$\sum_{i=1}^{n} H_{\mathrm{K1}i} + \sum_{i=1}^{n} H_{\mathrm{T}i} = \sum_{i=1}^{n} H_{\mathrm{K2}i} + \sum_{i=1}^{n} H_{\mathrm{HH}i} + \sum_{i=1}^{n} H_{\mathrm{T}i}, \qquad (8)$$

где $H_{\text{к1}i}$ — напор потока на входе в *i*-е колесо; $H_{\text{т}i}$ — теоретический напор колеса; $H_{\text{к2}i}$ — напор потока на выходе из *i*-го колеса; $H_{\text{ин}i}$ — инерционный напор, затрачиваемый на ускорение жидкости в *i*-м колесе; $H_{\text{п}i}$ — потери напора в *i*-м колесе; n число рабочих колес ГТ. Поскольку для ГТ всегда имеет место соотношение $H_{\text{к2}i}$ = $H_{\text{к1}(i+1)}$, уравнение (8) принимает вид

$$\sum_{i=1}^{n} H_{\tau i} = \sum_{i=1}^{n} H_{\text{RH}\,i} + \sum_{i=1}^{n} H_{\pi i}.$$
(9)

Определим величину инерционного напора $H_{\rm ин\,\it i}$. Мощность, затрачиваемая на разгон элементарного кольцевого объема жидкости, равна

$$\Delta N_{_{\rm HH}} = \Delta m - \frac{dv}{dt} \quad v = \rho F_m \Delta l_m - \frac{dv}{dt} \quad v. \tag{10}$$

Из треугольника скоростей (рис. 1) получим

$$v^{2} = v_{m}^{2} + u^{2} - 2uv_{m} \operatorname{ctg} \beta + v_{m}^{2} \operatorname{ctg}^{2} \beta.$$
(11)

Продифференцируем по времени выражение (11):

$$v \frac{dv}{dt} = v_m \frac{dv_m}{dt} + u \frac{du}{dt} - u \frac{dv_m}{dt} \operatorname{ctg} \beta - v_m \frac{du}{dt} \operatorname{ctg} \beta + v_m \frac{dv_m}{dt} \operatorname{ctg}^2 \beta.$$
(12)

Так как

$$\frac{du}{dt} = R \frac{d\omega}{dt}; \quad \frac{dv_m}{dt} = \frac{1}{F_m} \cdot \frac{dQ}{dt}$$

то выражение (12) принимает вид

$$v \frac{dv}{dt} = \frac{Q}{F_m^2} \cdot \frac{dQ}{dt} + \omega^2 R \frac{d\omega}{dt} - \frac{\omega R}{F_m} \cdot \frac{dQ}{dt} \operatorname{ctg} \beta - \frac{QR}{F_m} \cdot \frac{d\omega}{dt} \operatorname{ctg} \beta + \frac{Q}{F_m^2} \cdot \frac{dQ}{dt} \operatorname{ctg}^2 \beta.$$
(13)

Подставив вместо $v \frac{dv}{dt}$ его значение, полученное из уравнения (10), а затем перейдя к пределу и проинтегрировав от входа до выхода колеса, определим мощность, затрачиваемую на разгон жидкости лопастным колесом:

$$N_{\rm HH\ i} = \int_{l_{m1}}^{l_{m2}} dN_{\rm HH} = \rho Q \frac{dQ}{dt} \int_{l_{m1}}^{l_{m2}} \frac{1 + ctg^2\beta}{F_m} dl_m + + \rho \omega_i \frac{d\omega_i}{dt} \int_{l_{m1}}^{l_{m2}} R^2 F_m dl_m - \rho \omega_i \frac{dQ}{dt} \int_{l_{m1}}^{l_{m2}} R ctg \beta dl_m.$$
(14)

Разделив полученное уравнение на расход *Q*, определим инерционный напор *i*-го колеса

$$H_{\text{HH}\,i} = \frac{N_{\text{HH}\,i}}{Q} = \rho \frac{dQ}{dt} I_{i}^{"} + \rho \frac{\omega_{i}}{Q} \cdot \frac{d\omega_{i}}{dt} I_{i}^{'} - \rho \frac{\omega_{i}}{Q} \cdot \frac{dQ}{dt} I_{i}^{"} - \rho \frac{d\omega_{i}}{dt} I_{i}^{"}$$
(15)

Теоретический напор лопастного колеса найдем из соотношения

$$H_{\tau i} = \frac{M_{i}\omega_{i}}{Q} = \omega_{i}\rho \left[(R_{2i}^{2}\mu_{i}\omega_{i} - R_{2(i-1)}^{2}\mu_{i-1}\omega_{i-1}) - Q \left(\frac{R_{2i}\mu_{i}\operatorname{ctg}\beta_{2i}}{F_{m2i}\varkappa_{2i}} - \frac{R_{2(i-1)}\mu_{i-1}\operatorname{ctg}\beta_{2(i-1)}}{F_{m2(i-1)}\varkappa_{2(i-1)}} \right) \right] + \rho \frac{\omega_{i}}{Q} \cdot \frac{d\omega_{i}}{dt} I_{i}' - \rho \frac{\omega_{i}}{Q} \cdot \frac{dQ}{dt} I_{i}''.$$
(16)

Подставив выражения для H_{uhi} и $H_{\tau i}$ в уравнение баланса напоров, получим

$$\sum_{i=1}^{n} \left\{ \omega_{i} \left[(R_{2i}^{2} \omega_{i} \mu_{i} - R_{2(i-1)}^{2} \omega_{i-1} \mu_{i-1}) - Q \left(\frac{R_{2i} \mu_{i} \operatorname{ctg} \beta_{2i}}{F_{m2i} \varkappa_{2i}} - \frac{R_{2(i-1)} \mu_{i-1} \operatorname{ctg} \beta_{2(i-1)}}{F_{m2(i-1)} \varkappa_{2(i-1)}} \right) \right] \rho - H_{\pi_{i}} \right\} = \sum_{i=1}^{n} \rho \left(\frac{dQ}{dt} I_{i}^{"} - \frac{d \omega_{i}}{dt} I_{i}^{"} \right) .$$
(17)

Аналогичные уравнения движения гидротрансформатора (7) и (16) впервые вывел другим методом Ю. В. Прокофьев [2]. Уравнение баланса удельных энергий ГТ позволяет при из-вестных законах изменения угловой скорости рабочих колес опре-делить изменение расхода Q в круге циркуляции ГТ. При исследовании переходных процессов в ГТ принимаем, что

потери напора $\sum H_{\pi_i}$ находятся теми же соотношениями, что и

для статических режимов.

Точность расчетов по формулам (7), (16) так же, как и в случае расчета статических характеристик ГТ, определяется правильностью выбора опытных коэффициентов, входящих в уравнения

для установления различного вида потерь напора. В тех случаях, когда для исследуемого ГТ, помимо его гео-метрии, известна статическая характеристика, гидравлические потери можно найти более точным методом.

Из уравнений, определяющих потери на трение, на поворот, диффузорные потери и потери на удар, следует, что все виды потерь пропорциональны квадрату расхода в круге циркуляции ГТ:

$$\sum_{i=1}^{n} H_{\pi i} = K_{\pi} Q^{2}, \qquad (18)$$

$$K_{\Pi} = f(i_{\mathrm{TH}}).$$

Найдем зависимость коэффициента потерь K_n от режима i_{rn} . Для этого воспользуемся выражением для η_{rr} :

$$\eta_{\rm rr} = \frac{-H_{\rm r}}{H_{\rm H}} \, .$$

Подставим в это выражение значения напоров насосного колеса $H_{\rm H}$ и турбинного колеса $H_{\rm T}$ для статических режимов:

$$H_{\rm H} = -\frac{\omega_{\rm H}}{g} (B \omega_{\rm H} - QD),$$
$$H_{\rm T} = -\frac{\omega_{\rm T}}{g} (C \omega_{\rm T} - B \omega_{\rm H} - QE),$$

где

$$B = R_{2_{\rm H}}^2 \mu_{\rm H}; \ D = \frac{R_{2_{\rm H}} \mu_{\rm H} \operatorname{ctg} \beta_{2_{\rm H}}}{F_{m \, 2_{\rm H}} \chi_{2_{\rm H}}} - \frac{R_{2_{\rm B}} \mu_{\rm a} \operatorname{ctg} \beta_{2_{\rm B}}}{F_{m \, 2_{\rm B}} \chi_{2_{\rm H}}};$$

$$E = \frac{R_{2_{\rm T}} \mu_{\rm T} \operatorname{ctg} \beta_{2_{\rm T}}}{F_{m \, 2_{\rm T}} \chi_{2_{\rm T}}} - \frac{R_{2_{\rm H}} \mu_{\rm H} \operatorname{ctg} \beta_{2_{\rm H}}}{F_{m \, 2_{\rm H}} \chi_{2_{\rm H}}};$$

$$\eta_{\rm rT} = i_{_{\rm TH}} \frac{B \omega_{\rm H} + QE - C \omega_{\rm T}}{B \omega_{\rm H} - QD}.$$
(19)

Определим отсюда расход Q:

$$Q = \frac{B \,\omega_{\rm H} (1 + K_{\rm rr}) + C \,\omega_{\rm r}}{D K_{\rm rr} + E} \,. \tag{20}$$

Из уравнения (19) для каждого значения передаточного отношения ГТ может быть получено соответствующее значение расхода по заданному коэффициенту трансформации $K_{\rm rr}$. Затем определяются напоры насосного и турбинного колес, напор потерь и коэффициент потерь для данного режима:

$$K_{\rm n} = \frac{H_{\rm H} + H_{\rm T}}{Q^2}$$

По изложенной выше методике был проведен расчет частотных характеристик комплексного ГТ с активным диаметром 340 мм, экспериментальная статическая характеристика которого приведена на рис. 2. При снятии частотных характеристик принималось, что турбинное колесо вращается равномерно (это соответствует случаю, когда к турбинному колесу присоединен очень большой маховик), а на насосное колесо, момент инерции которого принят равным нулю, воздействует момент двигателя

$$M_{\rm m} = M_{\rm cr} + A\sin\nu t, \tag{21}$$

где $M_{\rm cr}$ — момент двигателя, определенный из уравнений статики для данной угловой скорости насосного колеса при данном среднем $i_{\rm TH}$; A — амплитуда возмущающего колебания; γ — частота возмущения.



Рис. 2. Характеристики гидротрансформатора.

После подстановки числовых данных в уравнения (6), (7), (16) и элементарных преобразований получаем:

$$\dot{Q} = \frac{1}{20,693} \left[\omega_{\rm H} \left(0,0247 \, \omega_{\rm H} - 14,89Q \right) + \omega_{\rm T} \left(0,0108 \, \omega_{\rm T} - 0,0247 \, \omega_{\rm H} - 5,76 \, Q \right) \right] - 0,007741 \, \dot{\omega}_{\rm H} - K_{\rm T} Q^2.$$
(22)

Коэффициент потерь К_п определяется из графика на рис. 2.

$$\dot{\omega}_{\rm H} = \frac{1}{0,000041} \left[0,011541 \, M_{\rm \pi} - Q \left(0,0247 \, \omega_{\rm H} - 14,89Q \right) + 0,007741 \, \dot{Q} \right]. \tag{23}$$

$$M_{\rm T} = 86,64 \left[Q \left(0,0108 \,\omega_{\rm T} - 0,0247 \,\omega_{\rm H} - 5,76 \,Q \right) + 0,004172 \,Q \right]. \tag{24}$$

По уравнениям (20), (21), (22) и (23) была составлена блоксхема модели динамической системы ГТ (рис. 3). Эта модель с непринципиальными изменениями может быть использована как составная часть модели трансмиссии автомобиля и трактора с целью исследования, например, динамических нагрузок в трансмиссии с прозрачным гидротрансформатором, работы буксования фрикционов и т. д.

Задача решалась на АВМ типа МНБ-1 в масштабе времени 500.

Частота колебаний и сдвиг фаз кобеланий момента на турбинном колесе по отношению к возмущающим колебаниям замеря-



Рис. З. Блок-схема модели гидротрансформатора.

лись при помощи инфрачастотомера — фазометра типа НФ-3М. Амплитуды колебаний замерялись непосредственно при помощи стрелочных приборов.

Для проверки точности решения этой задачи на ABM было выполнено контрольное решение для точек $i_{\text{тн}} = 0$ и $i_{\text{тн}} = 0,4$ на ЭЦВМ «Проминь-М» по методу Эйлера.

Полученные амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики представлены на рис. 4 (сплошные линии).

Для выяснения влияния колебаний расхода́ на амплитудночастотную характеристику была решена система уравнений, не учитывающих инерцию потока жидкости в круге циркуляции, с учетом только вращающегося жидкостного маховика:

$$\omega_{\rm H} (0,0247 \,\omega_{\rm H} - 14,89 \,Q) + \omega_{\rm T} (0,0108 \,\omega_{\rm T} - 0,0247 \,\omega_{\rm H} - 5,76 \,Q) - 0,007741 \,\omega_{\rm H} - K_{\rm T} Q^2 = 0.$$
(22')
$$\omega_{\rm H} = \frac{1}{0,00041} [0,011541 \,M_{\rm H} - Q (0,0247 \,\omega_{\rm H} - 14,89 \,Q)].$$
(23')

$$M_{\rm T} = 86,64 \, Q \, (0,0108 \, \omega_{\rm T} - 0,0247 \, \omega_{\rm H} - 5,76 \, Q). \tag{24'}$$

Результаты решения представлены на рис. 4 (штриховые линии).

При исследовании частотных характеристик для каждого значения передаточного отношения $i_{\rm TH}$ предварительно устанавливалась область линейности. Для этого вначале задавались возмущающие колебания с малой амплитудой крутящего момента, но постепенно амплитуда колебаний увеличивалась до тех пор, пока выходные колебания крутящего момента (на валу турбины) не



Рис. 4. Частотные характеристики гидротрансформатора: штриховая линия — статическая модель; сплошная — динамическая модель.

принимали форму, значительно отличающуюся от гармонической. Оказалось, что для режима «стоп» $(i_{\rm TH}=0)$ линейность соблюдается вплоть до значений амплитуд колебаний, равных величине 0,5 $M_{\rm cr}$. Для остальных режимов область линейности ограничивается значениями амплитуд 0,1—0,2 $M_{\rm cr}$, причем нижний предел относится к большим передаточным отношениям.

Сопоставление результатов расчета на ABM и ЦВМ показывает, что погрешность ABM для амплитуды не превышает 7%, а для фазы — 8%.

Сравнение результатов, полученных по статической и динамической характеристике показывает, что в области колебаний с частотами 10—200 1/сек оба метода расчета дают близкие значения: для отношения амплитуд моментов на выходе и входе разница составляет не более 8%, а для угла сдвига фаз — не более 15%. По мере увеличения частоты колебаний это различие увеличивается: для частоты колебаний 1000 1/сек расчет по статической характеристике дает отношение амплитуд в 2 раза больше, а угол сдвига на 20% меньше по сравнению с расчетом по уравнениям динамики.

По результатам расчета можно сделать вывод о том, что при моделировании разгонных режимов можно ограничиваться использованием статической характеристики, а для уточненных расчетов демпфирующих свойств ГТ в сложной динамической системе автомобиля или трактора и для определения работы буксования фрикционных муфт следует пользоваться более сложными уравнениями динамики.

Литература

[1] Ishihara T., Emori R. Torgue convertor as a damper and its transien characteristics. , SAE Preprints", s. a. N 660368. [2] Прокофьев Ю. В. Баланс энергии гидротрансформатора на неустановившихся режимах работы. — Труды ВИГМ. М., 1963, вып. 32.