

В. В. Будько, А. Х. Лефаров

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ ПО КОЛЕСАМ БЛОКИРОВАННОЙ ОСИ

При разработке ведущих мостов автомобилей и тракторов не всегда удается установить ведомую коническую шестерню (или дифференциал колесных машин) посередине. При ее несимметричном расположении жесткости приводов к правому и левому колесам неодинаковы, что в случае бездифференциальной связи приводит к более тяжелому нагрузочному режиму привода с большей жесткостью.

В одной из гусеничных машин чаще выходил из строя привод, имеющий большую жесткость. В лесовозном тягаче МАЗ-501, редуктор переднего моста которого по условиям компоновки машины смещен влево, также наблюдались случаи поломок короткой полуоси. На тракторах «Беларусь» с целью выравнивания весовых нагрузок на колеса во время пахоты иногда применяют больший вынос бороздового колеса за счет удлинения рабочей части полуоси. При наличии блокирующегося дифференциала это также приводит к разным нагрузочным режимам правой и левой полуоси.

Указанные обстоятельства требуют соответствующего исследования особенностей нагрузочного режима несимметричного привода к колесам.

Рассмотрим распределение крутящих моментов между колесами бездифференциальной оси (рис. 1). Колеса эластичные, опорная поверхность недеформируемая. Радиусы качения колес в ведомом режиме r_B равны, коэффициенты тангенциальной жесткости колес также одинаковы:

$$r_B'' = r_B' = r_B;$$

$$\lambda'' = \lambda' = \lambda.$$

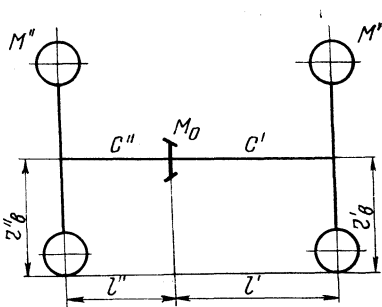


Рис. 1. Расчетная схема блокированной оси.

Окружные зазоры в приводе к колесам отсутствуют. Жесткость левой стороны c'' не равна жесткости правой стороны c' (за счет разной длины полуосей), т. е. $c'' > c'$.

Поскольку жесткости приводов различны, то очевидно, что в начале движения под действием тягового момента M_0 моменты на колесах не будут равны между собой, так как углы закручивания полуосей будут одинаковы. Можно записать:

$$\varphi'_1 = \varphi''_1 = \frac{M'_1}{c'} = \frac{M''_1}{c''}, \quad (1)$$

где φ'_1 и φ''_1 — углы закручивания правой и левой полуосей перед началом движения; c' , c'' — жесткости правой и левой полуосей; M'_1 , M''_1 — моменты на колесах перед началом движения.

Так как моменты не равны, то не будут равны и радиусы качения колес:

$$r'_{к1} = r_B - \lambda M'_1; \quad (2)$$

$$r''_{к1} = r_B - \lambda M''_1.$$

При прямолинейном движении оба колеса проходят один и тот же путь S . Поскольку радиусы качения колес различны, то будет иметь место относительное проворачивание колес. Обозначим текущую разность поворота колес через ψ :

$$\psi = \varphi' - \varphi''. \quad (3)$$

Из-за относительного поворота колес в системе возникает упругий текущий момент M_y , который разгружает полуось, имеющую большую жесткость, и догружает полуось с меньшей жесткостью:

$$M_y = c\psi, \quad (4)$$

где c — жесткость привода на участке между двумя колесами:

$$c = \frac{c'c''}{c' + c''}. \quad (5)$$

Тогда можно записать, что текущее значение моментов на колесах будет равно:

$$M' = M'_1 + M_y; \quad (6)$$

$$M'' = M''_1 - M_y.$$

Кроме того, можно записать

$$M' + M'' = M_0. \quad (7)$$

Определим значение M_y в установившемся движении, для чего воспользуемся следующим методом: остановим движущуюся систему и, не давая вращаться колесам, уменьшим M_0 настолько, чтобы выбрать угол закручивания короткой полуоси φ'' . Тогда $M''=0$. Отпустим шестерню совсем ($M_0=0$). Вся ось между двумя колесами окажется закрученной на угол $(\varphi' - \varphi'')$, а момент M_y , соответствующий этому углу закручивания, будет:

$$M_y = (\varphi' - \varphi'') c. \quad (8)$$

При установившемся движении моменты на колесах будут равны [1]:

$$M' = M'' = \frac{M_0}{2}, \quad (9)$$

тогда можно определить углы закручивания колес относительно ведомой шестерни главной передачи при установившемся движении:

$$\begin{aligned} \varphi' &= \frac{M'}{c'} = \frac{M_0}{2c'}; \\ \varphi'' &= \frac{M''}{c''} = \frac{M_0}{2c''}. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя в формулу (8) значения углов закручивания полуосей из выражений (10) и величину жесткости c из выражения (5), получим:

$$M_y = \frac{M_0}{2} \cdot \frac{c'' - c'}{c'' + c'}. \quad (11)$$

Таким образом, величина упругого момента, возникающего в системе блокированной оси, зависит от подведенного к оси момента и жесткостей приводов к колесам.

Из выражений (1) и (7) находим:

$$\begin{aligned} M'_1 &= M_0 \frac{c'}{c' + c''}; \\ M''_1 &= M_0 \frac{c''}{c' + c''}. \end{aligned} \quad (12)$$

Для того чтобы получить характер изменения моментов на полуосях, надо знать характер изменения упругого момента. Для рассматриваемой нами оси можно составить дифференциальное уравнение, если учесть, что при прохождении одного и того же

элементарного участка пути dS колеса повернутся на различные углы, разность между которыми и будет элементарным углом закручивания системы:

$$d\psi = dS \left(\frac{1}{r'_k} - \frac{1}{r''_k} \right). \quad (13)$$

Подстановка текущих значений радиусов качения усложняет решение уравнения [1]. Вместо текущих значений радиусов качения подставим следующие выражения:

$$\begin{aligned} r'_k &= r'_{k_1} - \lambda M_y; \\ r''_k &= r''_{k_1} + \lambda M_y. \end{aligned} \quad (14)$$

Дифференциальное уравнение примет вид:

$$d\psi = dS \left(\frac{1}{r'_{k_1} - \lambda M_y} - \frac{1}{r''_{k_1} + \lambda M_y} \right).$$

Результат интегрирования будет:

$$\begin{aligned} S &= \frac{\lambda c}{4} \psi^2 - \frac{r'_{k_1} - r''_{k_1}}{4} \psi + \frac{(r'_{k_1} + r''_{k_1})^2}{8\lambda c} \times \\ &\times \ln \frac{r'_{k_1} - r''_{k_1}}{(r'_{k_1} - r''_{k_1}) - 2\lambda c \psi}. \end{aligned} \quad (15)$$

Заменяя в уравнении (15) значения r'_{k_1} , r''_{k_1} , $(r'_{k_1} - r''_{k_1})$ через исходные данные, получим:

$$\begin{aligned} S &= \frac{\lambda M_y^2}{4c} - \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{c'' - c'}{c'c''} M_0 M_y + \frac{(2r_b - M_0 \lambda)^2}{8\lambda c} \times \\ &\times \ln \frac{M_0 \frac{c'' - c'}{c'' + c'}}{M_0 \frac{c'' - c'}{c'' + c'} - 2M_y}. \end{aligned}$$

Это трансцендентное уравнение можно решить только приближенными методами. Влиянием первых двух членов за малостью можно пренебречь [1]. Тогда приближенное решение будет иметь вид:

$$M_y = \frac{M_0}{2} \cdot \frac{c'' - c'}{c'' + c'} \left(1 - e^{-\frac{8S\lambda c}{(2r_b - M_0 \lambda)^2}} \right). \quad (16)$$

Таким образом, упругий момент изменяется по экспоненциальной кривой, а величины моментов на колесах асимптотически бу-

дуг приближаться к $M_0/2$. На рис. 2,а представлены расчетные кривые изменения моментов на колесах для блокированной передней ведущей оси трактора МТЗ-52 с параметрами: $r_B = 450$ мм, $\lambda = 2,2 \cdot 10^{-4}$ кг $^{-1}$, разность в длине левой и правой полуосей составляет 130 мм, $M_0 = 25$ кг \cdot м.

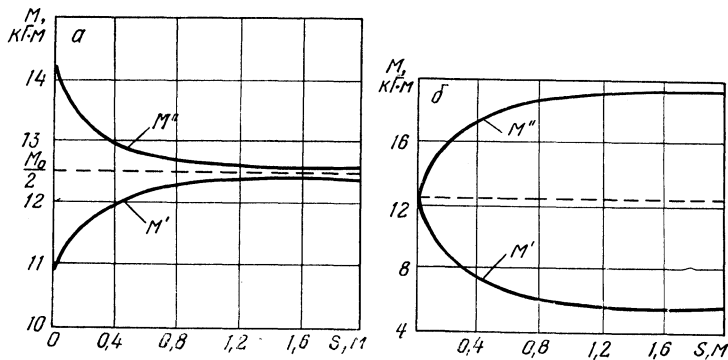


Рис. 2. Изменение крутящих моментов на колесах блокированной оси в начале движения:

а — при неодинаковой жесткости приводов к колесам; б — при неодинаковых радиусах качения колес в ведомом режиме.

Как видно, характерной особенностью рассмотренного случая является неравенство моментов на колесах при трогании и равенство их при установившемся движении.

Если после выравнивания моментов на колесах машину остановить ($M_0 = 0$), то в системе привода останется упругий момент M_y . При повторном трогании с тем же моментом с самого начала движения моменты на колесах будут одинаковы, т. е. будет иметь место равенство

$$M'' = M_1'' - M_y = M_1' + M_y = \frac{M_0}{2}.$$

При повторном движении с большим или меньшим тяговым моментом, чем M_0 , соответственно будет возрастать или уменьшаться упругий момент до величин, приводящих к равенству моментов на колесах при установившемся движении.

Рассмотрим второй случай движения блокированной оси, когда равны жесткости полуосей, а радиусы качения в ведомом режиме и коэффициенты тангенциальной жесткости шин правого и левого колес не равны:

$$c'' = c' = c_0;$$

$$r_B'' > r_B';$$

$$\lambda'' > \lambda'.$$

Тогда общая жесткость системы

$$c = \frac{c_0}{2}. \quad (17)$$

Как и в первом случае, запишем:

$$M' + M'' = M_0. \quad (18)$$

Так как жесткости полуосей равны, то в начальный момент движения будут равны и моменты на колесах:

$$M'_1 = M''_1 = \frac{M_0}{2}. \quad (19)$$

Между текущими значениями крутящих моментов и их значениями в начальный момент устанавливается связь с учетом того, что упругий момент нагружает оба колеса, но колесо большего радиуса нагружает положительным упругим моментом, а колесо меньшего радиуса — отрицательным [1].

$$\begin{aligned} M' &= M'_1 - M_y = M'_1 - c\psi; \\ M'' &= M''_1 + M_y = M''_1 + c\psi. \end{aligned} \quad (20)$$

Угол закручивания системы, как и в первом случае, будет равен:

$$\psi = \varphi'' - \varphi'. \quad (21)$$

В то же время углы закручивания полуосей равны:

$$\varphi'' = \frac{M''}{c_0}; \quad \varphi' = \frac{M'}{c_0}. \quad (22)$$

Упругий момент можно представить как

$$M_y = (\varphi'' - \varphi') \frac{c_0}{2}. \quad (23)$$

Подставив в формулу (23) значения углов закручивания полуосей (22) и используя зависимость (18), а также условия равенства текущих значений радиусов качения [2], находим, что

$$r'_B - \lambda' M' = r''_B - \lambda'' M'';$$

после некоторого преобразования получим выражение для определения величины упругого момента в установившемся движении:

$$M_y = \frac{r''_B - r'_B}{\lambda' + \lambda''} + \frac{M_0}{2} \cdot \frac{\lambda' - \lambda''}{\lambda' + \lambda''}. \quad (24)$$

Как видно из формулы (24), величина упругого момента во втором случае зависит от разности величин радиусов качения в ведомом режиме, тангенциальной жесткости шин и момента, подведенного к оси.

Аналогично первому случаю для данной системы можно составить дифференциальное уравнение, решая которое описанным выше способом, получим:

$$M_y = \frac{2(r''_B - r'_B) - M_0(\lambda' - \lambda'')}{2(\lambda' + \lambda'')} (1 - e^{-\frac{s}{B}}), \quad (25)$$

где

$$B = \frac{(r''_B \lambda' + r'_B \lambda'')^2 + \lambda'^2 \lambda''^2 M_0^2 - 2\lambda' \lambda'' M_0 (r'_B \lambda'' + r''_B \lambda')}{0,5 c_0 (\lambda' + \lambda'')^3}. \quad (26)$$

Как видно из формулы (25), упругий момент во втором случае также изменяется по экспоненциальному закону, а величины моментов на колесах асимптотически приближаются к величинам:

$$M' = \frac{M_0}{2} - M_y;$$

$$M'' = \frac{M_0}{2} + M_y.$$

На рис. 2, б представлены расчетные кривые изменения моментов на колесах блокированной передней ведущей оси трактора МТЗ-52 при следующих параметрах:

$$r''_B = 450 \text{ мм}; r'_B = 447 \text{ мм}; \lambda' = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ кг}^{-1}; \lambda'' = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ кг}^{-1}.$$

Как видно из графика (рис. 2, б), в данном случае в отличие от первого моменты на ведущих колесах равны при трогании и не равны при установившемся движении.

Рассматривая третий, наиболее общий случай, когда не равны жесткости полуосей, радиусы качения колес в ведомом режиме и коэффициенты тангенциальной жесткости шин блокированной оси, можно получить следующую формулу для определения величины упругого момента в установившемся движении:

$$M_y = \frac{r''_B - r'_B}{\lambda' + \lambda''} + M_0 \frac{\lambda'' c'' - \lambda' c'}{(\lambda' + \lambda'')(c' + c'')}. \quad (27)$$

Составляя и решая дифференциальное уравнение для этого наиболее общего случая, получим

$$M_y = \frac{r''_{к1} - r'_{к1}}{\lambda' + \lambda''} (1 - e^{-\frac{s}{B}}), \quad (28)$$

где

$$B = \frac{(r''_{к1} \lambda' + r'_{к1} \lambda'')^2}{c(\lambda' + \lambda'')^3}; \quad (29)$$

или раскрывая выражения (28) и (29) через исходные данные, получаем

$$M_y = \frac{(r''_B - r'_B) - \frac{M_0}{c' + c''} (\lambda'' c'' - \lambda' c')}{\lambda' + \lambda''} (1 - e^{-\frac{s}{B}}), \quad (30)$$

где

$$B = \frac{(r''_B \lambda' + r'_B \lambda'')^2 + \lambda''^2 \lambda'^2 M_0^2 - 2\lambda' \lambda'' M_0 (r'_B \lambda'' + r''_B \lambda')}{c(\lambda' + \lambda'')^3}. \quad (31)$$

В рассмотренном общем случае, в отличие от первых двух, моменты на колесах будут не равны как при трогании, так и при установившемся движении.

Л и т е р а т у р а

[1] Бочаров Н. Ф., Макаров С. Г. Особенности работы блокированной трансмиссии автомобиля с колесной формулой 4×4. — «Автомобильная промышленность», 1970, № 2. [2] Чудаков Е. А. Циркуляция паразитной мощности в механизмах бездифференциального автомобиля. Избр. труды. Т. 1. М., 1961.