

Так, например, если задаться допустимой погрешностью $\epsilon_{p_{max}} = 5\%$, то в области $0,06 \leq \gamma \leq 4,5$ звенья, составленные из трубопровода и емкости, следует рассматривать как звенья 2-го порядка, а в областях $0,06 > \gamma > 4,5$ эти звенья можно в динамической модели рассматривать как звенья 1-го порядка (ДЕ-звенья). Результаты исследования подтверждаются многочисленными экспериментальными данными, полученными авторами [1—3].

Л и т е р а т у р а

1. Метлюк Н.Ф. Динамика и методы улучшения переходных характеристик тормозных приводов автомобилей и автопоездов. Докт. дис. Минск, 1973. 2. Метлюк Н.Ф., Автушко В.П. Исследование динамических свойств опытных пневмоаппаратов тормозного привода и аппаратов фирм "Кнорр-Бремз" и "Вестингауз-Брезмен" и выбор оптимальной схемы комбинированного пневмогидравлического тормозного привода. Деп. № Б 250172. Минск, 1972 3. Автушко В.П. Исследование динамики пневмогидравлического тормозного привода автомобилей и автопоездов. Канд. дис. Минск, 1972.

И.И. Лепешко

О СИЛАХ ИНЕРЦИИ АВТОМОБИЛЯ ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ

В работах по динамике криволинейного движения по различным методикам [1, 2, 3] силы инерции определяются в проекциях на продольную и поперечную оси автомобиля.

Независимо от методики определения уравнения в общем случае движения имеют вид

$$P_{jx} = m(\dot{v} - b\omega^2); \quad P_{jy} = m(\omega v + b\dot{\omega}), \quad (1)$$

где v, \dot{v} — поступательная скорость и ускорение середины заднего моста; $\omega, \dot{\omega}$ — угловая скорость и ускорение вращения продольной оси автомобиля относительно мгновенного центра поворота; b — расстояние от задней оси до центра тяжести; m — масса автомобиля.

Анализ уравнений показывает, что величины продольных сил инерции не зависят от угловой скорости поворота управляемых колес в общем случае движения. Аналогичный вывод имеется в работе [4] для частного случая движения при $v = \text{const}$. Этот вывод можно распространить и на движение автомобиля с учетом увода шин [5].

Для доказательства справедливости этих выводов, определим применимость уравнений (1) для любых случаев движения.

Предположим, что величины продольных и поперечных сил инерции равны нулю, т.е.

$$P_{jx} = P_{jy} = 0. \quad (2)$$

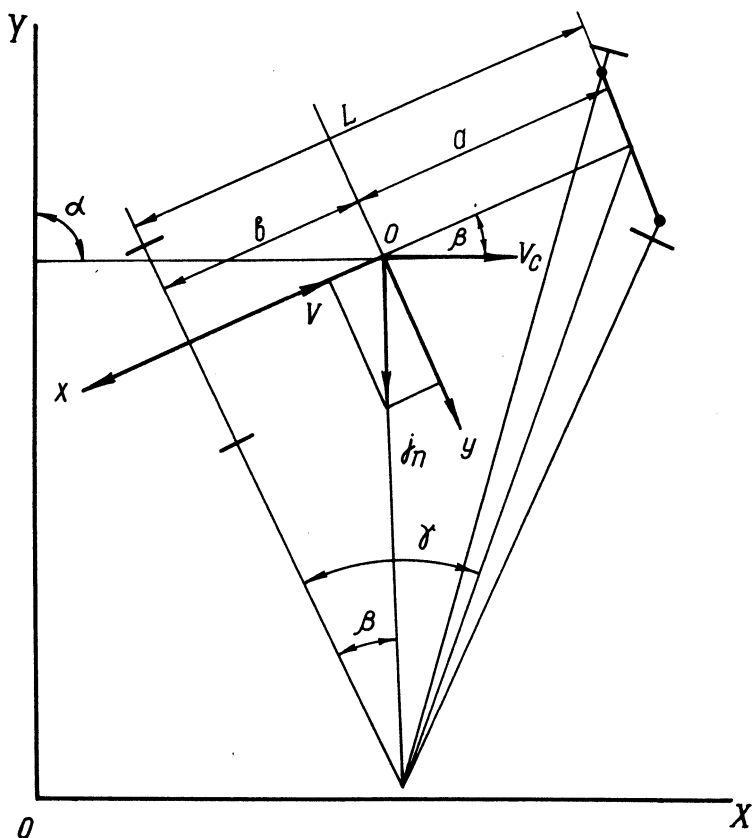


Рис. 1. Схема к расчету сил криволинейного движения автомобиля.

При выполнении этого условия центр тяжести (ц.т.) автомобиля должен двигаться прямолинейно и равномерно.

Выразив в уравнении (1) угловую скорость и угловое ускорение через параметры автомобиля, согласно обозначениям рис. 1.:

$$\omega = \frac{v}{L} \operatorname{tg} \gamma, \dot{\omega} = \dot{v} \frac{1}{L} \operatorname{tg} \gamma + \frac{v}{L} \frac{1}{\cos^2 \gamma} \dot{\gamma}. \quad (3)$$

Решая совместно уравнения (1), (3) с учетом уравнения (2), определим скорость середины заднего моста.

$$v = - \frac{bL^2}{\cos^2 \gamma \operatorname{tg} \gamma (L^2 + b^2 \operatorname{tg}^2 \gamma)} \dot{\gamma}. \quad (4)$$

Анализ уравнения (4) показывает, что движение соответствует входу автомобиля в поворот "задним" ходом, при этом угловая скорость и ускорение отличны от нуля.

Для определения скорости ц.т. преобразуем уравнение (4), используя известное соотношение

$$v_c = \frac{v}{\cos \beta}. \quad (4, a)$$

Выразив угол β через параметры автомобиля (рис. 1) и угол поворота управляемых колес, получим

$$v_c = \frac{v}{L} \sqrt{L^2 + b^2 \operatorname{tg}^2 \gamma}, \quad (5)$$

тогда, скорость ц.т. на входе в поворот по уравнению (4) будет определена выражением

$$v_c = \frac{bL}{\cos^2 \gamma \operatorname{tg} \gamma \sqrt{L^2 + b^2 \operatorname{tg}^2 \gamma}} \dot{\gamma}. \quad (6)$$

Из уравнения (6) следует, что скорость движения ц.т. не постоянна, что противоречит исходным предпосылкам анализа.

Проведя аналогичные решения для случая выхода из поворота, при котором изменение угла поворота управляемых колес определяется выражением $\gamma_{\text{вых}} = \gamma_0 - \gamma$, где γ_0 —

угол управляемых колес, соответствующий круговому движению до выхода из поворота, получим

$$v_c = \frac{bL}{\cos^2(\gamma_0 - \gamma) \operatorname{tg}(\gamma_0 - \gamma) \sqrt{L^2 + b^2 \operatorname{tg}^2(\gamma_0 - \gamma)}} \dot{\gamma}. \quad (7)$$

Как и в предыдущем случае, скорость движения ц.т. не постоянна, т.е. $\dot{v}_c \neq 0$. Наличие изменяющейся скорости свидетельствует о наличии сил инерции, однако по уравнению (1) они равны нулю.

Проведенный выше анализ позволяет утверждать, что уравнения (1) не описывают инерционных сил в общем случае движения автомобиля.

Выше было установлено, что ц.т. движется неравномерно. Для установления характера движения ц.т. проведем преобразование выражения (7).

Умножив числитель и знаменатель на $\sqrt{L^2 + b^2 \operatorname{tg}^2(\gamma_0 - \gamma)}$, получим

$$v_c = \frac{bL \sqrt{L^2 + b^2 \operatorname{tg}^2(\gamma_0 - \gamma)}}{\cos^2(\gamma_0 - \gamma) \operatorname{tg}(\gamma_0 - \gamma) [L^2 + b^2 \operatorname{tg}^2(\gamma_0 - \gamma)]} \dot{\gamma}. \quad (8)$$

Используя известное соотношение

$$L \operatorname{tg}(\beta_0 - \beta) = b \operatorname{tg}(\gamma_0 - \gamma),$$

определим значение угловой скорости поворота вектора v_c относительно продольной оси автомобиля, т.е.

$$\dot{\beta} = \frac{bL}{\cos^2(\gamma_0 - \gamma) [L^2 + b^2 \operatorname{tg}^2(\gamma_0 - \gamma)]} \dot{\gamma}. \quad (9)$$

Решая совместно уравнения (8) и (5) с учетом выражения (9), получим

$$\dot{\beta} = \frac{v}{L} \operatorname{tg}(\gamma_0 - \gamma). \quad (10)$$

Согласно выражению (3), уравнение угловой скорости поворота вектора v_c в относительном движении

$$\dot{\beta} = \omega. \quad (11)$$

Поскольку угловая скорость вектора v_c в абсолютном движении $\dot{\alpha} = \omega + \dot{\beta}$, то при $\omega = \dot{\beta}$ получим $\dot{\alpha} = 0$, т.е. в абсолютном движении ц.т. автомобиля движется прямолинейно.

Таким образом, при выполнении условия (2) ц.т. автомобиля движется прямолинейно и неравномерно.

Поскольку имеется изменение скорости, то инерционная сила ц.т. определится выражением $P_j = -m \dot{v}_c$.

Проектируя эту силу на продольную и поперечную оси автомобиля, получим

$$\begin{aligned} P_{jx} &= P_j \cos \beta; \\ P_{jy} &= P_j \sin \beta. \end{aligned} \tag{12}$$

Полученные уравнения (12) вступают в противоречие с исходной предпосылкой (2) об отсутствии сил инерции и служат доказательством неправомочности применения уравнений (1) для любых случаев движения.

Изменение сил инерции ц.т. или его ускорений в проекциях на продольную и поперечную оси в общем случае движения определяются из траектории ц.т.

При движении автомобиля траектория ц.т., как и любой точки автомобиля, формируется в зависимости от изменения двух независимых переменных: поступательной скорости ведущего моста и угла поворота управляемых колес.

При известных функциях времени или пути этих переменных можно определить траекторию и все инерционные силы, действующие на автомобиль. Для отыскания этих сил, базируясь на положении теоретической механики [6] о полном ускорении точки (ц.т. с массой автомобиля), движущейся по траектории, можно записать

$$\bar{j}_a = \dot{v}_c + \frac{v_c^2}{R},$$

где \bar{j}_a — полное ускорение ц.т. автомобиля; \dot{v}_c — касательное к траектории ускорение; $\frac{v_c^2}{R}$ — нормальное к траектории ускорение; R — радиус кривизны траектории ц.т.

Выразив радиус кривизны траектории ц.т. через угловые скорости относительного и переносного движения вектора v_c , согласно рис. 1, получим

$$\frac{d\alpha}{dS} = \frac{1}{R} = \frac{\omega + \dot{\beta}}{v_c}. \quad (13)$$

Полное ускорение ц.т. с учетом выражения (13)

$$\bar{j}_a = \overline{\dot{v}_c + v_c(\omega + \dot{\beta})}. \quad (14)$$

Проектируя полное ускорение ц.т. на продольную и поперечную оси автомобиля, выбрав положительные направления осей, как показано на рис. 1, получим

$$\begin{aligned} j_x &= v_c(\omega + \dot{\beta}) \sin\beta - \dot{v}_c \cos\beta; \\ j_y &= v_c(\omega + \dot{\beta}) \cos\beta + \dot{v}_c \sin\beta. \end{aligned} \quad (15)$$

После преобразований с учетом выражения (5) ускорения в проекциях на продольную и поперечную оси в общем случае движения имеют вид

$$j_x = b\omega(\omega + \dot{\beta}) \mp (\dot{v} + b\omega\dot{\beta}); \quad (16)$$

$$j_y = v(\omega + \dot{\beta}) \pm (\dot{v} + b\omega\dot{\beta}) b \frac{\omega}{v}.$$

В уравнениях знак перед второй скобкой определяется знаком производной от скорости центра тяжести. Переход от угловой скорости $\dot{\beta}$ к углу и угловой скорости поворота управляемых колес осуществляется по уравнению (9).

Анализ уравнения (16) показывает, что продольные и поперечные ускорения или силы в общем движении зависят как от ускорения поступательного движения, так и от угла и угловой скорости поворота управляемых колес. Из этого уравнения могут быть получены известные уравнения [1, 2, 3] сил или ускорений.

Так, например, полагая $\dot{v} = 0$ и $\dot{\beta} > 0$ при этом по уравнению (4,а) $\dot{v}_c > 0$. После преобразований выражения (16) и умножения на массу автомобиля получим выражение продольных и поперечных сил, приведенные в работе [4].

При $v > 0$; $\dot{\beta} > 0$ и $\dot{v}_c > 0$ после преобразований получается широко известная система уравнений (1).

Рассмотрим наиболее часто встречающийся режим движения в условиях эксплуатации — вход в поворот с торможением, при этом

$$\dot{v} < 0; \dot{\beta} > 0; \dot{v}_c < 0.$$

Преобразуя уравнение (16) с учетом производных, получаем:

$$j_x = -\dot{v} + b\omega^2 + 2b\omega\dot{\beta};$$

$$j_y = v(\omega + \dot{\beta}) + \dot{v}b\frac{\omega}{v} - b^2\omega^2\frac{\dot{\beta}}{v}. \quad (17)$$

Таким образом, формула (16) позволяет учитывать влияние режима движения на изменение инерционных сил или ускорений ц.т. автомобиля при криволинейном движении.

Л и т е р а т у р а

1. Чудаков Е.А. Теория автомобиля, т. 1. М., 1944.
2. Зимелев Г.В. Теория автомобиля. М., 1959.
3. Антонов А.С. и др. Армейский автомобиль. Теория. М., 1970, 4.
- Жуковский Н.Е. К динамике автомобиля. — "Мотор", 1923, № 1.
5. Литвинов А.С. Управляемость и устойчивость автомобиля. М., 1971.
6. Невзглядов В.Г. Теоретическая механика. М., 1959.

О. Я. Заславский

ВЛИЯНИЕ ЗАЗОРОВ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗОК ПО ЭЛЕМЕНТАМ КАРДАННОГО ШАРНИРА

Работоспособность карданного шарнира в основном зависит от нагрузок, воспринимаемых подвижными элементами.

Рассмотрим зону силового контакта шипа крестовины и игольчатого подшипника. Из теории и расчета подшипников качения известна взаимосвязь между максимальной нагрузкой на тело качения и общей радиальной нагрузкой на подшипник.

$$P_0 = \frac{Q}{z} k, \quad (1)$$