

ПОВТОРНОЕ ЗНАКОПЕРЕМЕННОЕ НАГРУЖЕНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ В НЕЙТРОННОМ ПОТОКЕ

д.ф.-м.н. Старовойтов Э. И., Савицкий Д.М.

УО «Белорусский государственный университет транспорта», Гомель

Введение. Радиационное облучение твердых тел сопровождается многочисленными эффектами, в результате которых возникает в них дополнительная объемная деформация θ_l , изменяются упругие и особенно пластические характеристики вещества. Поэтому при однократных и циклических квазистатических нагружениях упругопластических элементов конструкций необходимо вносить соответствующие корректировки в постановки и решения краевых задач. Основными важными факторами при этом являются радиационное упрочнение материала (увеличение предела текучести) и радиационное разбухание (увеличение объемной деформации). Ниже теория переменного нагружения В.В. Москвитина [1] распространена на рассматриваемый класс краевых задач.

Постановка и решение задачи. Рассмотрим начально-однородное изотропное тело, занимающее полупространство $z \geq 0$. Если на границу ($z = 0$) параллельно оси z падают нейтроны с одинаковой средней энергией и интенсивностью θ_0 , нейтрон/(м²сек), то интенсивность потока нейтронов, доходящих до плоскости $z = \text{const}$, будет [2]

$$\varphi(z) = \varphi_0 e^{-\mu z}. \quad (1)$$

Величина μ в (1) называется макроскопическим эффективным сечением и имеет порядок 1/м. Для любого химического элемента она вычисляется по формуле [2]:

$$\mu = \sigma n_0 = \sigma \frac{A_0 \rho}{A}, \quad (2)$$

где ζ – эффективное сечение, отнесенное к одному ядру, n_0 – число ядер в 1 см³, A_0 – число Авогадро, ρ – плотность, A – атомный вес.

Для алюминия $\zeta = 0,21 \cdot 10^{-24}$ см², $A_0 = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ плотность $\rho = 2,7$ г/см³ $A = 27$ а.е.м.. Подставляя эти значения в (2), получим $\mu = 1,26$ м⁻¹.

Если θ_0 в (1) постоянно, то к моменту времени t через сечение z пройдет поток

$$I(z) = \varphi_0 t e^{-\mu z}. \quad (3)$$

В грубом приближении можно считать, что изменение объема вещества прямо пропорционально потоку $I(z)$ и, следовательно,

$$\theta_l = B I(z),$$

где B – опытная константа.

Величина $I_0 = \theta_0 t$ дает суммарный поток нейтронов на единицу площади поверхности тела. В реакторах θ_0 имеет порядок 10^{17} – 10^{18} нейтрон/(м²сек), а I_0 достигает значений 10^{23} – 10^{27} нейтрон/(м²), причем θ_l будет порядка 0,1. Следовательно, в зависимости от энергии нейтронов и облучаемого материала величина B может быть порядка 10^{-28} – 10^{-24} м²/нейтрон.

Зависимость модуля упругости, пределов текучести и прочности и всей диаграммы растяжения от I_0 для различных энергий исследована экспериментально после облучения образцов в атомных реакторах. Опыты свидетельствуют, что, как правило, модуль упругости изменяется слабо (возрастает на 1,5 – 5%). Что касается пределов прочности и текучести, то они весьма чувствительны в отношении облучения и особенно предел текучести.

Для массивных тел с плоской границей число проходящих на глубине z под этой границей нейтронов за время t определяется формулой (3), поэтому предел текучести будет переменным по толщине z . На поверхности тела ($z = 0$) влияние радиации на предел пластичности ζ_y вполне удовлетворительно описывается формулой радиационного упрочнения [2]:

$$\sigma_y = \sigma_{y0} \left[1 + A(1 - \exp(-\xi I_0))^{1/2} \right], \quad (4)$$

где ζ_{y0} – предел пластичности необлученного материала.

На глубине z эта формула принимает вид

$$\sigma_y = \sigma_{y0} \left[1 + A(1 - \exp(-\xi I))^{1/2} \right],$$

где величина нейтронного потока $I(z)$ описывается формулой (3); A, ξ – константы материала, получаемые из эксперимента.

Например, если для алюминиевого сплава 356 принять $A = 1,09$; $\xi = 9,73 \cdot 10^{-26}$ м²/нейтрон, то об удовлетворение известным экспериментальным данным можно судить по рисунку 1. Темные точки – эксперимент, сплошная линия – расчет по формуле (4). Соответствующие величины деформации обозначим через $\varepsilon_{y0}, \varepsilon_y$.

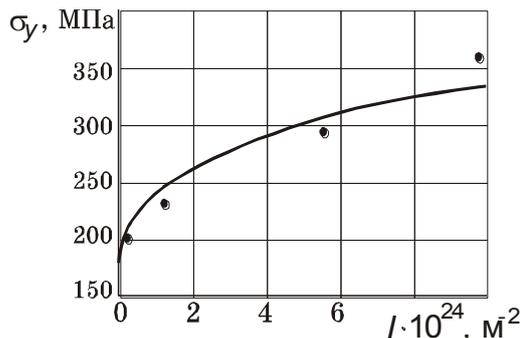


Рисунок 1

Рассмотрим в рамках теории малых упругопластических деформаций процесс комплексного воздействия на деформируемое тело внешних силовых и радиационного потока. Пусть в начальный момент времени на тело, находящееся в естественном состоянии мгновенно воздействуют внешние силы F_i', R_i' при граничном перемещении u_{i0}' и одновременно на его поверхность падает нейтронный поток величиной $I_0 = \theta_0 t$. Предполагается, что при таком воздействии в теле появляются области упругих и пластических деформаций. Изменением модулей упругости за счет нейтронного облучения пренебрегаем. Возникающие в теле напряжения, деформации и перемещения помечаем одним штрихом вверху.

В упругих областях твердого тела справедлив закон Гука и выполняются известные соотношения, связывающие девиаторы тензоров напряжений и деформаций $s'_{ij}, \varepsilon'_{ij}$, а также их шаровые части σ', ε' с поправкой на дополнительное объемное деформирование за счет воздействия нейтронного облучения BI :

$$s'_{ij} = 2G\varepsilon'_{ij}, \quad \sigma' = K(3\varepsilon' - BI), \quad (5)$$

где G – модуль сдвига, K – модуль объемного деформирования.

Для тех областей твердого тела, где появились пластические деформации, связь девиаторов в случае простых нагружений можно представить в виде:

$$s'_{ij} = 2G\varepsilon'_{ij} f'(\varepsilon'_u, I, a'_k),$$

где $f'(\varepsilon'_u, I, a'_k)$ – функция пластичности, зависящая от интенсивности деформаций ε'_u , величины нейтронного потока I и аппроксимационных параметров a'_k .

В условиях простого нагружения [3] эта функция будет универсальной, т. е. ее можно получить из экспериментов на растяжение, кручение и т. д.

Таким образом, в деформируемом теле связь между напряжениями и деформациями при активном нагружении из естественного состояния и воздействии нейтронного потока в общем случае представима в виде

$$s'_{ij} = 2G\varepsilon'_{ij} f'(\varepsilon'_u, I, a'_k), \quad \sigma' = K(3\varepsilon' - BI), \quad (6)$$

причем функцию пластичности следует положить $f'(\varepsilon'_u, I, a'_k) = 1$ в тех областях, где $\varepsilon'_u \leq \varepsilon'_y$.

При достаточно быстром "мгновенном" приложении силовой нагрузки упрочняющее воздействие облучения не успеет сказаться, и возникшие области пластических деформаций будут такими же, как и без воздействия нейтронного потока. Однако если активное нагружение происходит достаточно медленно, то внешние слои тела окажутся со временем упрочненными и в них области пластического деформирования могут оказаться меньше, либо отсутствовать вовсе, по сравнению с необлученным телом. Может возникнуть эффект, когда первые пластические деформации появятся не на внешней упрочненной поверхности, а под ней, где интенсивность деформаций велика, а предел текучести не успел возрасти. Таким образом, по своему воздействию на упругопластические тела радиационное облучение противоположно тепловому, которое уменьшает предел текучести и ведет к увеличению зон пластического деформирования при одинаковых нагрузках.

К соотношениям (6) добавим дифференциальные уравнения равновесия, соотношения Коши и граничные условия в предположении малости деформаций

$$\begin{aligned} \sigma'_{ij,j} + \rho F'_i &= 0; \quad 2\varepsilon'_{ij} = u'_{i,j} + u'_{j,i}, \\ \sigma'_{ij} l_j &= R'_i \text{ на } S_\sigma, \quad u'_i = u'_{0i} \text{ на } S_u. \end{aligned} \quad (7)$$

Запятая в нижнем индексе обозначает операцию дифференцирования по следующей за ней координате. Считаем, изменения во времени внешних нагрузок и граничных перемещений происходит таким образом, что соответствующие траектории нагружения не относятся к классу существенно сложных нагружений, а радиационное упрочнение наступает после силового деформирования твердого тела. В дальнейшем предполагаем, что краевая задача (6), (7) решена.

Пусть, начиная со времени t_1 , воздействие нейтронного потока прекращается ($\theta = 0$), а внешние силы изменяются таким образом, что во всех точках пластически деформируемых областей тела V_p' происходит разгрузка и последующее знакопеременное нагружение объемными F_i'' и поверхностными силами R_i'' (на S_ζ) при граничном перемещении u_{i0}'' (на S_u). Уровень облучения тела остается постоянным и равным его значению перед разгрузкой $I_1 = \theta t_1$. Предел пластичности в точках тела зависит от координаты z и становится равным $\zeta_y''(I_1(z))$, т. е. зависит от величины деформационного и радиационного упрочнения. Схематично процесс показан на рисунке 2.

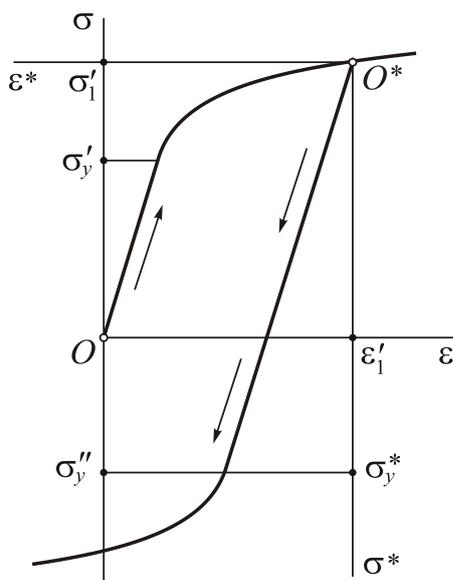


Рисунок 2

Обозначим соответствующие напряжения, деформации и перемещения через ζ_{ij}'' , ε_{ij}'' , u_i'' . Для них остаются справедливыми соотношения (7)

$$\begin{aligned} \sigma''_{ij,j} + \rho F_i'' &= 0; \quad 2\varepsilon''_{ij} = u''_{i,j} + u''_{j,i}, \\ \sigma''_{ij} l_j &= R_i'' \text{ на } S_\sigma, \quad u''_i = u''_{0i} \text{ на } S_u. \end{aligned} \quad (8)$$

Связь напряжений с деформациями запишем следующим образом

$$s''_{ij} = 2G\varepsilon''_{ij} f''(\varepsilon''_u, \varepsilon'_1, I_1, a''_k), \quad \sigma'' = 3K\varepsilon''. \quad (9)$$

Здесь $f''(\varepsilon''_u, \varepsilon'_1, I_1, a''_k)$ – функция пластичности при повторном знакопеременном нагружении, зависящая от интенсивности деформации ε''_u , предшествующей разгрузке интенсивности ε'_1 , уровня облучения тела I_1 , аппроксимационных параметров a''_k , описывающих кривую деформирования второго полуцикла.

Причем функцию пластичности f'' следует положить равной единице в тех областях, где не появились новые пластические деформации, то есть $\varepsilon_u'' \leq \varepsilon_y''$ по модулю, ε_y'' – деформация, соответствующая пределу текучести ζ_y'' при повторном нагружении.

Уравнения (8), (9) определяют краевую задачу для величин с двумя штрихами. Ее сложность заключается в зависимости искомого решения от точки разгрузки $(\varepsilon_1', \zeta_1')$, т. к. в каждой частице твердого тела необходимо ставить свою краевую задачу и получать свое решение. Рассмотрим одну возможность избежать этих трудностей.

Для величин перед началом разгрузки сохраним обозначения $\zeta_{ij}', \varepsilon_{ij}', u_i'$. Следуя Москвитину [1], введем следующие разности для момента времени $t > t_1$:

$$s_{ij}^* = s_{ij}' - s_{ij}'', \quad \varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij}' - \varepsilon_{ij}'' . \quad (10)$$

Запишем физические уравнения состояния для величин со звездочками. В зонах V_e' и V_e'' разгрузки и упругого деформирования справедливы соотношения

$$s_{ij}^* = 2G\varepsilon_{ij}^*, \quad \varepsilon_u^* \leq \varepsilon_y^*(I_1),$$

В области V_p'' , где в процессе переменного нагружения происходит изменение пластических деформаций, должны быть справедливыми зависимости

$$s_{ij}^* = 2G\varepsilon_{ij}^* f^*(\varepsilon_u^*, \varepsilon_1', I_1, a_k^*) . \quad (11)$$

Здесь $f^*(\varepsilon_u^*, \varepsilon_1', I_1, a_k^*)$, вообще говоря, некоторая новая универсальная функция, описывающая нелинейность диаграммы деформирования в осях $\zeta^* \sim \varepsilon^*$ (см. рисунок 2)..

Во всех точках тела объемная деформация сохраняется упругой. Следовательно, перед началом разгрузки и для текущего состояния выполняются равенства

$$\sigma' = K(3\varepsilon' - BI_1), \quad \sigma'' = K(3\varepsilon'' - BI_1),$$

поэтому и для величин со звездочками

$$\sigma^* = 3K\varepsilon^* . \quad (12)$$

Уравнения равновесия, соотношения Коши и граничные условия для величин $\zeta_{ij}^*, \varepsilon_{ij}^*, u_i^*$ будут

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j}^* + \rho F_i^* = 0, \quad F_i^* = F_i' - F_i''; \quad 2\varepsilon_{ij}^* = u_{i,j}^* + u_{j,i}^*, \\ \sigma_{ij}^* l_j = R_i^*, \quad R_i^* = R_i' - R_i'', \quad \text{на } S_\sigma; \quad u_i^* = u_{0i}^* = u_{0i}' - u_{0i}'', \quad \text{на } S_u. \end{aligned} \quad (13)$$

Соотношения (11)–(13) образуют новую краевую задачу для величин со звездочками. Если теперь предположить, что функцию f^* в любой точке кривой деформирования можно приблизить функцией f' , то есть описать таким же аналитическим выражением только с другими параметрами a_k^* , то мы уйдем от зависимости f^* от ε_1' :

$$f^* = f'(\varepsilon_u^*, I_1, a_k^*) .$$

Сравнивая после этого соотношения (6), (7) для тела при нагружении из естественного состояния и соотношения для величин со звездочками (11)–(13) отмечаем, что они совпадают с точностью до обозначений. Поэтому, решение задачи для величин со звездочками можно получить из известного решения задачи, соответствующей нагружению из естественного состояния, путем некоторых замен. Например, если известно перемещение $u_i' = u_i'(x, \varepsilon_u', \varepsilon_\tau', I, a_k')$, то соответствующее перемещение $u_i^* = u_i'(x, \varepsilon_u^*, \varepsilon_\tau^*, I_1, a_k^*)$, а искомое перемещение при повторном знакопеременном нагружении определяется из соотношения (10): $u_i'' = u_i' - u_i^*$. Напряжения и деформации вычисляются по формулам такого же типа. Полученный результат можно распространить на случай любого n -го циклического нагружения.

Пример. В качестве примера решена задача о повторном радиационно-силовом изгибе трехслойного консольной балки. Следует отметить, что слоистые элементы

конструкций, нашли широкое применение в авиа-, ракето-, приборостроении и строительстве, поэтому разработка методик и решения соответствующих краевых задач актуальны. Исследованию напряженно-деформированного состояния неоднородных элементов конструкций посвящены многие публикации, в том числе [4–13]. В рамках теории малых упругопластических деформаций [3] в монографиях [4–6] приведены результаты по изотермическому квазистатическому и динамическому однократному деформированию трехслойных элементов конструкций, связанных и несвязанных с винклеровым основанием. Напряженно-деформированного состояния двухслойных металлополимерных пластин при циклических нагружениях рассмотрено в статье [7]. Динамическим проблемам трехслойных стержней и цилиндрических оболочек посвящены работы [8–10]. Здесь, в рамках теории простых переменных нагружений, рассмотрено повторное термосиловое деформирование несимметричного по толщине трехслойного стержня с упругопластическими несущими слоями и физически нелинейно-упругим наполнителем, один конец которого заделан.

Для рассматриваемой несимметричной по толщине трехслойной балки приняты гипотезы ломаной нормали: в несущих слоях справедливы гипотезы Кирхгофа, в наполнителе нормаль остается прямолинейной, не изменяет своей длины, но поворачивается на некоторый дополнительный угол $\psi(x)$. Наружные несущие слои балки выполнены из металла, а несжимаемый по толщине внутренний слой (заполнитель) - полимер. Несущие слои приняты упругопластическими, наполнитель – нелинейно упругий. Аналитическое решение соответствующей задачи теории упругости приведено в [4].

Пусть к внешней поверхности $z = c + h_1$ рассматриваемой трехслойной балки кроме распределенной силовой нагрузки $p'(x), q'(x)$ подводится нейтронный поток плотностью θ_0 в направлении, противоположном внешней нормали (рисунок 3). Для описания деформирования материалов слоев в нейтронном потоке используем уравнения состояния типа (5):

$$s_x^{r(k)} = 2G_k f^{r(k)}(\varepsilon_u^{r(k)}, I) \varepsilon_x^{r(k)}, \quad \sigma^{r(k)} = K_k (3\varepsilon^{r(k)} - B_k I), \quad (k=1, 2, 3), \quad (14)$$

$$s_{xz}^{r(3)} = 2G_3 f^{r(3)}(\varepsilon_u^{r(3)}, I) \varepsilon_{xz}^{r(3)},$$

где $f^{r(k)}$ – универсальная функция нелинейности при нагружении из естественного состояния

$$f^{r(k)}(\varepsilon_u^{r(k)}, I) = \begin{cases} 1, \\ 1 - \omega^{r(k)}(\varepsilon_u^{r(k)}, I), \end{cases}$$

$$\varepsilon_u^{r(k)} \leq \varepsilon_y^{r(k)}(I),$$

$$\varepsilon_u^{r(k)} > \varepsilon_y^{r(k)}(I); \quad (15)$$

$\omega^{r(k)}(\varepsilon_u^{r(k)}, I)$ – в несущих слоях функция пластичности Ильюшина, в наполнителе – функция нелинейности.

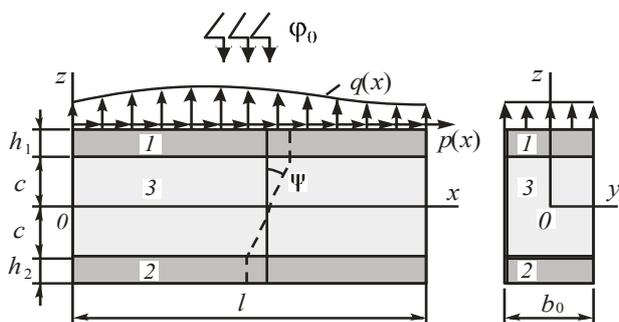


Рисунок 3

В дальнейшем будем полагать, что изменения во времени внешних нагрузок и граничных перемещений происходит таким образом, что соответствующие траектории нагружения не относятся к классу существенно сложных нагружений, а радиационный рост предела пластичности не превышает роста интенсивности деформаций в облучаемых точках твердого тела, что препятствовало бы образованию пластических деформаций.

Рассмотренная задача о нагружении из естественного состояния решена методом упругих решений [4]. В нашем случае, в соответствии с соотношениями (14) (при

воздействии нейтронного потока) решение было получено по такой же методике. В результате искомые перемещения определяются следующими рекуррентными формулами (n – номер приближения):

$$\begin{aligned}
\psi^{(n)}(x) &= C_2^{(n)} \operatorname{sh}(\beta x) + C_3^{(n)} \operatorname{ch}(\beta x) + \\
&+ \frac{1}{\beta} \left[\operatorname{sh}(\beta x) \int g^{(n)} \operatorname{ch}(\beta x) dx - \operatorname{ch}(\beta x) \int g^{(n)} \operatorname{sh}(\beta x) dx \right], \\
u^{(n)}(x) &= \gamma_3 \psi^{(n)} + \frac{1}{\alpha_2} \left[-a_4 L_2^{-1}(p' - p_\omega'^{(n-1)}) + a_7 L_3^{-1}(q' - q_\omega'^{(n-1)}) + \frac{a_7}{2} C_1^{(n)} x^2 \right] + C_7^{(n)} x + C_8^{(n)}, \\
w^{(n)}(x) &= \frac{1}{\alpha_2} \left[\alpha_1 \int \psi^{(n)} dx - a_7 L_3^{-1}(p' - p_\omega'^{(n-1)}) + a_1 L_4^{-1}(q' - q_\omega'^{(n-1)}) + \right. \\
&\left. + \frac{1}{6} a_1 C_1^{(n)} x^3 \right] + \frac{1}{2} C_4^{(n)} x^2 + C_5^{(n)} x + C_6^{(n)}. \tag{16}
\end{aligned}$$

Здесь $p_\omega'^{(n-1)}$, $h_\omega'^{(n-1)}$, $q_\omega'^{(n-1)}$ – дополнительные «внешние» нагрузки служат поправками на пластичность и физическую нелинейность материалов слоев при повторном нагружении и учитывают воздействие нейтронного потока. Они на первом шаге ($n = 1$) принимаются равными нулю, в дальнейшем вычисляются по результатам предыдущего приближения, функция $g^{(n)}(x)$, коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta^2, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ и линейные интегральные операторы четвертого порядка $L_2^{-1}, L_3^{-1}, L_4^{-1}$ определены в [4]. Константы интегрирования $C_1^{(n)}, \dots, C_8^{(n)}$ учитывают воздействие нейтронного потока и на каждом последующем шаге n следуют из условий закрепления стержня.

В случае жесткой консольной заделки левого торца стержня при свободном правом, удовлетворяя граничным условиям, получаем

$$\begin{aligned}
C_1^{(n)} &= -L_1^{-1}(q' - q_\omega'^{(n-1)})|_{x=l}, \quad C_3^{(n)} = \frac{1}{\beta} \int g^{(n)}(x) \operatorname{sh}(\beta x) dx|_{x=0}, \\
C_2^{(n)} &= \frac{1}{\beta} \left[\frac{\operatorname{ch}(\beta l)}{\operatorname{sh}(\beta l)} \left(\int g^{(n)} \operatorname{sh}(\beta x) dx|_{x=l} - \int g^{(n)} \operatorname{sh}(\beta x) dx|_{x=0} \right) - \int g^{(n)} \operatorname{ch}(\beta x) dx|_{x=l} \right], \\
C_4^{(n)} &= \frac{a_7}{\alpha_2} \left(L_1^{-1}(p' - p_\omega'^{(n-1)}) + \sum_{k=1}^3 B_k K_k I_k h_k \right)|_{x=l} - \\
&- \frac{a_1}{\alpha_2} \left(L_2^{-1}(q' - q_\omega'^{(n-1)}) + B_1 K_1 I_1 h_1 \left(c + \frac{h_1}{2} \right) - B_2 K_2 I_2 h_2 \left(c + \frac{h_2}{2} \right) \right)|_{x=l} - \frac{a_1}{\alpha_2} C_1^{(n)} l, \\
C_5^{(n)} &= \frac{a_7}{\alpha_2} L_2^{-1}(p' - p_\omega'^{(n-1)})|_{x=0} - \frac{a_1}{\alpha_2} L_3^{-1}(q' - q_\omega'^{(n-1)})|_{x=0}, \\
C_6^{(n)} &= \frac{a_7}{\alpha_2} L_3^{-1}(p' - p_\omega'^{(n-1)})|_{x=0} - \frac{a_1}{\alpha_2} L_4^{-1}(q' - q_\omega'^{(n-1)})|_{x=0} - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \int \psi^{(n)} dx|_{x=0}, \\
C_7^{(n)} &= \frac{a_4}{\alpha_2} \left(L_1^{-1}(p' - p_\omega'^{(n-1)})|_{x=l} + \sum_{k=1}^3 B_k K_k I_k h_k \right) - \\
&- \frac{a_7}{\alpha_2} \left(L_2^{-1}(q' - q_\omega'^{(n-1)})|_{x=l} + B_1 K_1 I_1 h_1 \left(c + \frac{h_1}{2} \right) - B_2 K_2 I_2 h_2 \left(c + \frac{h_2}{2} \right) - C_1^{(n)} l \right), \\
C_8^{(n)} &= \frac{a_4}{\alpha_2} L_2^{-1}(p' - p_\omega'^{(n-1)})|_{x=0} - \frac{a_7}{\alpha_2} L_3^{-1}(q' - q_\omega'^{(n-1)})|_{x=0}. \tag{17}
\end{aligned}$$

Пусть, начиная с момента t_1 , осуществляется мгновенная разгрузка и повторное нагружение усилиями обратного знака p'' , q'' , изменяющимися по тому же закону, что и

при нагружении из естественного состояния. Эти усилия создадут в k -м слое стержня поле перемещений $u''(x), w''(x)$, деформации $\varepsilon_x^{n(k)}(x, z), \varepsilon_x^{n(k)}(x, z), \varepsilon^{n(k)}(x, z), \psi''(x, z)$ и напряжения $\sigma_x^{n(k)}(x, z), s_x^{n(k)}(x, z), \sigma^{n(k)}(x, z), \sigma_{xz}^{n(k)}(x, z)$. При этом будем предполагать, что за время разгрузки и последующего переменного нагружения воздействие нейтронного потока прекратилось, и уровень облучения во всех точках тела остается неизменным. Он совпадает с уровнем к моменту начала разгрузки, т.е. $I'(z) = I(z, t_1)$. Введем для всех величин напряженно-деформированного состояния и нагрузки разности, в которых величины с одним штрихом – напряжения, деформации и перемещения в стержне перед разгрузкой, двумя штрихами помечены аналогичные параметры в процессе второго полуцикла:

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(k)*} &= \sigma_x^{n(k)} - \sigma_x^{n(k)}, \quad \varepsilon_x^{(k)*} = \varepsilon_x^{n(k)} - \varepsilon_x^{n(k)}, \quad \sigma^{(k)*} = \sigma^{n(k)} - \sigma^{n(k)}, \quad \sigma_{xz}^{(3)*} = \sigma_{xz}^{n(3)} - \sigma_{xz}^{n(3)}, \quad \varepsilon^{(k)*} = \varepsilon^{n(k)} - \varepsilon^{n(k)}, \\ \psi^* &= \psi' - \psi'', \quad q^* = q' - q'', \quad p^* = p' - p'', \quad u^* = u' - u'', \quad w^* = w' - w''. \end{aligned} \quad (18)$$

Для напряжений и деформаций, отмеченных звездочкой, примем физические уравнения состояния типа (14):

$$\begin{aligned} s_x^{(k)*} &= 2G_k f^{(k)*} \varepsilon_x^{(k)*}, \quad s_{xz}^{(3)*} = 2G_3 f^{(3)*} \varepsilon_{xz}^{(3)*}, \\ \sigma^{(k)*} &= 3K_k \varepsilon^{(k)*}, \quad k=1, 2, 3. \end{aligned}$$

Соответствующие универсальные функции нелинейности в несущих слоях полагаем, согласно гипотезе Москвитина, выраженными через функции пластичности при нагружении из естественного состояния (15):

$$\begin{aligned} f^{(k)*}(\varepsilon_u^{(k)*}, I') &= \begin{cases} 1, & \varepsilon_u^{(k)*} \leq \varepsilon_y^{(k)*}(I'), \\ 1 - \omega^{(k)*}(\varepsilon_u^{(k)*}, I'), & \varepsilon_u^{(k)*} > \varepsilon_y^{(k)*}(I'), \end{cases} \\ \omega^{(k)*} &= \omega^{n(k)*}(\varepsilon_u^{(k)*}, \varepsilon_y^{(k)*}, I', d_l^*), \end{aligned}$$

где d_l^* – экспериментальные параметры материала, входящие в аппроксимационную формулу функции нелинейности.

При повторном знакопеременном нагружении рекуррентное решение для величин со звездочками будет подобным (17):

$$\begin{aligned} \psi^{(n)*}(x) &= C_2^{(n)*} \operatorname{sh}(\beta x) + C_3^{(n)*} \operatorname{ch}(\beta x) + \\ &+ \frac{1}{\beta} \left[\operatorname{sh}(\beta x) \int g^{(n)*} \operatorname{ch}(\beta x) dx - \operatorname{ch}(\beta x) \int g^{(n)*} \operatorname{sh}(\beta x) dx \right], \\ u^{(n)*}(x) &= \gamma_3 \psi^{(n)*} + \frac{1}{\alpha_2} \left[-a_4 L_2^{-1}(p^* - p_\omega^{(n-1)*}) + a_7 L_3^{-1}(q - q_\omega^{(n-1)*}) + \frac{a_7}{2} C_1^{(n)*} x^2 \right] + C_7^{(n)*} x + C_8^{(n)*}, \\ w^{(n)*}(x) &= \frac{1}{\alpha_2} \left[\alpha_1 \int \psi^{(n)*} dx - a_7 L_3^{-1}(p^* - p_\omega^{(n-1)*}) + a_1 L_4^{-1}(q^* - q_\omega^{(n-1)*}) + \right. \\ &\left. + \frac{1}{6} a_1 C_1^{(n)*} x^3 \right] + \frac{1}{2} C_4^{(n)*} x^2 + C_5^{(n)*} x + C_6^{(n)*}. \end{aligned} \quad (19)$$

Удовлетворяя решением (19) граничные условия для консоли, получим константы интегрирования $C_1^{(n)*}, \dots, C_8^{(n)*}$. Они следуют из (17), если в последних убрать нейтронный поток I_k , т.к. его воздействие прекратилось перед разгрузкой.

Параметры НДС трехслойной балки при повторном знакопеременном нагружении следуют из соотношений (18) с учетом решений (16), (17), (19):

$$\psi'' = \psi^* - \psi', \quad u'' = u^* - u', \quad w'' = w^* - w'. \quad (20)$$

Численные результаты получены для трехслойной балки слои ко торой выполнены из Д16Т–фторопласт–Д16Т. Относительные толщины слоев: $h_1 = h_2 = 0,03$, $c = 0,09$.

Аналитический вид функции физической нелинейности заполнителя принят в виде

$$\omega^{(k)}(\varepsilon_u^{(k)}, I) = \begin{cases} 0, & \varepsilon_u^{(k)} \leq \varepsilon_y^{(k)}(I), \\ A_k \left(1 - \frac{\varepsilon_y^{(k)}(I)}{\varepsilon_u^{(k)}} \right)^{\alpha_k}, & \varepsilon_u^{(k)} > \varepsilon_y^{(k)}(I), \end{cases} \quad \varepsilon_y^{(k)}(I) = \varepsilon_{y0} \left[1 + A(1 - \exp(-\xi I))^{1/2} \right],$$

Механические и радиационные параметры материалов слоев, входящие в формулу (20), приведены в [2, 6]. Кроме этого принималось: $B = 10^{-23} \text{ м}^2 / \text{нейтрон}$, что обеспечивает объемную деформацию в слоях рассматриваемого стержня 3–3,5 %, для дюралюминия – $\mu = 1,26 \text{ см}$, для фторопласта $\mu = 3,21 \text{ см}$.

На рисунке 4 показано изменение прогиба $w - a$ и сдвига $\psi - б$ вдоль оси рассматриваемого трехслойного стержня, рассчитанные по различным физическим уравнениям состояния при консольном закреплении левого торца. Кривые с одним штрихом соответствуют нагружению из естественного состояния, два штриха – повторный знакопеременный изгиб: 1, 2 – упругий и упругопластический стержни без облучения, 3 – упругопластические при $\theta = 10^{18} \text{ нейтрон}/(\text{м}^2\text{с})$. При повторном нагружении перемещения уменьшаются на 2–3 %, как у необлученного, так и облученного стержней, что объясняется циклическим упрочнением материала при каждой перемене знака нагрузки.

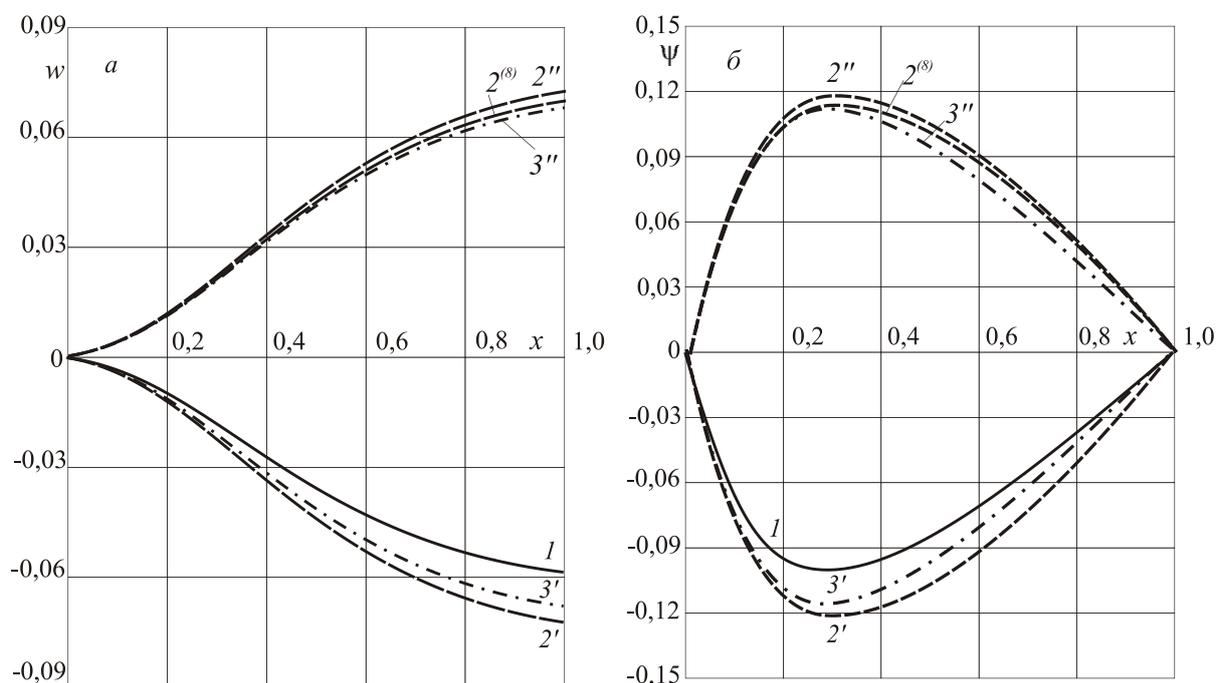


Рисунок 4.

Выводы. Предложена методика исследования НДС при циклическом нагружении упругопластических тел в нейтронном потоке позволяет существенно упростить решение целого класса краевых задач. Однако следует еще раз указать ограничения на ее применение. Во-первых, максимальный уровень нейтронного облучения не должен вызывать разрыхление вещества. Во-вторых, на каждом

полуцикле должны выполняться условия простого нагружения и деформации должны быть малыми.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГПНИ "Конвергенция".

РЕЗЮМЕ

Рассмотрено влияние нейтронного облучения на упругопластическое деформирование твердых тел при циклическом силовом воздействии. На основе экспериментальных данных предложена формула радиационного упрочнения. Доказана теорема о переменных нагружениях. Приведено аналитическое решение и численные результаты для трехслойного металлополимерного стержня.

ЛИТЕРАТУРА

1. Москвитин, В. В. Циклическое нагружение элементов конструкций. – М.: Наука, 1981. – 344 с.
2. Ильюшин А.А., Огибалов П.М. Упругопластические деформации полых цилиндров. – М.: изд-во Московского университета, 1960. 224 с.
3. Ильюшин, А.А. Пластичность. Ч. 1. Упругопластические деформации – М.: Гостехиздат, 1948. – 376 с.
4. Горшков А.Г., Старовойтов Э.И., Яровая А.В. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 576 с.
5. Плескачевский Ю.М., Старовойтов Э.И., Леоненко Д.В. Механика трехслойных стержней и пластин, связанных с упругим основанием – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 560 с.
6. Starovoitov, E. I. Foundations of the theory of elasticity, plasticity and viscoelasticity / E. I. Starovoitov, F.B. Nagiyev – Apple Academic Press, Toronto, New Jersey, Canada, USA, 2012. – 346 p.
7. Москвитин В.В., Старовойтов Э. И. К исследованию напряженно-деформированного состояния двухслойных металлополимерных пластин при циклических нагружениях // Изв. АН СССР. МТТ. – 1986. – № 1. – С. 116–121.
8. Леоненко Д.В. Колебания трехслойного стержня под действием импульсных нагрузок различных форм / Материалы, технологии, инструменты. – 2004. – Т. 9, № 2. – С. 23–27.
9. Леоненко Д.В. Радиальные собственные колебания упругих трехслойных цилиндрических оболочек / Механика машин, механизмов и материалов. – 2010. – № 3, (13). – С. 53–56.
10. Леоненко Д.В. Вынужденные колебания трехслойного стержня ВИНУ на упругом безынерционном основании / Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2007. – № 3. – С. 70–74.

SUMMARY

The influence of neutron irradiation upon elastoplastic deformation of components of constructions under cyclic force disturbance is considered. On basis of experimental data the formula of irradiation reinforcement is suggested. The theorem about variable loading is proved. Numerical and analytical solution for sandwich metal-polymeric beam is adduced.

E-mail: edstar@mail.by
savizki31@gmail.com

Поступила в редакцию 12.10.2014