

однако уменьшает величины ускорений, действующих на тракториста в среднем на 10—15%.

### Л и т е р а т у р а

1. Исследование подрессоривания гусеничных и колесных сельскохозяйственных тракторов. — "Труды НАТИ". М., 1970, вып. 208. 2. Чудаков Д.А. Основы теории и расчета трактора и автомобиля. М., 1972.

Н.А. Разоренов

#### К ВОПРОСУ ОПИСАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТРАКТОРНОГО ПОЕЗДА НА БАЗЕ ТРАКТОРА КЛ. 1,4 ТС И ДВУХ ПРИЦЕПОВ 2-ПТС-4

В последнее время тракторы кл. 1,4 тс широко используются на транспортных работах. Качественное и количественное развитие тракторостроения и прицепостроения (внедрение в массовое производство трактора кл. 1,4 тс — МТЗ-80, выпуск специализированных тракторных прицепов — 2-ПТС-4) при все более возрастающем оснащении современных тракторов и прицепов дополнительными системами и механизмами (пневматический привод тормозов прицепов и т.д.) позволяет еще шире использовать тракторные поезда, особенно с двумя прицепами.

Эксплуатация тракторных поездов на дорогах общего назначения выдвигает требование по обеспечению их безопасности движения, в частности устойчивости и управляемости.

Как в нашей стране, так и за рубежом большинство работ по данному вопросу относится к изучению автомобиля [1,2] или автопоездов, причем в последнем случае рассматривались линеаризованные математические модели, описывающие прямолинейное установившееся движение [3,4,5,6].

Используя накопленный предыдущими исследователями опыт и учитывая, что наиболее актуальным является случай неустановившегося режима движения, в работе рассматривается произвольное плоско-параллельное движение тракторного поезда.

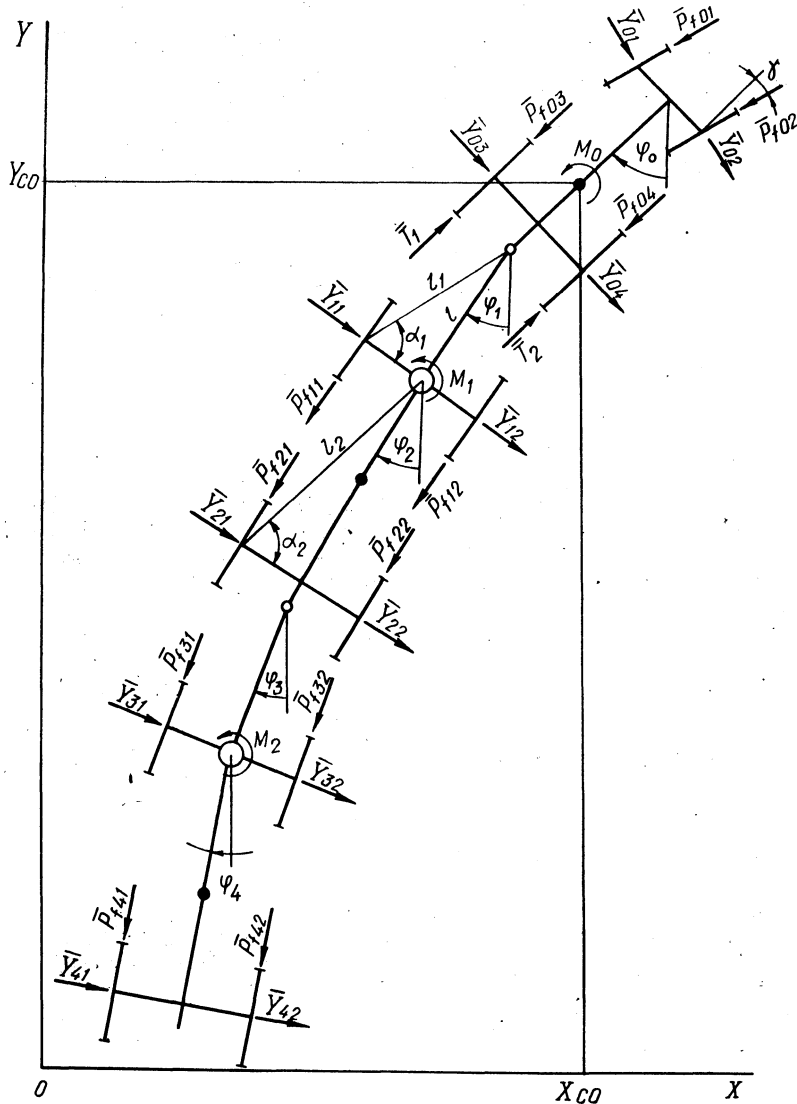


Рис. 1. Расчетная схема плоско-параллельного движения тракторного поезда.

Тракторный поезд в составе трактора и двух прицепов представляет собой неголономную механическую систему. При выводе дифференциальных уравнений, описывающих его движение

ние, введем следующие допущения: а) массой поворотных осей прицепов пренебрегаем и считаем дышла прицепов абсолютно жесткими; б) связь в буксирном устройстве идеальная; в) движение происходит по ровной горизонтальной поверхности; г) отсутствуют перемещения подрессоренных масс относительно неподрессоренных. Будем относить движение к инерционной системе отсчета ХОУ (рис. 1). На рис. 1 приведена расчетная модель тракторного поезда. За независимые координаты (обобщенные координаты) приняты:  $Y_{co}$  и  $X_{co}$  — продольная и поперечная координаты центра масс трактора;  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  — угловые координаты звеньев тракторного поезда.

Уравнения движения записываются в виде уравнений Лагранжа 2-го рода:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1)$$

где  $T$  — кинетическая энергия тракторного поезда;  $q_i$  — обобщенные координаты ( $i = 1, 2, \dots, 7$ );  $Q_i$  — обобщенные силы.

После подстановки вычисленных значений  $T$  и  $Q$  в уравнение (1) и их преобразования были получены следующие дифференциальные уравнения:

$$\begin{aligned} \ddot{X}_{co} M + \ddot{\varphi}_0 \lambda_0 \cos \varphi_0 + \ddot{\varphi}_1 \lambda_8 \cos \varphi_1 + \ddot{\varphi}_2 \lambda_{14} \cos \varphi_2 + \ddot{\varphi}_3 \beta_6 \times \\ \times \cos \varphi_3 + \ddot{\varphi}_4 \beta_7 \cos \varphi_4 + \dot{\varphi}_0^2 \lambda_{19} \sin \varphi_0 - \dot{\varphi}_1^2 \lambda_8 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_2^2 \lambda_{14} \times \\ \sin \varphi_2 - \dot{\varphi}_3^2 \beta_6 \sin \varphi_3 - \dot{\varphi}_4^2 \beta_7 \sin \varphi_4 = Y_0 \cos(\varphi_0 + \gamma) - P_{f0} \sin(\varphi_0 + \\ + \gamma) + Y_0^1 \cos \varphi_0 + (T_1 - P_{f03}) \sin \varphi_0 + (T_2 - P_{04}) \sin \varphi_0 + Y_1 \cos \varphi_1 - \\ - P_{f1} \sin \varphi_1 + Y_2 \cos \varphi_2 - P_{f2} \sin \varphi_2 + Y_3 \cos \varphi_3 - P_{f3} \sin \varphi_3 + Y_4 \times \\ \cos \varphi_4 - P_{f4} \sin \varphi_4; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \ddot{Y}_{co} M - \varphi_0 \lambda_0 \sin \varphi_0 - \dot{\varphi}_1 \lambda_8 \sin \varphi_1 - \dot{\varphi}_2 \lambda_{14} \sin \varphi_2 - \dot{\varphi}_3 \beta_6 \sin \varphi_3 - \\ - \dot{\varphi}_4 \beta_7 \sin \varphi_4 - \dot{\varphi}_0^2 \lambda_0 \cos \varphi_0 - \dot{\varphi}_1^2 \lambda_8 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2^2 \lambda_{14} \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_3^2 \times \\ \times \beta_6 \cos \varphi_3 - \dot{\varphi}_4^2 \beta_7 \cos \varphi_4 = T \cos \varphi_0 - Y_0 \sin(\varphi_0 + \gamma) - P_{f0} \cos(\varphi_0 + \end{aligned}$$

$$+y^*)-Y_0^1 \sin \varphi_0 - P_{f0} \cos \varphi_0 - Y_1 \sin \varphi_1 - P_{f1} \cos \varphi_1 - Y_2 \sin \varphi_2 - \\ - P_{f2} \cos \varphi_2 - Y_3 \sin \varphi_3 - P_{f3} \cos \varphi_3 - Y_4 \sin \varphi_4 - P_{f4} \cos \varphi_4; (3)$$

$$\ddot{X}_{co} \lambda_0 \cos \varphi_0 - \ddot{Y}_{co} \lambda_0 \sin \varphi_0 + \ddot{\varphi}_0 (\lambda_1 + I_0) + \lambda_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + \ddot{\varphi}_2^x \\ \times \lambda_3 \cos(\varphi_0 - \varphi_2) + \ddot{\varphi}_3 \beta_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_3) + \ddot{\varphi}_4 \beta_1 \cos(\varphi_0 + \varphi_4) - \dot{\varphi}_0^2 \times \\ \times (\lambda_1 \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 - \lambda_4 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) - \dot{\varphi}_1^2 \lambda_2 \cos \varphi_0 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 \times \\ \times \lambda_5 \sin \varphi_0 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2^2 \lambda_6 \cos \varphi_0 \sin \varphi_2 - \dot{\varphi}_2^2 \lambda_7 \sin \varphi_0 \cos \varphi_2 - \dot{\varphi}_3^2 \times \\ \times \beta_6 \sin(\varphi_3 - \varphi_0) - \dot{\varphi}_4^2 \beta_1 \sin(\varphi_4 - \varphi_0) = T_1^1 l_0 \cos \alpha_0 - T_2^1 l_0 \cos \alpha_0 - \\ - Y_0^1 l_0^1 \sin \alpha_0 + Y_0 l_0 \sin(\alpha^1 + \gamma) - P_{f0} l_0 \cos(\alpha^1 - \gamma) + P_{f02} l_0^x \\ \times \cos(\alpha^1 + \gamma) - Y_1 \xi_1 \cos(\varphi_0 - \varphi_1) - P_{f1} \xi_1 \sin(\varphi_0 - \varphi_1) - Y_2 \xi_1^x \\ \times \cos(\varphi_0 - \varphi_2) - P_{f2} \xi_1 \sin(\varphi_0 - \varphi_2) - Y_3 \xi_1 \cos(\varphi_0 - \varphi_3) - P_{f3} \xi_1^x \\ \times \sin(\varphi_0 - \varphi_3) - Y_4 \xi_1 \cos(\varphi_0 - \varphi_4) - P_{f4} \sin(\varphi_0 - \varphi_4) - M_{co}; (4)$$

$$\ddot{X}_{co} \lambda_8 \cos \varphi_1 - \ddot{Y}_{co} \lambda_8 \sin \varphi_1 + \ddot{\varphi}_0 \lambda_2 (\cos \varphi_0 \sin \varphi_1 + \sin \varphi_0 \sin \varphi_1) + \\ + \ddot{\varphi}_1 \lambda_9 + \ddot{\varphi}_2 \lambda_{10} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \ddot{\varphi}_3 \beta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + \ddot{\varphi}_4 \beta_3 \cos(\varphi_1 - \\ - \varphi_4) - \dot{\varphi}_0^2 \lambda_2 \sin(\varphi_0 - \varphi_1) - \dot{\varphi}_1^2 \lambda_{11} \cos \varphi_1 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 \lambda_{12} \sin \varphi_1^x \\ \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2^2 \lambda_{10} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) - \dot{\varphi}_3^2 \beta_2 \sin(\varphi_3 - \varphi_1) - \dot{\varphi}_4^2 \beta_3 \sin(\varphi_4 - \\ - \varphi_1) = (P_{f12} - P_{f11}) l_1 \cos \alpha - Y_1 l_1 \sin \alpha - P_{f2} l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - Y_2^x \\ \times \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - P_{f3} l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) - Y_3 l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - P_{f4} l_1 \sin(\varphi_1 - \\ - \varphi_4) - Y_4 l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_4); (5)$$

$$\ddot{X}_{co} \lambda_{13} \cos \varphi_2 - \ddot{Y}_{co} \lambda_{14} \sin \varphi_2 + \ddot{\varphi}_0 \lambda_{15} \cos \varphi_0 \cos \varphi_2 + \ddot{\varphi}_1 \lambda_8^x \\ \times \sin \varphi_0 \sin \varphi_2 + \ddot{\varphi}_1 \lambda_{16} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \ddot{\varphi}_1 \lambda_{12} \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \ddot{\varphi}_2^x \\ \times (\lambda_{17} + I_1) + \ddot{\varphi}_3 \beta_4 (\sin \varphi_2 \sin \varphi_3 - \cos \varphi_2 \cos \varphi_3) + \ddot{\varphi}_4 \beta_5 (\sin \varphi_2^x$$

$$\begin{aligned}
& \times \sin \varphi_4 - \cos \varphi_2 \cos \varphi_4) - \dot{\varphi}_0^2 \lambda_{16} \cos \varphi_2 \sin \varphi_0 + \dot{\varphi}_0^2 \lambda_8 \sin \varphi_4 \times \\
& \times \cos \varphi_0 - \dot{\varphi}_1^2 \lambda_{16} \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_1^2 \lambda_{12} \sin \varphi_2 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_2^2 \lambda_{17} \times \\
& \times \cos \varphi_2 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \lambda_{18} \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 + \dot{\varphi}_3^2 \beta_4 \sin(\varphi_3 + \varphi_2) + \dot{\varphi}_4^2 \beta_5 \times \\
& \times \cos(\varphi_2 - \varphi_4) = (P_{f22} - P_{f21}) l_2 \cos \alpha_2 - Y_2 l_2 \sin \alpha_2 - P_{f3} \xi_3 \sin \times \\
& \times (\varphi_2 - \varphi_3) - Y_3 \xi_3 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) - P_{f4} \xi_4 \sin(\varphi_2 - \varphi_4) - Y_4 \xi_4 \cos(\varphi_2 - \\
& - \varphi_4) - M_{C1}; \quad (6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{X}_{co} \beta_6 \cos \varphi_3 - \ddot{Y}_{co} \beta_6 \sin \varphi_3 + \varphi_0 \beta_6 \cos(\varphi_3 - \varphi_0) + \ddot{\varphi}_1 \beta_6 \times \\
& \times \cos(\varphi_3 - \varphi_1) + \ddot{\varphi}_2 \beta_6 \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + \ddot{\varphi}_3 \beta_6 + \ddot{\varphi}_4 \beta_6 \cos(\varphi_3 + \\
& + \varphi_4) - \dot{\varphi}_0^2 \beta_0 \sin(\varphi_0 - \varphi_3) - \dot{\varphi}_1^2 \beta_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) - \dot{\varphi}_2^2 \beta_4 \sin(\varphi_2 - \\
& - \varphi_3) - \dot{\varphi}_4^2 \beta_5 \sin(\varphi_4 - \varphi_3) = (P_{f32} - P_{f31}) l_1 \cos \alpha - Y_3 l_1 \sin \alpha + \\
& + (P_{f42} - P_{f41}) l_1 \sin(\varphi_3 - \varphi_4) - Y_4 l_1 \cos(\varphi_3 - \varphi_4); \quad (7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{X}_{co} \beta_7 \cos \varphi_4 - \ddot{Y}_{co} \beta_7 \sin \varphi_4 + \ddot{\varphi}_0 \beta_1 (\cos \varphi_0 \cos \varphi_4 - \sin \varphi_4 \times \\
& \times \sin \varphi_0) + \ddot{\varphi}_1 \beta_3 (\cos \varphi_4 \cos \varphi_1 + \sin \varphi_4 \sin \varphi_1) + \ddot{\varphi}_2 \beta_5 (\cos \varphi_4 \times \\
& \times \cos \varphi_2 + \sin \varphi_4 \sin \varphi_2) + \ddot{\varphi}_3 \beta_3 (\cos \varphi_3 \cos \varphi_4 + \sin \varphi_4 \sin \varphi_3) + \\
& + \ddot{\varphi}_4 \beta_8 - \dot{\varphi}_0^2 \beta_1 (\cos \varphi_4 \sin \varphi_0 - \sin \varphi_4 \cos \varphi_0) - \dot{\varphi}_1^2 \beta_3 (\cos \varphi_4 \times \\
& \sin \varphi_1 - \sin \varphi_4 \cos \varphi_1) - \dot{\varphi}_2^2 \beta_5 (\cos \varphi_4 \sin \varphi_2 - \sin \varphi_4 \cos \varphi_2) - \\
& - \dot{\varphi}_3^2 \beta_3 (\cos \varphi_4 \sin \varphi_3 - \sin \varphi_4 \cos \varphi_3) = (P_{f42} - P_{f41}) l_2 \cos \alpha_2 \\
& - Y_4 l_2 \sin \alpha_2 - M_2. \quad (8)
\end{aligned}$$

Для приведенных формул приняты следующие обозначения (см. рис. 1):

$$M = m_0 + m_1 + m_2;$$

$$P_{f0} = P_{f01} + P_{f02};$$

$$Y_0 = Y_{01} + Y_{02};$$

$$P_{f0}^I = P_{f03} + P_{f04};$$

$$Y_0^I = Y_{03} + Y_{04};$$

$$P_{f1} = P_{f11} + P_{f12};$$

$$Y_1 = Y_{11} + Y_{12};$$

$$P_{f2} = P_{f21} + P_{f22};$$

$$Y_2 = Y_{21} + Y_{22};$$

$$P_{f3} = P_{f31} + P_{f32};$$

$$Y_3 = Y_{31} + Y_{32};$$

$$P_{f4} = P_{f41} + P_{f42};$$

$$Y_4 = Y_{41} + Y_{42};$$

$\lambda_0 \dots \lambda_{19}$  и  $\beta_0 \dots \beta_8$  — постоянные коэффициенты, зависящие от конструктивных параметров трактора и прицепов.

## В ы в о д ы

Применение для исследований системы дифференциальных уравнений (2-8) позволяет с помощью ЭВМ: 1) исследовать устойчивость и управляемость тракторного поезда с двумя или одним прицепом ( $\varphi_3 = \varphi_4 = 0$ ) при произвольном случае движения; 2) выявить влияние конструктивных и эксплуатационных параметров на устойчивость и управляемость тракторного поезда (в частности, величин длин колеи, базы, дышел прицепов и т.д.).

## Л и т е р а т у р а

1. Литвинов А.С. Управляемость и устойчивость автомобилей. М., 1971. 2. Певзнер Я.М. Испытания устойчивости автомобиля. М., 1946. 3. Аксенов А.И., Андреев А.П. Экспериментальное исследование устойчивости прямолинейного движения трехзвенного автопоезда. — "Автомобильная промышленность", 1971, № 5. 4. Аксенов А.И., Никольский В.В. Исследование устойчивости прямолинейного движения многозвенного автопоезда. — "Автомобильная промышленность", 1972, № 2. 5. Бахмутский М.М. Исследование влияния от-

дельных конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик автопоезда на его курсовую и собственную устойчивость. — В сб.: "Труды всесоюзного семинара по устойчивости и управляемости автомобилей". М., 1971, вып. 4. 6. Никольский В.В., Папенко Т.Р. Исследование устойчивости движения прицепов. — "Автомобильная промышленность", 1971, № 7.

Н.А. Разоренов, В.А. Ким, Н.В. Богдан

## МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ ТРАКТОРНОГО ПОЕЗДА

При исследовании динамики движения тракторного поезда, состоящего из трактора и двух прицепов, возникает необходимость проводить сложные экспериментальные исследования, причем измеряемые параметры самые разнообразные, как кинематические (например, скорость, траектория), так и силовые (моменты, усилия).

Наиболее часто приходится замерять следующие параметры: скорость движения; траекторию движения; углы увода и радиусы поворота; колебания подрессоренных масс (угловые отклонения звеньев при совершении плоско-параллельного движения); усилия в сцепном устройстве; замедления; моменты на колесах; углы поворота управляемых колес и осей.

На кафедре "Тракторы" Белорусского политехнического института разработана универсальная аппаратура для замера вышеприведенных величин.

При ее разработке в основу были положены следующие принципы: универсальность аппаратуры; стабильность работы; простота обслуживания и монтажа; безусиленная запись; запись параметров при неустановившихся режимах движения тракторного поезда.

Для обеспечения одновременной записи столь отличных друг от друга параметров, учитывая опыт предыдущих исследователей [1,2,3], были разработаны или переделаны из серийно выпускаемой продукции следующие датчики: потенциметрические — для замера угловых параметров (на основе УЗП-48, ГПК-52, ЦГВ-4); тензометрические — для замера моментов на колесах (тензорамки и тензоступицы) и усилий в сцепных устройствах (тензосцепки, позволяющие производить раздельное измерение