

Сравнение спектральных плотностей моментов на полуоси автомобиля, полученных расчетом и по экспериментальным данным, показывает достаточно высокую степень совпадения, особенно в диапазоне частот, на который приходится большая часть дисперсии процесса нагружения.

### Л и т е р а т у р а

1. Гришкевич А.И., Бусел Б.У. Влияние дорожных неровностей на нагруженность трансмиссии автомобиля. - В сб. : Автотракторостроение . Минск, 1975, вып.7.

И.И. Лепешко

### УРАВНЕНИЕ ТЯГОВОГО БАЛАНСА ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ АВТОМОБИЛЯ

Все силы и моменты, действующие на автомобиль при криволинейном движении, можно разделить на две группы: 1) силы или реакции, удерживающие автомобиль на криволинейной траектории; 2) движущие силы.

При определении тягового баланса обычно пользуются одной из методик [1, 2] определения сил, действующих на автомобиль. Пользуясь этими методиками, всегда необходимо решать систему трех дифференциальных уравнений движения, включающих в себя изменение сил реакции и сил сопротивления. При этом общее решение получается сложным и не обеспечивающим во многих случаях выявление влияния конструктивных особенностей машины на тяговые силы при повороте.

Попытка определить тяговые силы по одному уравнению движения [3] приводит к ошибочному результату. В работе [3] авторами выведено уравнение центробежной силы инерции в проекции на продольную ось, не являющуюся дополнительным сопротивлением движению.

При изменении направления движения происходит сложный процесс взаимодействия автомобиля с опорной поверхностью, сопровождающийся перераспределением кинетической энергии между отдельными точками массы и изменением величин и направлений действия сил и моментов сопротивления. Последние с учетом влияния инерционных сил вызывают изменение тяговых сил на ведущих колесах.

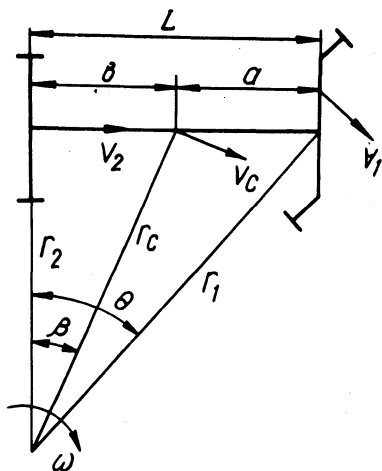


Рис. 1. План скоростей при повороте автомобиля.

Для определения изменения этих сил на ведущих колесах и установления закономерностей (правила) приведения к ним других сил, приложенных в различных точках, рассмотрим упрощенную плоскую модель автомобиля на повороте (рис. 1).

Предположим, что силы сопротивления движению отсутствуют, а до начала поворота автомобиль двигался прямолинейно и равномерно со скоростью  $v_0$ .

Кинетическая энергия такой системы независимо от изменения направления движения - величина постоянная. Согласно положению теоретической механики [4], можно записать

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (1)$$

где  $m = \frac{Ga}{g}$  - масса автомобиля;  $v_c$  - скорость движения центра тяжести (центра инерции) на повороте;  $\omega$  - угловая скорость движения автомобиля относительно центра тяжести (ц.т.);  $I$  - момент инерции автомобиля относительно центра тяжести.

Дифференцируя уравнение (1) по времени, получим мощность, затрачиваемую на поворот, т.е.

$$0 = mv_c \dot{v}_c + I\omega \dot{\omega}, \quad (2)$$

Из уравнения (2) следует, что при неустановившемся повороте при отсутствии сопротивления и подвода энергии извне

происходит перераспределение энергии внутри системы, сопровождающееся изменением скорости ц.т. и угловой скорости.

Для дальнейших преобразований необходимо установить взаимосвязь скорости ц.т.  $v_c$  и угловой скорости  $\omega$ .

Согласно рис. 1, угловая скорость поворота автомобиля относительно мгновенного центра поворота

$$\omega = \frac{v_2}{L} \operatorname{tg} \theta = \frac{v_1}{L} \sin \theta = \frac{v_c}{b} \sin \beta, \quad (3)$$

где  $v_1$ ,  $v_2$  - поступательная скорость середины переднего и заднего мостов;  $\beta$  - угол поворота вектора скорости ц.т. относительно продольной оси автомобиля.

Выражение (3) можно записать через мгновенные радиусы поворота, а именно:

$$\omega = \frac{v_c}{r_c} = \frac{v_2}{r_2} = \frac{v_1}{r_1}, \quad (4)$$

где  $r_c$ ,  $r_2$ ,  $r_1$  - мгновенные радиусы поворота ц.т., середины заднего и переднего мостов.

Следует отметить, что  $r_1$  и  $r_c$  не являются радиусами кривизны траекторий этих точек, поскольку абсолютные угловые скорости векторов  $v_1$  и  $v_c$  определяются как  $\Omega_1 = \omega + \dot{\theta}$ ;  $\Omega_c = \omega + \dot{\beta}$ .

Преобразуя уравнения (2) с учетом выражения (4) и разделив обе части уравнения на  $v_c$ , получим

$$-m \dot{v}_c = \frac{M_j}{r_c}, \quad (5)$$

где  $M_j = I \dot{\omega}$  - инерционный момент массы автомобиля.

Из уравнения (5) следует, что инерционная сила, приложенная в ц.т. по направлению действия касательного ускорения равна инерционному моменту, приведенному к силе через мгновенный радиус поворота.

Умножив обе части уравнения (5) на  $r_c$ , получим

$$-m \dot{v}_c r_c = M_j, \quad (6)$$

т.е. момент касательной к траектории силы инерции относительно мгновенного центра поворота равен инерционному моменту массы автомобиля относительно ц.т.

Для установления взаимосвязи движущих сил и сил, обусловленных перераспределением энергии, рассмотрим движение автомобиля при наличии этих сил.

Уравнение баланса мощности для этого случая можно записать

$$N = N_c + N_{oc} + N_f, \quad (7)$$

где  $N$  - мощность, подводимая к автомобилю;  $N_c$  - мощность, затрачиваемая на изменение движения центра тяжести;  $N_{oc}$  - мощность, затрачиваемая на изменение вращательного движения;  $N_f$  - мощность, затрачиваемая на преодоление сил сопротивления движению.

$$N_f = \sum_{i=1}^{i=n} P_{fi} v_i + \sum_{i=1}^{i=k} M_{fi} \omega_i, \quad (8)$$

где  $P_{fi}$  - сила сопротивления движению, приложенная в  $i$ -й точке автомобиля;  $v_i$  - скорость  $i$ -й точки;  $M_{fi}$  - момент сопротивления вращению  $i$ -й точки;  $\omega_i$  - угловая скорость  $i$ -й точки относительно мгновенного центра поворота, причем  $\omega_i = \omega$ . Уравнение баланса мощности (7) в развернутом виде с учетом уравнения (8)

$$P_c v_c = m v_c \dot{v}_c + I \omega \dot{\omega} + \sum_{i=1}^{i=n} P_{fi} v_i + \sum_{i=1}^{i=k} M_{fi} \omega, \quad (9)$$

где  $P_c$  - движущая сила, приложенная в ц.т. по направлению касательной к его траектории.

Разделив обе части уравнения (9) на  $v_c$ , получим

$$P_c = m \dot{v}_c + \frac{I \dot{\omega}}{r_c} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{P_{fi} v_i}{v_c} + \sum_{i=1}^{i=k} M_{fi} \frac{\omega}{v_c}. \quad (10)$$

Уравнение (10) определяет баланс сил при неустановившемся повороте с приведением их к ц.т. автомобиля. Учитывая уравнения кинематических соотношений (6), после преобразований уравнения (10) получим

$$P_c = m \dot{v}_c + \frac{M_j}{r_c} + \sum_{i=1}^{i=n} P_{fi} \frac{r_i}{r_c} + \sum_{i=1}^{i=k} M_{fi} \frac{1}{r_c}. \quad (11)$$

Умножив обе части уравнения баланса сил (11) на  $r_c$  - мгновенный радиус поворота ц.т., получим уравнение равновесия автомобиля относительно мгновенного центра поворота

$$M_c = m \dot{v}_c r_c + M_j + \sum_{i=1}^{i=n} P_{fi} r_i + \sum_{i=1}^{i=k} M_{fi}. \quad (12)$$

Поскольку энергия, необходимая для движения автомобиля, подводится к ведущим колесам, то необходимо установить способ приведения всех сил к этим колесам.

Разделив обе части уравнения (7) на  $v_k$  и проведя преобразования, получим

$$P_k = m \dot{v}_c \frac{r_c}{r_b} + \frac{M_j}{r_b} + \sum_{i=1}^{i=n} P_{fi} \frac{r_i}{r_b} + \sum_{i=1}^{i=k} M_{fi} \frac{1}{r_b}, \quad (13)$$

где  $r_b$  - мгновенный радиус поворота точки приведения;  $v_k$  - скорость точки приведения, касательная к ее траектории;  $P_k$  - движущая сила в точке приведения.

Умножив обе части уравнения (13) на  $r_b$ , получим уравнение моментов относительно мгновенного центра поворота (12).

Таким образом тяговый баланс автомобиля при криволинейном движении описывается уравнениями динамики с использованием принципа Даламбера. При этом в уравнения не входят значения центробежных сил инерции, что упрощает их составление и анализ.

Тяговый баланс описывается двумя самостоятельными уравнениями: уравнением сил, приведенных к ведущим колесам через моменты сил относительно мгновенного центра поворота; уравнением суммы моментов всех сил относительно мгновенного центра поворота.

Полученная методика составления уравнений движения в виде баланса сил или моментов позволяет проводить анализ влияния конструктивных параметров (расположения ведущих осей, наличия дифференциалов, подвески и т.д.) на затраты мощности при повороте.

В качестве примера влияния конструктивных параметров рассмотрим тяговый баланс переднеприводного автомобиля в условиях неустановившегося поворота. Для упрощения рассмотрим плоскую модель автомобиля, при которой влияние центробежных сил на изменение сопротивления качению колес отсутствует. Вследствие этого сопротивление движению колес одной оси прилагаем в средних точках мостов (велосипедная модель).

Используя вышеизложенную методику, запишем уравнение тягового баланса с приведением сил к середине переднего ведущего моста

$$P_1 = m \frac{r_c}{r_1} \dot{v}_c + \frac{I \dot{\omega}}{r_1} + P_{f1} + P_{f2} \frac{r_2}{r_1}. \quad (14)$$

Выразив в уравнении  $v_c$  через  $v_1$  и  $r_c$  через  $r_1$ , используя уравнения (3, 4), а также представив  $I = m\rho^2$ , где  $\rho$  - радиус инерции автомобиля, получим после преобразований

$$P_1 = m\left(1 + \frac{\rho^2 + b^2 - L^2}{r^2}\right)\dot{v}_1 - m\frac{\rho^2 + b^2 - L^2}{r^3}r_1\dot{v}_1 + G_1f + G_2f\sqrt{1 - \frac{L^2}{r_1^2}}, \quad (15)$$

где  $G_1$ ,  $G_2$  - вертикальные нагрузки на передний и задний мосты;  $f$  - коэффициент сопротивления качению;  $P_1$  - движущая сила, приложенная к середине переднего ведущего моста.

Анализ уравнения тягового баланса (15) переднеприводного автомобиля показывает, что при

$$\rho^2 + b^2 = L^2 \quad (16)$$

влияние перераспределения энергии между отдельными точками массы автомобиля на тяговый баланс отсутствует, следовательно существует оптимальное расположение центра тяжести, т.е. при  $\rho^2 + b^2 = L^2$  тяговый баланс будет

$$P_1 = m\dot{v}_1 + G_1f + G_2f\cos\theta. \quad (17)$$

Из уравнения (17) следует, что при оптимальном расположении центра тяжести инерционная сила определяется только ускоренным движением середины ведущего моста и не зависит от изменения положения управляемых колес.

Таким образом, используя методику описания тягового баланса при криволинейном движении, имеем возможность однозначно определить влияние конструктивных параметров на величины тяговых сил. В частности, базируясь на этой методике для переднеприводного автомобиля, устанавливаем оптимальное расположение координат ц.т., при котором инерционные силы перераспределения энергии не влияют на тяговые свойства.

#### Л и т е р а т у р а

1. Чудаков Е.А. Теория автомобиля. М., 1950. 2. Зимелев В.Г. Теория автомобиля. М., 1959. 3. Возный А.М., Карпенко В.Р., Нефедов А.Ф. Моделирование криволинейного движения автомобилей. - "Автомобильная промышленность", 1969, № 2. 4. Невзглядов В.Г. Теоретическая механика. М., 1959.