

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ВЫПУЧИВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ СО СТРИНГЕРАМИ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ УДАРЕ С УЧЕТОМ НЕОСЕСИММЕТРИЧНОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Мухутдинов Р.Ф., к.ф.-м.н. Шигабутдинов Ф.Г.

«Казанский государственный архитектурно-строительный университет», Казань

Введение. Предлагаемая работа является логическим продолжением работ авторов [1-5], посвященных исследованию волновых продольно - поперечных движений тонкостенных цилиндрических и конических оболочек при продольном ударе. Рассматривались движения оболочек идеальной формы и оболочек, которые имели различные отклонения в форме поперечных сечений. Эти отклонения носили характер ослабления поперечных сечений или усиления отдельных поперечных сечений оболочки. Оказалось, что в задачах это типа не удастся дать общие рекомендации по увеличению или уменьшению «суммарной» жесткости конструкции. Внесение любых конструктивных изменений в форме поперечного сечения оболочки требует нового исследования ее поведения при ударе. В данной работе исследуются движения цилиндрических оболочек, имеющих дискретное изменение толщины по фиксированной окружной координате по всей длине оболочки. Такие ситуации в оболочках возникают при изготовлении оболочек из плоского листа «внахлест» в промышленном производстве или в лаборатории при изготовлении оболочки из рулонной фольги.

Обзор работ в области динамического поведения тонкостенных конструкций до 1972 года можно найти в монографии [6]. Обстоятельный обзор более поздних работ с оценкой эффективности и рекомендациями по применению численных методов можно найти в работе [7].

Постановка задачи: Общий вид оболочки и поперечного сечения показаны на рисунок1. Положения точек поверхности приведения определяются продольной координатой x и угловой координатой θ . Начало правой системы координат $Oxuz$ расположено на левом торце оболочки, воспринимающем удар. Ось Ox направлена вправо в массив оболочки, ось Oz – по внешней нормали к срединной поверхности оболочки. Вертикальная ось, проходящая через центр окружности, (сечения оболочки) является осью симметрии поперечного сечения. Угловая координата θ откладывается от вертикального диаметра (рисунок1). В числовом примере принималось, что все поперечные сечения оболочки имеют два одинаковых локальных изменения толщины при $\varphi = 90^\circ$ и $\varphi = 270^\circ$. Пусть в начальный момент времени изотропная цилиндрическая оболочка переменной толщины подвергается удару абсолютно твердым телом, ударяющим со скоростью v . Ударяющее тело перед ударом совершает поступательное движение. Направление вектора скорости ударяющего тела совпадает с положительным направлением оси Ox и тело ударяет оболочку плоскостью, параллельной торцевому сечению оболочки. Начальные условия удара формируются в предположении, что ударяющее тело после удара «прилипает» к торцу оболочки, воспринимающей удар, и в рассматриваемые промежутки времени выпучивания оболочки, движется вместе с ударяемым сечением. Материал оболочки предполагается упругим, что накладывает определенные условия на модули скоростей удара. Например, для «мягких» сталей это порядка 5м/с. Для тестирования программы и возможности использования ее для современных материалов с высокими прочностными характеристиками, в отдельных тестовых задачах материал принимался

неограниченно упругим. Это предположение позволяло значительно увеличивать скорости приложения ударных нагрузок и исследовать существенно нелинейные поперечные движения оболочки.

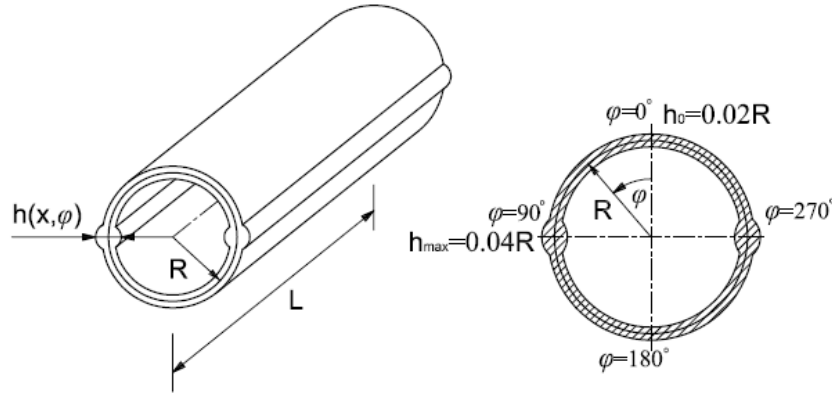


Рисунок 1. Общий вид оболочки и поперечное сечение

При сделанных предположениях геометрически нелинейные дифференциальные уравнения продольно поперечных движений тонкой упругой цилиндрической оболочки, учитывающие сдвиг, инерцию вращения и переменность толщины (уравнения типа С.П. Тимошенко) могут быть выведены из уравнений, полученных К.З. Галимовым в [8]. В нашем случае в цилиндрической системе координат они принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_{11}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{12}}{\partial \varphi} &= \rho h(x, \varphi) \ddot{u} \\ \frac{\partial T_{12}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{22}}{\partial \varphi} &= \rho h(x, \varphi) \ddot{v} \\ \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial N_2}{\partial \varphi} - \frac{T_{22}}{r} + \frac{\partial}{\partial x} \left(T_{11} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{T_{12}}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(T_{12} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{T_{22}}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) &= \rho h(x, \varphi) \ddot{w} \\ \frac{\partial M_{11}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial M_{12}}{\partial \varphi} - N_1 &= \frac{\rho (h(x, \varphi))^3}{12} \psi_1 \\ \frac{\partial M_{12}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial M_{22}}{\partial \varphi} - N_2 &= \frac{\rho (h(x, \varphi))^3}{12} \psi_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Соотношения физического закона упругости приняты в виде:

$$T_{11} = K(\varepsilon_{11} + \nu \varepsilon_{22}); \quad T_{12} = \frac{K(1-\nu)}{2} \varepsilon_{12}; \quad T_{22} = K(\varepsilon_{22} + \nu \varepsilon_{11}) \quad (2)$$

$$M_{11} = D \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial x} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial \varphi} \right); \quad M_{12} = \frac{D(1-\nu)}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \psi_2}{\partial x} \right); \quad M_{22} = D \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial \varphi} + \nu \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \right) \quad (3)$$

$$N_1 = k^2 \frac{K(1-\nu)}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \psi_1 \right); \quad N_2 = k^2 \frac{K(1-\nu)}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \psi_2 \right) \quad (4)$$

В цилиндрических координатах нелинейные геометрические соотношения записываются в виде:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2; \quad \varepsilon_{12} = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial \varphi}; \quad \varepsilon_{22} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{w}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right)^2 \quad (5)$$

Кроме того в уравнениях (1) - (4) введены обозначения для жесткости

$$K = \frac{Eh(x, \varphi)}{1 - \nu^2}; \quad D = \frac{E(h(x, \varphi))^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (6)$$

В системе уравнений движения (1), физических и геометрических соотношений (2) – (5) все обозначения общепринятые. T_{11} , T_{22} , T_{12} – усилия в срединной поверхности оболочки, M_{11} , M_{22} , M_{12} – изгибающие и крутящий моменты в срединной поверхности оболочки, N_1 , N_2 – перерезывающие силы. k^2 – коэффициент сдвига в теории оболочек типа Тимошенко, G_{13} – модуль сдвига. u , v , w – компоненты перемещения точек срединной поверхности оболочки, ψ_1 – угол поворота нормали к срединной поверхности вокруг касательной к окружности, ψ_2 – угол поворота нормали к срединной поверхности вокруг нормали к окружности. ε_{11} , ε_{22} , ε_{12} – относительные деформации, соответствующие введенной системе координат.

Как видно из приведенных уравнений, они учитывают влияние прогибов и деформаций сдвига на тангенциальные компоненты перемещений в срединной поверхности.

Нужно отметить, что обсуждаемый ниже метод решения и составленная авторами программа не наложили ограничений на выбор граничных условий. Кроме того система уравнений (1) – (5) дополнялась нулевыми начальными условиями для перемещений в срединной поверхности оболочки.

Обсуждение результатов. Система уравнений (1)-(5) решалась методом конечных разностей. Уравнения (1) и соотношения (2)–(6) записывались в виде явной конечно-разностной схемы. Значения безразмерных шагов сетки принимались $\Delta\delta = 0.005$ – по продольной координате, $\Delta\varphi = 0.063$ – по угловой координате и $\Delta t = 0.0025$ – по временной координате. Значения шагов были выбраны по результатам анализа числовых экспериментов с нелинейной разностной схемой задачи и соответствуют рекомендациям работы [9] – выбранный шаг по продольной координате не превышает трети минимальной толщины оболочки. Для оценки устойчивости разностной схемы проводились расчеты при различных шагах по временной координате: $\Delta t = 0.005$; 0.0025 ; 0.00125 , шагах $\Delta\delta = 0.01$; 0.005 ; 0.0125 – по продольной координате и шагах $\Delta\varphi = 0.126$; 0.063 ; 0.031 – по угловой координате. С той же целью при тестировании разностной схемы и метода решения счет проводился до значений времени, соответствующего времени девяти пробегов продольной волны вдоль оболочки. Во всех случаях наблюдалась устойчивость счета. Схема оставалась устойчивой и при изменении скорости удара.

В качестве объекта исследования в примере расчета рассматривалась цилиндрическая оболочка, левый ударяемый край которой опирается на шарнирно подвижную опору, а правый край жестко заделан. В начальный момент оболочка считается недеформированной. В начальный момент времени оболочка считается недеформированной. Длина оболочки принималась равной $2m$, радиус поверхности приведения равнялся $1m$. Скорость удара изменялась в пределах от $5m/c$ до $50 m/c$. Отношение массы оболочки к массе ударяющего тела принималось равным 0.1 . Изучались движения оболочки в течении времени, соответствующего шести пробегам продольной волны вдоль оболочки. На рисунок 2,3 показаны прогибы оболочки для скорости удара равной $40m/c$. Здесь по оси абсцисс отложено безразмерное время, по оси ординат – безразмерные прогибы. Представлены картины волнообразования в двух продольных сечениях оболочки. В расчетах толщина оболочки принималась $h_0 = 0.02$ м. В зоне стрингера толщина оболочки $h = 0.04$ м. На графиках безразмерные прогибы представлены отнесенными к толщине h_0 .

Безразмерное время $T = t/t_0$ получено делением времени t , истекшего с момента удара, на время t_0 , равному времени однократного пробега продольной волны вдоль

длины оболочки. На рисунок3 и рисунок4 представлены сплошными линиями по четыре графика прогибов для четырех моментов времени $T=2,25; 2,5; 2,75; 3,0$. То есть показаны прогибы, когда продольная волна третий раз «бежит» по оболочке (от ударяемого торца к заделанному). На графиках показаны прогибы, когда волна распространилась на четверть оболочки ($T=2,25$), на половину оболочки ($T=2,5$), на три четверти длины оболочки ($T=2,75$) и, наконец, дошла до заделанного торца ($T=3,0$). Штрих пунктирными линиями для сравнений на тех же рисунках показаны формы движения оболочки постоянной толщины, в тех же сечениях и в те же моменты времени. При этом на всех приведенных рисунках меньшему моменту времени соответствует ниже лежащий график.

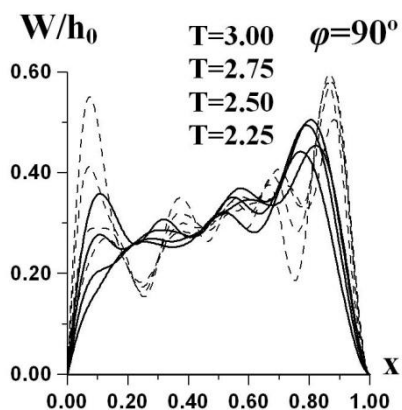


Рисунок 2. Прогибы оболочки $\varphi = 90^\circ$

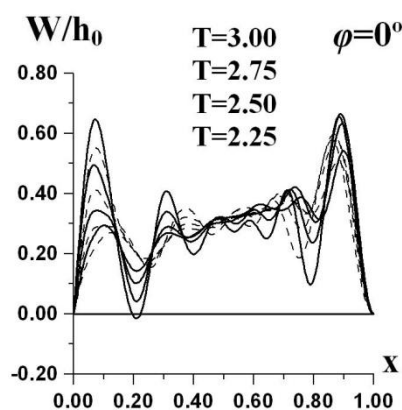


Рисунок 3. Прогибы оболочки $\varphi = 0^\circ$

На рисунок2 показаны прогибы в сечении с угловой координаты $\varphi = 90^\circ$, где оболочка имеет утолщение. Толщина стрингера, как отмечалось, составляет две толщины оболочки и равна $h=0,04$ м. Оболочки постоянной толщины в этот момент времени наиболее интенсивно изгибаются у торцов. Локальное усиление оболочки уменьшает величину относительного прогиба на 20-30% как на ударяемом, так и на заделанном торце оболочки, но качественный характер распределения прогибов остается прежним. Наблюдается тенденция к изменению числа полуволн.

Рисунок3 соответствует значению угловой координаты $\varphi = 0^\circ$. Здесь $h = h_0 = 0,02$ м. В этом сечении возникают максимальные прогибы. Величины прогибов на обоих торцах оболочки увеличиваются на 10-15% по сравнению с оболочкой постоянной толщины. Другими словами, при ударе стеснение оболочки в одних сечениях, вызывает интенсивное деформирование в других сечениях.

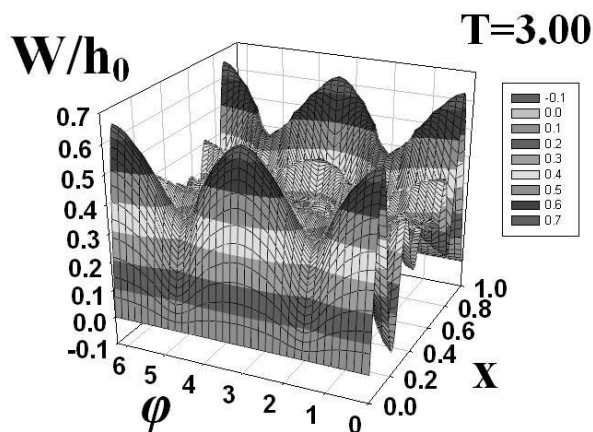


Рисунок 4. Прогибы по всей поверхности оболочки к моменту $T=3$

На рисунок 4 представлена пространственная «развертка» картины волнообразования по всей оболочке к моменту времени $T=3$, то есть к моменту времени, когда продольная волна во второй раз достигла заделанного торца оболочки (продольная волна три раза пробежала вдоль оболочки). По одной из осей откладывается продольная координата x , по другой – угловая координата θ (от 0 до 2π). Шаг по координате θ соответствует на графике 57° . По вертикальной оси откладываются прогибы. Линия $x=0$ соответствует ударяемому торцу. Линия $x=1$ соответствует правому заделанному торцу оболочки. Отчетливо видна симметричность картины прогибов по угловой координате, обусловленная симметричностью поперечного сечения относительно вертикальной оси. Как видим, всюду в момент времени $T=3$ оболочка выпучивается в выпуклую сторону. Заметно влияние изменения толщины на места образования максимальных прогибов. Наглядно представлено образование поперечных волн.

РЕЗЮМЕ

Наличие стрингеров ведет к перераспределению поперечных волн: приводит к уменьшению относительных прогибов в усиленном сечении, но увеличивает прогибы в остальных сечениях оболочки. Картина изгибания оболочки существенно зависит от конкретного момента времени или, другими словами, от напряженного состояния оболочки в конкретный момент времени. В целом можно заключить, что при проектировании оболочек с усилениями необходимо проводить полное обследование конструкции на предмет перераспределения деформаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шигабутдинов Ф.Г., Мухутдинов Р.Ф. Распространение упругих волн от продольного удара по оболочкам переменной толщины с нулевой гауссовой кривизной серединной поверхности // Вестник Нижегородского университета им. Н.И.Лобачевского, 2011г., том IV, Часть 5, с. 2374 – 2376.
2. Шигабутдинов Ф.Г., Мухутдинов Р.Ф. Влияние несимметрично расположенных шпангоутов на поперечное волнообразование ортотропных цилиндрических оболочек конечной длины при продольном ударе // «Аналитическая механика, устойчивость и управление». Труды X международной Четаевской конференции, Казань, 12-16 июня 2012г. Том 1. Аналитическая механика. / Казань: КНИТУ-КАИ им.А.Н.Туполева. - 2012 г. – с. 521-528.
3. Мухутдинов Р.Ф., Шигабутдинов Ф.Г. Влияние местных дефектов на волнообразование в ортотропных цилиндрических оболочках конечной длины при продольном ударе // Вестник МГСУ, №10, 2013г., с. 60-67.
4. Шигабутдинов Ф.Г., Мухутдинов Р.Ф. Влияние форм и размеров местных дефектов на картину выпучивания цилиндрической ортотропной оболочки при продольном ударе. / В Международном научно – техническом сборнике «Теоретическая и прикладная механика». / Минск: БНТУ, 2014, вып. 29, с.65-68.
5. Мухутдинов Р.Ф., Шигабутдинов Ф.Г. Поперечные волны в ортотропных конических оболочках с локальными изменениями толщины при продольном ударе / Материалы Всероссийской конференции посвященной 100-летию со дня рождения проф. М.Т. Нужина «Обратные краевые задачи (ОКЗ) и их приложения», Казань, 20-24 октября 2014года // Казань: Из - во Казанского (Поволжского) Федерального ун-та, 2014г. – 1 электрон. опт. диск. – текстографические материалы. (CD-ROM, объем

- ЭИ:51Мб). Электр. Ресурс. –<http://kpfu.ru/math/konferencii-instituta/vserossijskaya-nauchnaya-konferenciya-39obratnye/materialy>
6. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек // М., Наука, 1972, 432с.
 7. Баженов В.Г., Чекмарев Д.Т. Численные методы решения задач нестационарной динамики тонкостенных конструкций // Изв. РАН, МТТ, 2001, №5, с. 156-173.
 8. Галимов К.З. и др. // Теория оболочек с учетом поперечного сдвига / Казань: Изд-во КГУ, 1977, с. 3-132.
 9. Гордиенко Б.А. О машинном решении задач ударного выпучивания упругих систем методом конечных разностей // Изв. АН СССР, МТТ, 1970, №3, с. 143-148.

SUMMARY

Availability stringers leads to a redistribution of the transverse waves leads to a decrease in the relative deflections of the strengthened section, but increases the deflections in the other sections. Painting bending shell depends on the particular point in time or the stress state of the shell at a time. In general, we can conclude that the design of shells with reinforcements necessary to conduct a full examination of the design for the redistribution of deformation.

E-mail: ktm80@yandex.ru
shigfg@mail.ru

Поступила в редакцию 01.11.2014