

Л и т е р а т у р а

1. Клапан управления противоблокировочной тормозной системой. США, Патент № 3677610 кл. США 303-21. 2. Ги Бургуэн. Доклад № 6. Описание тормозного устройства против скольжения для грузовых автомобилей одиночных и с прицепом. Технический симпозиум. М., 1972.

Н.Ф. Метлюк, В.П. Автушко

ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПРОСТЕЙШЕЙ ЦЕПИ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ПРИВОДОВ

Пневматической цепью будем по аналогии с электрическими цепями [1] называть совокупность устройств, предназначенных для прохождения сжатого воздуха. Пневматическая цепь состоит из источников, приемников сжатого воздуха и промежуточных элементов (трубопроводов, клапанов, аппаратов), соединяющих источники с приемниками.

Расчет пневматических цепей основывается на различных допущениях. Например, различные по конструкции промежуточные элементы реальной пневматической цепи при динамическом расчете заменяются эквивалентными сосредоточенными сопротивлениями, называемыми дросселями (Д). Иногда даже сложные аппараты, включенные в пневматическую цепь и представляющие собой совокупность клапанов и каналов различной конфигурации, в расчетной схеме заменяются эквивалентными по сопротивлению дросселями.

Под простейшей цепью понимается одноконтурная цепь, состоящая из одного дросселя и одной подключенной к дросселю емкости. Емкостью (Е) называется элемент пневматической цепи, в котором может накапливаться сжатый воздух.

Мгновенный массовый расход воздуха через дроссель $\left(\frac{dm}{dt}\right)_Д$ выражается следующей зависимостью:

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_Д = f v \rho_1 = \mu f v_{кр} \frac{p_0}{RT} \varphi(\sigma), \quad (1)$$

где f — площадь проходного сечения канала; v — скорость струи на выходе из дросселя; ρ_1 — плотность воздуха на выходе из дросселя; μ — коэффициент расхода дросселя, пред-

ставляющий собой произведение коэффициента скорости на коэффициент сжатия струи; $v_{кр}$ - критическая скорость, равная $v_{кр} = \sqrt{kRT}$; p_0 - давление на входе дросселя; R - газовая постоянная; T - абсолютная температура; k - показатель адиабаты, $k = 1,4$; $\varphi(\sigma)$ - функция расхода; σ - отношение давления на выходе из дросселя p_1 к давлению на входе p_0 .

В ряде работ [2 - 4] для расчета пневматического привода используется формула Сен-Венана и Ванцеля, полученная для изоэнтропного течения газа через геометрическое сопло (насадок). Эта формула предполагает надкритический режим течения и критическую скорость потока воздуха при соотношениях давлений $\sigma_{нач} \leq \sigma \leq 0,528$, что, как показывается в работах [3, 5, 6], не соответствует действительным процессам в реальных элементах пневмопривода. В трубопроводах и в пневмоаппаратах критическая скорость $v_{кр}$, как правило, не достигается, а в некоторых элементах цепи она может достигаться при соотношениях давлений σ , намного меньших 0,528.

Согласно формуле Сен-Венана и Ванцеля, функция для докритического режима расхода имеет вид ($\sigma > 0,528$):

$$\varphi(\sigma) = \sqrt{\frac{2}{k-1} (\sigma^{\frac{2}{k}} - \sigma^{\frac{k+1}{k}})}; \quad (2)$$

для критического режима ($\sigma \leq 0,528$) эта функция приобретает вид

$$\varphi(\sigma) = 0,2588 \sqrt{\frac{2}{k-1}}. \quad (2,а)$$

Более простой является следующая функция расхода [2, 7]:

$$\varphi(\sigma) = \sqrt{\frac{2}{k} \sigma (1 - \sigma)}, \quad (3)$$

предполагающая обязательное наличие надкритического режима течения при $\sigma \leq 0,5$.

Наиболее точно отражается процесс течения воздуха в трубопроводах и в эквивалентных дросселях (сложных аппаратах и клапанах) функцией [2]

$$\varphi(\sigma) = \sqrt{\frac{1 - \sigma^2}{2k(\xi_T - \ln \sigma)}} \quad (4)$$

где $\xi_T = \frac{1}{2} \lambda \frac{l_T}{D_T}$; λ - коэффициент потерь в трубе; l_T и

D_T - длина и диаметр трубопровода. Потери в трубопроводе учитываются коэффициентом λ , поэтому в уравнении (1) с функцией (4) коэффициент расхода μ опускается.

Использование функций расхода (2) и (3) значительно усложняет расчет пневматической цепи из-за предполагаемого обязательного наличия двух режимов течения (докритический и надкритический), независимого от конструкции элемента. Функция (4) не имеет аналитического решения.

Эти обстоятельства заставили искать более простые и достаточно точные функции расхода. В результате авторами получена гиперболическая функция вида

$$\varphi(\sigma) = \frac{h}{B-1} \frac{1-\sigma}{B-\sigma} \quad (5)$$

где h - постоянная величина, означающая растяжение гиперболы вдоль вертикальной оси; B - постоянная и равная

$$B = \frac{1 + \sigma_{\text{нач}}}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} (1 - \sigma_{\text{нач}})^2 + h(1 - \sigma_{\text{нач}})}.$$

Постоянная h определяет форму гиперболической функции расхода и определяется, исходя из значения соотношения времени опорожнения t_0 и времени наполнения t_H емкости через дроссель, соответствующих изменению давления в емкости на 90% от максимального диапазона. В результате статистической обработки экспериментальных величин $\frac{t_0}{t_H}$, определенных на основании 194 осциллограмм динамических характеристик простейшей пневматической цепи с различными параметрами (емкости $V = 0,5; 0,985; 2,05; 4,4$ и $5,63$ л; трубопроводы $\phi 8 \times 1; \phi 10 \times 1; \phi 14 \times 1; \phi 15 \times 1; \phi 18 \times 1,5$, длиной $l = 0,1; 0,5; 1,0; 2,0; 5,0; 10; 15; 20$ м и дроссельные шайбы $\phi 2; \phi 3; \phi 5; \phi 7; \phi 10$ мм) при $p_0 = 8 \cdot 10^5$ Н/м², получена гистограмма частот значений $\frac{t_0}{t_H}$. Среднее значение $\frac{t_0}{t_H}$ на ос-

новании этих данных равно 1,67 и принимается в дальнейшем равным 1,7. Следовательно, постоянная $h = 0,15$.

Таким образом, h принимается равной 0,15. Величина B зависит, главным образом, от постоянной h и незначительно изменяется при изменении $\sigma_{нач}$. Так, например, при $h = 0,15$, $B = 1,13$ изменение величины B при изменении $\sigma_{нач}$ от 0,1 до 0,5 находится в пределах 1%.

Для сравнительного анализа приведенных функций расхода будем полагать $\varphi_{max}(\sigma) = \varphi(\sigma_{нач})$, а в случаях предполагаемого наличия критического режима течения $\varphi_{max}(\sigma) = \varphi(\sigma_{кр})$. Тогда максимальный расход воздуха через дроссель равен

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{max} = \mu f v_{кр} \frac{p_{онач}}{RT} \varphi(\sigma_{нач}) \quad (6)$$

или

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{max} = \mu f v_{кр} \frac{p_{онач}}{RT} \varphi(\sigma_{кр}). \quad (6,а)$$

Разделив левые и правые части уравнения (1) на соответствующие части (6), получаем

$$q(\sigma) = \frac{p_o}{p_{онач}} \frac{\varphi(\sigma)}{\varphi(\sigma_{нач})}. \quad (7)$$

При $p_o = p_{онач} = const$ (давление перед дросселем постоянное) имеем

$$q(\sigma) = \frac{\varphi(\sigma)}{\varphi(\sigma_{нач})} \quad \text{или} \quad q(\sigma) = \frac{\varphi(\sigma)}{\varphi(\sigma_{кр})}. \quad (7,а)$$

На рис. 1 показаны зависимости $q(\sigma)$ для различных функций: линия 1 для функции (2), линия 2 для функции (3), линии 3 и 4 для функций (4) и линия 5 для функции (5).

Уравнение состояния воздуха в емкости [2, 3], полученное из уравнения баланса энергии для переменного количества газа без учета теплообмена с внешней средой, имеет вид

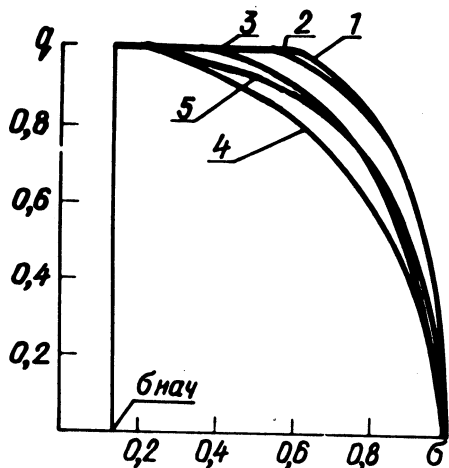


Рис. 1. Графики безразмерных функций расхода $q(\sigma)$:
 1 — для функции (2); 2 — для функции (3); 3 и 4 — для функции (4) соответственно при $\xi_1 = 5$ и $\xi_1 = 40$; 5 — для функции (5).

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_D = \frac{p}{RT} \frac{dV}{dt} + \frac{V}{kRT} \frac{dp}{dt} \quad (8)$$

В случае постоянного объема V полагаем $\frac{dV}{dt} = 0$, и уравнение (8) упрощается.

Совместное решение уравнений (1), (5) и (8) для простейшей цепи с постоянной емкостью приводит к следующим дифференциальным уравнениям:

наполнение

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{k\mu f v_{кр} p_o}{V} \frac{h}{(B-1)} \frac{p_o - p_1}{B p_o - p_1}; \quad (9)$$

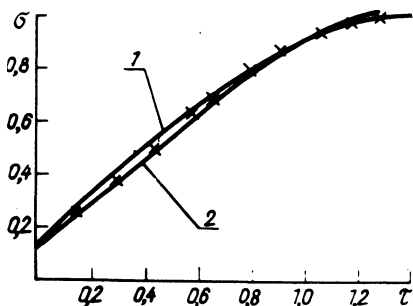
опорожнение

$$\frac{dp_o}{dt} = - \frac{k\mu f v_{кр} p_o}{V} \frac{h}{B-1} \frac{p_o - p_1}{B p_o - p_1}. \quad (10)$$

Решение уравнения (9) в случае $p_o = \text{const}$ и скачкообразного изменения входного давления p_o (мгновенное открытие канала) имеет вид

$$t = \frac{V(B-1)}{k\mu f v_{кр} h} \left[\left(\frac{p_1}{p_o} - \frac{p_{нач}}{p_o} \right) + (B-1) \ln \frac{p_o - p_{нач}}{p_o - p_1} \right]. \quad (11)$$

Рис. 2. Графики безразмерных переходных характеристик:
 1 — согласно функции (5); 2 — согласно функции (2); xxx — точки экспериментальной безразмерной характеристики.



Решение уравнения (10) при $p_1 = \text{const}$ и при мгновенном открытии выпускаемого канала имеет вид

$$t = \frac{V(B-1)}{k \mu f v_{кр} h} \left[\ln \frac{p_{\text{онач}}}{p_0} + (B-1) \ln \frac{p_{\text{онач}} - p_1}{p_0 - p_1} \right]. \quad (12)$$

Полученные решения (11) и (12) легко приводятся к безразмерному виду путем деления левых частей на время t изменения давления в емкости на 90% от максимального диапазона и правых частей на их значения, соответствующие $t = t_k$, $p_1 = p_{1к}$ и $p_0 = p_{0к}$.

На рис. 2 приведены полученные безразмерные зависимости $\sigma(\tau)$, где $\tau = \frac{t}{t_k}$. Из рисунка видно, что имеющаяся существенная разница (до 16%) в характеристиках относительно расхода $q(\sigma)$ во много раз уменьшается в переходных характеристиках $\sigma(\tau)$.

Отклонения переходных характеристик $\sigma(\tau)$ друг от друга составляют не более 4%. На этом же рисунке показаны точки безразмерной экспериментальной переходной характеристики $\sigma(\tau)$, полученной на основании статистической обработки 25 осциллограмм динамических характеристик для простейшей пневматической цепи при ее различных параметрах.

На рис. 3 представлены в качестве примера рассчитанные по формулам (11) и (12) и экспериментальные переходные характеристики простейшей цепи. Различие расчетных и экспериментальных кривых не превышает 5%.

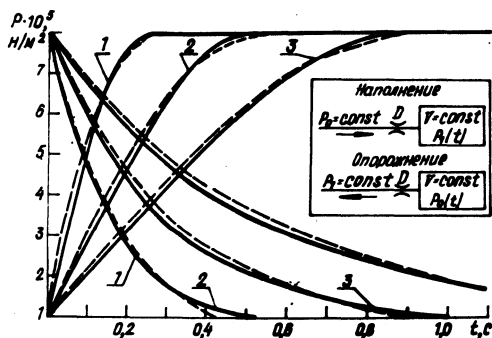


Рис. 3. Расчетные и экспериментальные переходные характеристики пневматической цепи с постоянной емкостью (— экспериментальные данные; - - - - расчетные данные):

- 1 — $V = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $\Phi 15 \times 1$, $l = 10 \text{ м}$;
- 2 — $V = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $\Phi 8 \times 1$, $l = 1 \text{ м}$;
- 3 — $V = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $\Phi 10 \times 1$, $l = 2 \text{ м}$.

На рис. 4 приведены зависимости $\frac{t_0}{t_H} = F(p_0)$ для $h = 0,15$ (пунктирная линия) и зависимости $\frac{t_H}{V/k \mu f v_{кр}} = F_1(p_0)$ и $\frac{t_0}{V/k \mu f v_{кр}} = F_2(p_0)$ (сплошные линии).

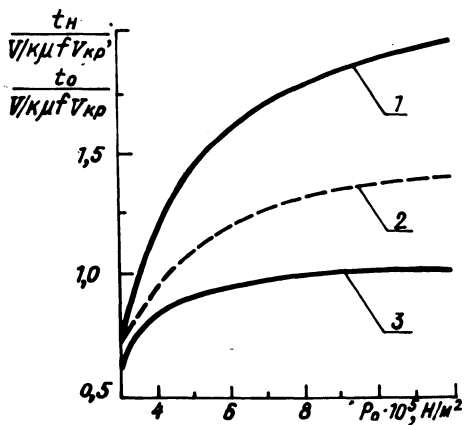


Рис. 4. Зависимость времени наполнения и опорожнения емкости от p_0 :
 1 — $\frac{t_0}{V/k \mu f v_{кр}}$; 2 — $\frac{t_0}{t_H}$;
 3 — $\frac{t_H}{V/k \mu f v_{кр}}$.

Решая дифференциальное уравнение (8) с учетом уравнений (1) и (5) в случае скачкообразного изменения входного давления для простейшей пневматической цепи с переменной емкостью получаем

наполнение ($p_0 = \text{const}$):

$$t = \frac{B-1}{\kappa \mu f v_{кр} h} \left\{ \frac{1}{\kappa} \left(V_0 - \frac{F^2}{c} p_I \right) B \ln \left| \frac{p_0 - p_{нач}}{p_0 - p_1} \right| + \right. \\ \left. + \left[\left(1 + \frac{1}{\kappa} \right) B p_0 \frac{F^2}{c} - \frac{1}{\kappa} \left(V_0 - \frac{F^2}{c} p_I \right) \right] \left[\frac{p_{нач} - p_1}{p_0} + \right. \right. \\ \left. \left. + \ln \left| \frac{p_0 - p_{нач}}{p_0 - p_1} \right| \right] + \left(1 + \frac{1}{\kappa} \right) \frac{F^2}{c} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{p_1^2 - p_{нач}^2}{p_0} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + (p_1 - p_{нач}) - p_0 \ln \left| \frac{p_0 - p_{нач}}{p_0 - p_1} \right| \right] \right\};$$

опорожнение ($p_1 = \text{const}$):

$$t = \frac{B-1}{\kappa \mu f v_{кр} h} \left\{ \frac{1}{\kappa} \left(V_0 - \frac{F^2}{c} p_I \right) \ln \left| \frac{p_{0нач} (p_0 - p_1)}{p_0 (p_{0нач} - p_1)} \right| + \right. \\ \left. + \left[B \left(V_0 - \frac{F^2}{c} p_I \right) - \left(1 + \frac{1}{\kappa} \right) p_1 \frac{F^2}{c} \right] \ln \left| \frac{p_{0нач} - p_1}{p_0 - p_1} \right| + \right. \\ \left. + \left(1 + \frac{1}{\kappa} \right) B \frac{F^2}{c} \left[(p_{0нач} - p_0) + p_1 \ln \left| \frac{p_{0нач} - p_1}{p_0 - p_1} \right| \right] \right\},$$

где V_0 - начальный объем цилиндра; F - площадь поршня цилиндра; c - приведенная жесткость упругой связи (пружины); p_I - давление в цилиндре в начале движения поршня.

Расхождение результатов расчета с экспериментальными данными не превышает 5%.

Л и т е р а т у р а

1. Атабеков Г.И. Основы теории цепей. М., 1969. 2. Герц Е.В., Крейнин Г.В. Динамика пневматических приводов ма-

шин-автоматов, М., 1964. 3. Погорелов В.И. Газодинамические расчеты пневматических приводов, Л., 1971. 4. Кожевников С.Н., Пешат В.Ф. Гидравлический и пневматический приводы металлургических машин, М., 1973. 5. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика, М., 1969. 6. Гинзбург И.П. Прикладная гидрогазодинамика, Л., 1958. 7. Дмитриев В.Н., Чернышев В.И. Пневматические вычислительные приборы непрерывного действия, М., 1962.

Л.А. Молибошко

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ МАШИН

Выбор оптимальных динамических характеристик различных машин и механизмов связан с рассмотрением весьма сложных механических колебательных систем. Хотя не существует принципиальных трудностей при составлении уравнений движения, описывающих эти системы, и дальнейшем решении их с помощью электронных вычислительных машин, однако алгоритм решения задачи получается весьма сложным и не наглядным.

Поскольку все динамические характеристики могут быть определены из характеристических полиномов исходной и парциальных колебательных систем, то в первую очередь необходимо найти простые методы их составления и связи между ними без выведения и решения уравнений движения.

Нахождение динамических характеристик в общем случае сводится к составлению уравнений движения, представлению их в операторном виде и разрешению относительно интересующих величин, например, матричными методами [1].

Использование матричных уравнений позволяет ввести строгую последовательность в процесс решения и ускорить его. Но матричный метод имеет существенный недостаток, заключающийся в том, что при вычислении определителей и алгебраических дополнений появляется много одинаковых пар слагаемых с разными знаками, которые сокращаются и в окончательное решение не входят. Промежуточные операции с этими членами трудоемки и, по существу, бесполезны.

Более удобным для указанной цели является способ, основанный на предварительном преобразовании структурной схемы рассматриваемой колебательной системы и последующем ее