УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ БЕТОНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИТИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО ПОДХОДОВ

д.т.н. **Адищев В.В.,** к.т.н. **Кучеренко И.В., Грачева М.С.**

ГОУ ВПО «Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), Новосибирск

В настоящее время в расчетах при проектировании строительных конструкций некоторые структурно-неоднородные материалы (кирпичная кладка, бетон) рассматриваются как однородные, изотропные и линейно упругие [1]. При этом известно, что их физико-механические характеристики зависят от величины и формы экспериментальных образцов, условий их закрепления. Представляется более правильным рассматривать эти материалы как анизотропные и структурно-неоднородные [2] и определять их реальные физико-механические характеристики.

В [3] была предложена математическая модель, на основе которой по известным определяющим соотношениям субструктурных материалов, их расположению и объемному содержанию получены физические соотношения для композиционного материала. Предполагается, что между фазами отсутствует отрыв и проскальзывание (выполняются условия абсолютной адгезии), при этом границы раздела фаз параллельны плоскостям исходной прямоугольной декартовой системы координат и композит представляет в макромасштабе квазиоднородный материал с характерным непрерывно повторяющимся элементом (рисунок 1), модель всего образца представлена на рисунок 2а.

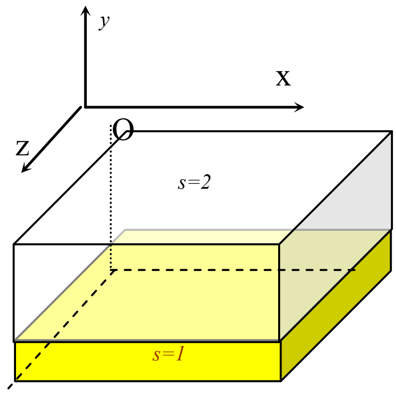

Рисунок 1. Характерный структурный элемент двухфазного материала с продольным расположением фаз

Материал каждой фазы считается ортотропным и подчиняется обобщенному закону Гука [4]:

$$\varepsilon^{(s)} = A^{(s)}\sigma^{(s)} \quad (s = 1,2),$$

$$A^{(s)} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(s)} & a_{12}^{(s)} & a_{13}^{(s)} & & 0 & \\ a_{21}^{(s)} & a_{22}^{(s)} & a_{23}^{(s)} & & 0 & \\ a_{31}^{(s)} & a_{32}^{(s)} & a_{33}^{(s)} & & 0 & \\ & & & a_{44}^{(s)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55}^{(s)} & 0 \\ & & & 0 & 0 & a_{66}^{(s)} \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} a_{ii}^{(s)} &= \frac{1}{E_i^{(s)}}, \\ a_{ij}^{(s)} &= -\frac{\nu_{ji}^{(s)}}{E_j^{(s)}}, (i, j = 1,2,3) \\ a_{ll}^{(s)} &= \frac{1}{G_l^{(s)}}, (l = 4,5,6). \end{aligned}$$

Корректно сформулированные условия сопряжения на плоскостях раздела между фазами используются для построения определяющих соотношений композита по методике, описанной в [3]. Обобщенный закон Гука для характерного элемента (рисунок1) получен в аналитической форме:

$$\sigma_j = \sum_{k=1}^{3} B_{jk}\varepsilon_k, \quad \sigma_l = B_{ll}\varepsilon_l,$$
$$\varepsilon_j = \sum_{k=1}^{3} b_{jk}\sigma_k, \; \varepsilon_l = b_{ll}\sigma_l \;\; (j=1,2,3, \; l=4,5,6), \tag{1}$$

где

$$B_{11} = \frac{(C_{12})^2}{C} + \sum_{s=1}^{2}\frac{\omega_s a_{33}^{(s)}}{\left|\bar{A}_{22}^{(s)}\right|}; \; B_{22} = \frac{1}{C}; \; \mathrm{B}_{33} = \frac{(C_{23})^2}{C} + \sum_{s=1}^{2}\frac{\omega_s a_{11}^{(s)}}{\left|\bar{A}_{22}^{(s)}\right|}; \; B_{44} = \frac{1}{\sum_{s=1}^{2}\omega_s a_{44}^{(s)}};$$

$$B_{55} = \sum_{s=1}^{2}\frac{\omega_s}{a_{55}^{(s)}}; \; B_{66} = \frac{1}{\sum_{s=1}^{2}\omega_s a_{66}^{(s)}}; \; B_{12} = B_{21} = \frac{C_{12}}{C}; \; B_{13} = B_{31} = \frac{C_{12}C_{23}}{C} - \sum_{s=1}^{2}\frac{\omega_s a_{13}^{(s)}}{\left|\bar{A}_{22}^{(s)}\right|};$$

$$B_{23} = B_{32} = \frac{C_{23}}{C}; \qquad \mathrm{C} = \sum_{s=1}^{2}\frac{\omega_s\left|A^{(s)}\right|}{\left|\bar{A}_{22}^{(s)}\right|}; \quad \mathrm{C}_{12} = \sum_{s=1}^{2}\frac{\omega_s\left|\bar{A}_{12}^{(s)}\right|}{\left|\bar{A}_{22}^{(s)}\right|}; \quad \mathrm{C}_{23} = \sum_{s=1}^{2}\frac{\omega_s\left|\bar{A}_{23}^{(s)}\right|}{\left|\bar{A}_{22}^{(s)}\right|};$$

ω_s - удельное объемное содержание материала s-й фазы, $\sum_s \omega_s = 1$, $\left|A^{(s)}\right|$ - определитель матрицы $A^{(s)}$, $\left|\bar{A}_{jk}^{(s)}\right|$ - алгебраическое дополнение к элементу $a_{jk}^{(s)}$ матрицы $A^{(s)}$, b_{jk} $(j,k=1,2,3)$ нетрудно получить обращением матрицы B_{jk}, $b_{ll} = (B_{ll})^{-1}$ $(l = 4,5,6)$.

С использованием вышеизложенной методики были определены обобщенные характеристики материала типа бетон, состоящего из двух фаз: первая - матрица заполнителя (цементный камень), для которой модуль упругости и коэффициент Пуассона соответственно равны $E^{(1)}$=24000 МПа; $\upsilon^{(1)}$=0,2; вторая – включения (гранит), $E^{(2)}$=49000 МПа; $\upsilon^{(2)}$=0,12. Матрица жесткости из (1) в направлениях координатных осей x, y при вертикальной сжимающей нагрузке p=1 МПа и удельном объемном содержании заполнителя $\omega_1 = 0{,}22$ имеет вид

$$B = \begin{pmatrix} 43531 & 6824 \\ 6824 & 40505 \end{pmatrix} \; МПа,$$

деформации равны

$$\varepsilon_y = -2{,}47\times10^{-5}, \varepsilon_x = 3{,}23\times10^{-6}. \tag{2}$$

Величина нагрузки соответствует упругой работе материала. Ранее этот подход был применен к моделированию НДС каменной кладки [5] и получены результаты, соответствующие экспериментальным данным.

Однако этот подход не позволяет оценить локальные явления, возникающие в структурно-неоднородном материале. Для оценки влияния структурных параметров на напряжено-деформированное состояние (НДС) в образце был проведен численный эксперимент в программном комплексе ANSYS.

Рассматривалась задача определения деформаций при вертикальной сжимающей нагрузке p=1МПа, приложенной к верхней грани образца, в плоской постановке. Для численного эксперимента в ПК ANSYS модель, представленная на рисунок 2а, была преобразована в модель, показанную на рис 2б, при этом в обоих образцах удельное объемное содержание каждой фазы одинаково (22 % -цементный камень, 78 % - гранит).

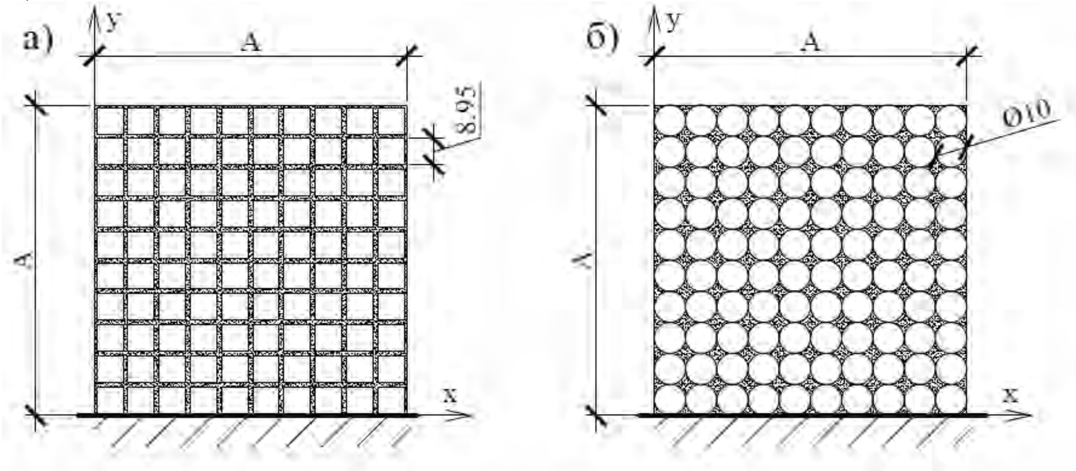

Рисунок 2. Модели образцов

Правомерность перехода от включений прямоугольной формы к круглым также была исследована с помощью ПК ANSYS. Рассматривался некоторый элемент с включениями различной формы (круг, ромб, квадрат), но одинаковой площади. Схема нагружения представлена на рисунок3.

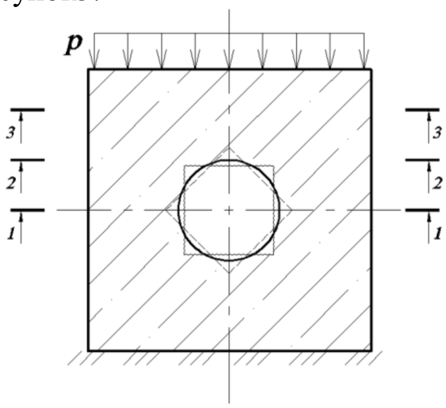

Рисунок 3. Геометрическая модель

Было установлено, что форма включения на расстоянии, сравнимом с размером включения, незначительно влияет на распределение напряжений, то есть напряженно-деформированное состояние не существенно зависит от формы включений [6].

С помощью ПК ANSYS было определено НДС образцов четырех размеров А×А: 50×50; 70×70; 100×100; 150×150 мм, получены средние значения деформаций (таблица 1), а также выявлены характерные точки 1-4 в материале образца, представленные на рисунок 4.

Таблица 1. Средние значения деформаций в образцах, полученные с использованием описанных подходов

Размер стороны образца А, мм	Δ_y, м	$\varepsilon_y'=\Delta_y/A$	ε_y	Δ_x, м	$\varepsilon_x'=\Delta_x/A$	ε_x
50	-1,22E-06	-2,42E-05	-2,46E-05	1,80E-07	3,56E-06	3,23E-06
70	-1,70E-06	-2,40E-05		2,47E-07	3,49E-06	
100	-2,42E-06	-2,40E-05		3,48E-07	3,45E-06	
150	-3,62E-06	-2,39E-05		5,11E-07	3,38E-06	

Δy, Δx – осредненные значения вертикальных и горизонтальных перемещений верхней грани образца, полученные в результате численного моделирования в ПК ANSYS, ε_y', ε_x' – соответствующие им осредненные значения вертикальных и горизонтальных деформаций; ε_y, ε_x – значения вертикальных и горизонтальных деформаций из (2).

Как следует из таблицы 1, средние значения вертикальных и горизонтальных деформаций, полученные с использованием описанных подходов, практически совпадают, что говорит об их корректности применительно к данной задаче.

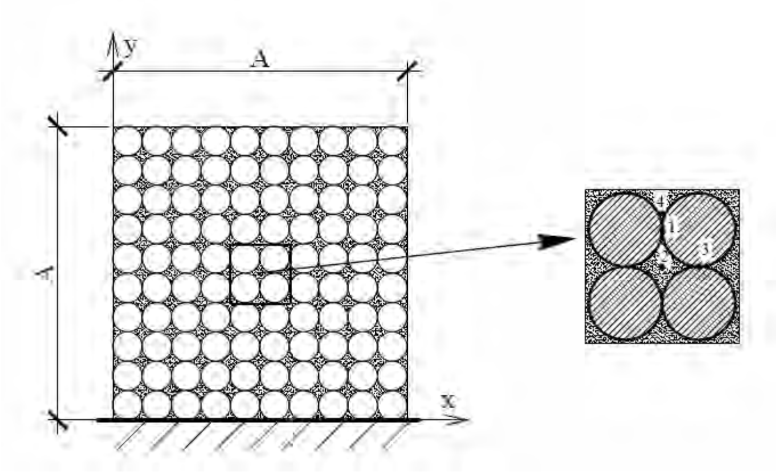

Рисунок4. Характерные точки материала с включениями.

В таблице 2 представлены значения напряжений и деформаций в характерных точках 1-4, полученные для образца размером 100×100 мм, процент включений 78 %. Для образцов других размеров качественная картина распределения напряжений аналогична, величины напряжений уменьшаются с увеличением размеров образца.

Таблица 2. Напряжения и деформации в характерных точках образца размерами 100х100 мм.

	Напряжения	Значения напряжений	Деформации	Значения деформаций
Вертикальные	ζ_{y1}	-3,66E+05	ε_{y1}	-1,48E-05
	ζ_{y2}	-7,61E+05	ε_{y2}	-3,04E-05
	ζ_{y3}	-1,25E+06	ε_{y3}	-5,06E-05
Горизонтальные	ζ_{x2}	-9,32E+04	ε_{x2}	3,03E-06
	ζ_{x3}	-3,71E+05	ε_{x3}	-2,11E-06
	ζ_{x4}	5,30E+04	ε_{x4}	7,12E-06

Анализ результатов, представленных в таблице 2, позволяет сделать следующие выводы.

1. Наиболее близким к среднему является НДС в точке 2, которая находится в материале заполнителя и наиболее удалена от включений.
2. Максимальные сжимающие напряжения (вертикальные и горизонтальные) возникают в точке 3. Прочность структурно-неоднородного материала в точке 3 обеспечена, так как материалы и заполнителя, и включений хорошо работают на сжатие.
3. Максимальное горизонтальное растягивающее напряжение возникает в точке 4. Для всех рассмотренных образцов точка 4 находится на расстоянии 2 мм по вертикали от точки 1. Материал заполнителя плохо работает на растяжение, поэтому в точке 4 будет формироваться микротрещина нормального отрыва, что согласуется с известными экспериментальными данными
4. Максимальные сжимающие и растягивающие деформации больше средних примерно в два раза.

Ранее [6] с использованием ПК ANSYS было определено НДС образцов с другим удельным объемным содержанием материала фаз (10%, 30%, 50% включений). При этом при регулярном расположении включений они не соприкасаются и максимальные растягивающие напряжения и деформации возникают в точке 1, находящейся на одной вертикали с точкой 4.

Представляется эффективным при расчете элементов конструкций из структурно-неоднородных материалов типа бетона комбинировать описанные два подхода. При расчете можно считать материал конструкции квазиоднородным, используя его реальные характеристики из (1). Наиболее опасные значения напряжений и деформаций определять, используя коэффициенты, полученные по результатам численных и физических экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 13-08-00633).

РЕЗЮМЕ

Предлагается моделировать напряженно-деформированное состояние структурно-неоднородного материала с использованием аналитического и численного подходов. Использование аналитического подхода позволяет определять осредненные физические характеристики бетона как квазиоднородного анизотропного материала. ПК ANSYS дает качественную картину распределения напряжений и деформаций и позволяет выявить локальные зоны начала разрушения.

ЛИТЕРАТУРА

1. СНиП 2.03.01-84* Бетонные и железобетонные конструкции. М.: Госстрой, 1989 г.
2. Ахвердов И.Н. Основы физики бетона. – М.: Стройиздат, 1981. – 464 с.
3. Резников Б.С., Никитенко А.Ф., Кучеренко И.В. Прогнозирование макроскопических свойств структурно-неоднородных сред. // Известия вузов. Строительство.– 2008. № 2. с. 10-17.
4. Шермергор Т.Д. Теория упругости микронеоднородных сред. –М.: Наука, 1977.-400 с.
5. Адищев В.В., Кучеренко И.В., Грачева М.С. Моделирование физических характеристик каменных кладок. // Известия вузов. Строительство. – 2013 - № 2-3 - с.97-102
6. Адищев В.В., Кучеренко И.В., Грачева М.С. Определение напряженно-деформированного состояния структурно-неоднородного материала// Проблемы оптимального проектирования сооружений: Доклады 3-ей Всероссийской конференции, Новосибирск, 15-17 апреля 2014 г, с26-33.

SUMMARY

Proposed to simulate the stress-strain state of structurally inhomogeneous material using analytical and numerical approaches. Using an analytical approach allows to determine averaged physical characteristics of concrete as a quasi-homogeneous aniso-tropic material. PC ANSYS provides a qualitative distribution pattern of stresses and strains and reveals the beginning of the destruction of the local area.

E-mail: kucher@ngs.ru

Поступила в редакцию 03.11.2014