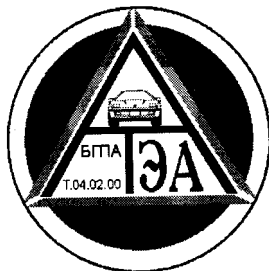


Министерство образования Республики Беларусь
Белорусская государственная политехническая академия

Кафедра «Техническая эксплуатация автомобилей»



**ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ
ЭФФЕКТИВНОСТИ
ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ
АВТОМОБИЛЕЙ**

Минск 2002

Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ
АКАДЕМИЯ

Кафедра «Техническая эксплуатация автомобилей»

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭФФЕКТИВНОСТИ
ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ АВТОМОБИЛЕЙ

Учебно-методическое пособие
по дисциплине «Научные исследования и решение
инженерных задач» для студентов специальности Т.04.02.00 –
«Эксплуатация транспортных средств»

*Рекомендовано Редакционно-издательским советом
Белорусской государственной политехнической академии*

Минск 2002

УДК 656.13.001.5
ББК 39.33-08
К 95

Авторы:
С.С.Кучур, Г.А.Самко, И.М.Флерко, Е.Л.Савич

Рецензент А.С.Савич

Кучур С.С.

К 95 Оптимизация параметров эффективности технической эксплуатации автомобилей: Учебно-метод. пособие по дисц. «Научные исследования и решение инженерных задач» для студ. спец. Т.04.02.00 – «Эксплуатация транспортных средств» / С.С.Кучур, Г.А.Самко, И.М.Флерко, Е.Л.Савич. – Мн.: БГПА, 2002. – с.

ISBN 985-6529-52-2.

В пособии приведены основные теоретические сведения по расчету показателей эффективности, применяемых в решении многих инженерных задач по технической эксплуатации автомобилей. Показатели рассчитываются на основании результатов экспериментальных исследований. Приведены методики их обработки, построения математических моделей на примерах теоретических законов Вейбулла, показательного и гамма-распределения и прогнозирования изучаемых показателей.

Материал пособия содержит примеры решения конкретных инженерных задач технической эксплуатации автомобилей.

Пособие предназначено для студентов специальности «Эксплуатация транспортных средств» и может использоваться при выполнении учебно-исследовательской и научно-исследовательской работы, а также в курсовом и дипломном проектировании.

УДК 656.13.001.5
ББК 39.33-08

ISBN 985-6529-52-2

© Кучур С.С., Самко Г.А.,
Флерко И.М. Савич Е.Л., 2002

1. РАСЧЕТ РЕСУРСА ДЕТАЛЕЙ МЕТОДОМ МИКРОМЕТРИРОВАНИЯ

Основным фактором появления неисправностей в автомобиле является износ деталей, который происходит под действием сил трения, усталости поверхностных слоев металла, нагрузок, превосходящих расчетные и вызвавших нарушение жесткости или взаимного положения деталей в сопряженном узле. Износ является результатом изнашивания, т.е. процесса отделения материала с поверхности твердого тела и (или) увеличения его остаточной деформации при трении. В результате износа изменяются начальные размеры сопряженных поверхностей деталей, а геометрическая форма искажается, если изнашивание протекает неравномерно.

Поскольку работа сопряжений автомобиля сопровождается силами трения, возникающими на поверхностях деталей при их взаимном перемещении, устранить износ полностью не представляется возможным. Поэтому при соблюдении всех правил технической эксплуатации износ является естественным результатом работы автомобиля. Такой износ называется естественным. Величина и степень изнашиваемости, или интенсивность износа, зависит от многих факторов: конструкции отдельных механизмов и агрегатов автомобиля, качества материала деталей, механической, термической, химико-термической обработки, сборки и регулировки, качества смазочных материалов, своевременности и полноты технического обслуживания, условий эксплуатации.

Процесс изнашивания обычно происходит в три стадии. На первой стадии, характеризующейся кривой ОА (рис. 1.1), идет приработка сопряженных поверхностей деталей, занимающая небольшой период времени.

При этом износ i изменяется нелинейно, скорость изнашивания высокая, но постепенно убывает. Величина и степень интенсивности износа приработки зависят от качества поверхности детали.

Второй участок АВ выражает нормальную работу сопряжения. Эта стадия наиболее продолжительная и износ имеет постепенное нарастание.

Участок ВС выражает третью стадию изнашивания – ускоренный износ, характеризующийся резко возрастающей скоростью износа вследствие нарушения оптимальных условий трения из-за изменения размеров и формы трущихся поверхностей. Участок около

точки В выражает определенные величины износа, при котором детали сопряжения подлежат ремонту.

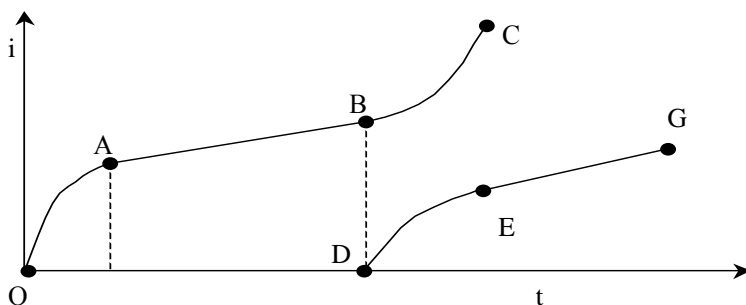


Рис. 1.1. Зависимость износа от времени работы

Обычно при ремонте производят замену деталей на новые или восстановленные. При этом размеры и зазор в сопряжении восстанавливаются и происходит стадия приработки этих поверхностей и дальнейшая нормальная работа с постепенным износом до предельного значения, что соответственно выражается на участках DE и EG (рис. 1.1).

Процесс изнашивания сопровождается сложными физико-химическими явлениями, и поэтому различают следующие виды изнашивания (рис. 1.2):

1) механическое, происходящее вследствие механического взаимодействия:

абразивное – механическое изнашивание в результате режущего или царапающего действия твердых частиц, находящихся в свободном или закрепленном состоянии;

усталостное – механическое изнашивание в результате усталостного разрушения при повторном деформировании микрообъемов материала поверхностного слоя;

кавитационное – механическое изнашивание при движении твердого тела относительно жидкости или, наоборот, жидкости относительно твердого тела, при котором пузырьки газа захлопываются вблизи поверхности, что создает высокое местное ударное давление или высокую температуру;

изнашивание при фреттинге – механическое изнашивание соприкасающихся тел при колебательном относительном микросмещении;

2) коррозионно-механическое, в результате механического взаимодействия, сопровождаемого химическим и (или) электрическим взаимодействием материала со средой:

окислительное – коррозионно-механическое изнашивание, при котором преобладает реакция материала с кислородом или окисляющей окружающей средой;

изнашивание при фреттинг-коррозии – коррозионно-механическое изнашивание соприкасающихся тел при малых колебательных относительных перемещениях;

3) гидроэрозионное (газоэрозионное) – изнашивание в результате действия потока жидкости (газа);

4) электроэрозионное – эрозионное изнашивание поверхности в результате воздействия разрядов при прохождении электрического тока; основными причинами изнашивания является усталость поверхностных слоев деталей при упругом деформировании и появление хрупкого поверхностного слоя при повторной пластической деформации;

5) гидроабразивное (газоабразивное) – абразивное изнашивание в результате действия твердых частиц, увлекаемых потоком жидкости (газа).



Рис. 1.2. Классификация видов изнашивания деталей

Износ деталей обуславливается также влиянием внешних факторов: контактное напряжение, характер приложения нагрузки, скорость относительного перемещения трущихся тел и ее изменение во времени, температурный режим, форма и размер поверхностных неровностей и трущихся поверхностей, способ подвода смазки, ее количество и качество, присутствие абразивов в месте контакта и полнота удаления продуктов изнашивания из зоны трения.

Существуют разнообразные методы оценки износа, основные из них представлены на схеме (рис. 1.3). Интенсивность изнашивания определяется экспериментальным или аналитическим методом. Последний позволяет делать расчеты по исходным данным физико-механических, фрикционно-усталостных, микро-, макрогеометрических характеристик фрикционного сопряжения. Данная методика позволяет записать параметры элементарного закона изнашивания для бесконечно малого участка поверхности контакта, а далее, с учетом закономерностей изменения параметров на поверхности трения и ее геометрической формы, разработать частичную методику количественной оценки износа типовой детали автомобиля.



Рис. 1.3. Классификация методов оценки износа деталей

Аналитические методы расчета износа поверхностей деталей автомобиля имеют определенные преимущества перед другими в том, что не требуется длительного времени для оценки износостойкости

и значительных затрат ресурсов для принятия лучшего из числа возможных конструктивных, технологических решений как при создании автомобилей, так и при их ремонте.

Основным недостатком этих методов является невысокая точность, которая объясняется сложностью процесса изнашивания, обусловленного множественностью физической сущности факторов, одновременно воздействующих на те или иные детали автомобиля.

Этот недостаток отсутствует в большей мере при экспериментальных методах исследования износостойкости деталей автомобиля. Износ деталей оценивается при лабораторных, стендовых и эксплуатационных испытаниях. Одним из наиболее распространенных способов оценки износа деталей является микрометрирование, при котором линейный износ определяется с помощью измерения размеров деталей мерительными инструментами. В качестве мерительного инструмента для измерения диаметральных размеров применяются микрометры, специальные индикаторы для внешних и внутренних измерений. В зависимости от условий работы внутренние и наружные цилиндрические поверхности в результате износа могут быть овальными и конусными, поэтому производятся замеры в двух взаимно перпендикулярных плоскостях для определения овальности и по длине в двух сечениях для определения конусности. Линейные размеры измеряются при помощи микрометров, штангенциркулей и индикаторов. Износ зубьев по длине определяется замером их масштабной линейкой или штангенциркулем, а по толщине – замером по начальной окружности. Измерение осуществляется штангензубомером, оптическим зубомером или специальными шаблонами обычно у трех зубьев, расположенных под углом 120° . Главным достоинством микрометрирования является высокая точность оценки износа, что объясняется тем, что процесс изнашивания происходит в реальных условиях при влиянии всех факторов. Недостатком этого метода является длительное время получения экспериментальных данных для оценки износостойкости.

Широкое применение в последнее время получил пневматический метод оценки износа, который также заключается в измерении размеров деталей. Только этот метод используется при измерении наружных и внутренних диаметральных размеров при помощи пневматического прибора, схема которого показана на рис. 1.4. Принцип работы пневматического прибора показан на примере измерения диаметра отверстий.

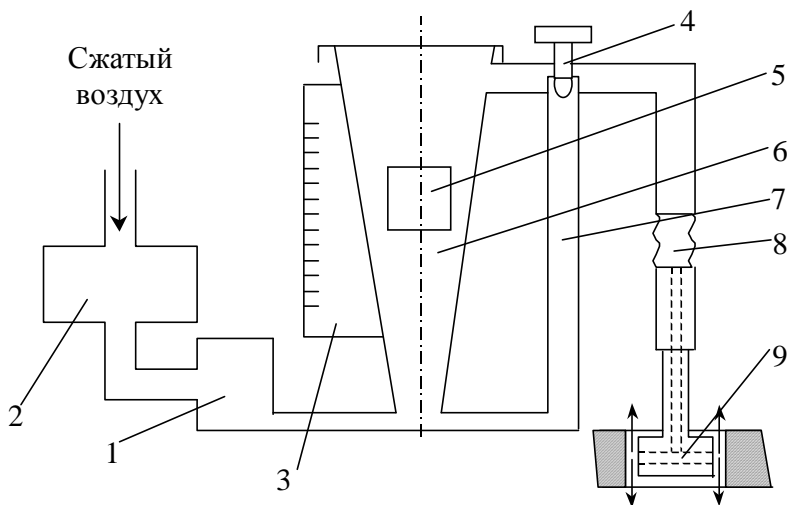


Рис. 1.4. Схема прибора для пневматического метода оценки износа

Сжатый воздух под давлением $0,3 \dots 0,5$ МПа поступает через влагоотделитель 2 и двухступенчатый стабилизатор 1 давления в стеклянную конусную трубку 6 и далее через шланг 8 к пневматическому калибру 9 с отверстиями для выхода воздуха. Внутри конусной трубки 6 помещается металлический поплавок 5, который силой воздушного потока устанавливается на определенном уровне. Положение поплавка внутри конусной трубки 6 зависит от расхода сжатого воздуха, который определяется зазором между измеряемой деталью и калибром 9. Если зазор между калибром и деталью большой, то расход воздуха будет увеличиваться и поплавок поднимается на более высокий уровень. Следовательно, по положению поплавка и шкале 3 можно определить размер отверстия. Точность показаний прибора регулируют при помощи крана 4, который изменяет расход воздуха через трубку 7, а также подбором поплавка по массе.

Этим методом можно определять также изменение формы детали по многим параметрам. Метод одновременно позволяет легко автоматизировать процесс измерения деталей.

Износ также можно найти взвешиванием, в ходе которого вычитывается суммарный износ по потерям массы с поверхностей трения. Методом взвешивания нельзя определить характер износа,

изменение формы поверхности, овальность и конусность. Такими же недостатками обладает метод радиоактивных индикаторов. Радиоактивный изотоп, введенный в изнашиваемый материал, удаляется вместе с частицами износа, измеряемая при этом радиоактивность указывает на значение износа. Дополнительным недостатком этого метода является необходимость предварительной подготовки деталей перед испытанием и его невысокая точность.

Более точным является метод встроенных датчиков, который позволяет определить износ с помощью фиксации изменения размеров, для чего используются тензодатчики, выходные сигналы которых регистрируются осциллографом. В этом случае износ оценивается только при лабораторных и стендовых испытаниях, где не учитывается влияние всех внешних факторов.

Метод искусственных баз позволяет определить значение износа по измерению размеров искусственно нанесенных углублений, выполненных на изнашиваемой поверхности. Углубление выполняют вырезанием лунок, сверлением конических отверстий, отпечатками в форме конуса или пирамиды. В этом случае необходима предварительная подготовка детали и длительное время получения результатов, а также точные приборы для измерения изменения размеров углублений.

Таким образом, при исследовании износостойкости деталей экспериментальными методами получают высокую точность оценки при конкретных условиях взаимодействия поверхностей трения за длительное время испытания.

Расчет ресурса деталей методом микрометрирования производится в следующей последовательности.

Рассмотрим пример определения ресурса детали – вала промежуточной опоры, имеющей четыре рабочие поверхности. Материал вала: сталь 45X; твердость: поверхности 1 – не менее 52 HRC₃, шлиц – не менее 40 HRC₃. Эскиз детали приведен на рис. 1.5, размеры рабочих поверхностей приведены в табл. 1.1.



Рис. 1.5. Вал промежуточной опоры

Таблица 1.1

Размеры рабочих поверхностей детали

Позиция на эскизе	Наименование дефекта	Размеры, мм		
		Номинальный	Допустимый без ремонта	Допустимый для ремонта
1	Местный износ или риски на шейке под сальник	$\varnothing 75,02 \pm 0,12$	-	74,4
2	Износ шейки под подшипник	$\varnothing 60 \pm 0,01$	59,97	59,8
3	Износ шлицев по толщине	$5 \pm 0,03$	4,85	-
4	Износ шлицев по толщине	$9_{-0,03}^{-0,01}$	8,84	-

Результаты экспериментальных исследований, т.е. данные микрометрирования, приведены в табл. 1.2.

Всего было обследовано 15 автомобилей, поступивших в капитальный ремонт. На каждом автомобиле имеется по две одинаковые промежуточные опоры, таким образом, объем выборки $N = 30$ деталей. Поверхности 1 и 2 измерялись в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, т.к. имеет место овальность при износе.

Таблица 1.2

Значения экспериментальных данных

Позиция дефекта на эскизе	Плоскость измерений	Результаты измерений							
		1	Пробег, тыс. км	125,325		161,945		132,937	
1	а-а	75,065	75,065	75,05	75,05	75,07	75,07	75,06	75,08
	в-в	75,02	75,02	74,995	75,01	75,01	75,015	75,03	75,015
2	а-а	59,91	59,905	59,9	59,9	59,905	59,91	59,915	59,92
	в-в	59,88	59,89	59,86	59,88	59,875	59,885	59,895	59,895
3	-	4,85	4,85	4,83	4,83	4,84	4,84	4,89	4,89
4	-	8,85	8,85	8,83	8,83	8,85	8,84	8,87	8,87
1	Пробег, тыс. км	119,255		117,924		122,250		86,189	
	а-а	75,08	75,09	75,07	75,075	75,06	75,08	75,095	75,1
2	в-в	75,03	75,03	75,04	75,03	75,035	75,025	75,05	75,055
	а-а	59,915	59,92	59,915	59,9	59,91	59,915	59,925	59,925
3	в-в	59,885	59,89	59,895	59,88	59,88	59,89	59,895	59,895
	-	4,88	4,88	4,90	4,90	4,87	4,87	4,92	4,92
4	-	8,86	8,86	8,88	8,88	8,86	8,85	8,9	8,89
1	Пробег, тыс. км	108,582		78,312		114,662		152,194	
	а-а	75,08	75,095	75,1	75,1	75,09	75,1	75,07	75,08
2	в-в	75,04	75,035	75,06	75,06	75,045	75,04	75,01	75,01
	а-а	59,92	59,91	59,925	59,91	59,92	59,925	59,9	59,9
3	в-в	59,88	59,885	59,9	59,9	59,89	59,9	59,87	59,88
	-	4,91	4,91	4,93	4,93	4,91	4,90	4,83	4,83
4	-	8,89	8,89	8,9	8,9	8,89	8,88	8,84	8,83
1	Пробег, тыс. км	123,595		54,246		118,653		-	
	а-а	75,075	75,09	75,1	75,1	75,08	75,08	-	-
2	в-в	75,03	75,02	75,07	75,07	75,035	75,03	-	-
	а-а	59,905	59,91	59,93	59,93	59,92	59,925	-	-
3	в-в	59,885	59,9	59,91	59,91	59,88	59,88	-	-
	-	4,86	4,86	4,93	4,93	4,89	4,89	-	-
4	-	8,85	8,85	8,91	8,91	8,86	8,87	-	-

Расчёт ресурса рабочих поверхностей вала промежуточной опоры

Средняя величина пробега всех измеренных деталей определяется по формуле

$$L_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i, \quad (1.1)$$

где L_i – значения пробегов для каждой детали, тыс. км;

N – количество экспериментальных значений.

$$\begin{aligned} L_{cp} &= \frac{1}{15} (125,825 + 161,945 + \dots + 54,246 + 118,653) = \\ &= 115,680 \text{ тыс. км.} \end{aligned}$$

Номинальный размер рабочих поверхностей вычисляется по формуле

$$d_n = \frac{d_{\max} + d_{\min}}{2}, \quad (1.2)$$

где d_{\max}, d_{\min} – соответственно максимальное и минимальное значение размера рабочей поверхности детали (с учётом верхнего и нижнего отклонений).

$$\text{Для поверхности 1 } d_n^1 = \frac{75,32 + 75,08}{2} = 75,2 \text{ мм.}$$

$$\text{Для поверхности 2 } d_n^2 = \frac{60,01 + 59,99}{2} = 60 \text{ мм.}$$

$$\text{Для поверхности 3 } d_n^3 = \frac{5,03 + 4,97}{2} = 5 \text{ мм.}$$

$$\text{Для поверхности 4 } d_n^4 = \frac{8,99 + 8,97}{2} = 8,98 \text{ мм.}$$

Припуски на износ для поверхностей, размеры которых уменьшаются (система «Вал»), определяются по формуле

$$Z = d_n - d_{\text{дон}}, \quad (1.3)$$

где $d_{\text{дон}}$ – допустимый размер рабочей поверхности без ремонта или для ремонта.

Средний износ рабочей поверхности детали (система «Вал») определяется по формуле

$$i_{\text{ср}} = d_n - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad (1.4)$$

где X_i – экспериментальные значения размеров рабочей поверхности детали в целом, в одном сечении и (или) в одной плоскости, мм.

Тогда

$$Z^1 = 75,2 - 74,7 = 0,5 \text{ мм} = 500 \text{ мкм};$$

$$Z^2 = 60 - 59,8 = 0,2 \text{ мм} = 200 \text{ мкм};$$

$$Z^3 = 5 - 4,85 = 0,15 \text{ мм} = 150 \text{ мкм};$$

$$Z^4 = 8,98 - 8,84 = 0,14 \text{ мм} = 140 \text{ мкм}.$$

Поверхность 1:

плоскость а-а

$$i_{\text{ср}} = 75,2 - \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} X_i^{a-a} = 75,2 - 75,08 = 0,12 \text{ мм} = 120 \text{ мкм};$$

плоскость в-в

$$i_{\text{ср}} = 75,2 - \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} X_i^{b-b} = 75,2 - 75,032 = 0,168 \text{ мм} = 168 \text{ мкм}.$$

Поверхность 2:

плоскость а-а

$$i_{\text{ср}} = 60 - \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} X_i^{a-a} = 60 - 59,914 = 0,086 \text{ мм} = 86 \text{ мкм};$$

ПЛОСКОСТЬ В-В

$$i_{cp} = 60 - \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} X_i^{e-\epsilon} = 60 - 59,888 = 0,112 \text{ мм} = 112 \text{ мкм}.$$

Поверхность 3:

$$i_{cp} = 5 - \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} X_i = 5 - 4,882 = 0,118 \text{ мм} = 118 \text{ мкм}.$$

Поверхность 4:

$$i_{cp} = 8,98 - \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} X_i = 8,98 - 8,868 = 0,112 \text{ мм} = 112 \text{ мкм}.$$

Примечание. Для поверхностей, размеры которых увеличиваются при износе (система «Отверстие») формулы (1.3) и (1.4)

примут вид $Z = d_{дон} - d_n$; $i_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i - d_n$.

Интенсивность изнашивания рабочей поверхности детали рассчитывается по формуле

$$I = \frac{i_{cp}}{L_{cp}}. \quad (1.5)$$

Поверхность 1:

плоскость а-а: $I = \frac{120}{115,68} = 1,037 \text{ мкм/тыс. км};$

плоскость в-в: $I = \frac{168}{115,68} = 1,452 \text{ мкм/тыс. км}.$

Поверхность 2:

плоскость а-а: $I = \frac{86}{115,68} = 0,743 \text{ мкм/тыс. км};$

плоскость в-в: $I = \frac{112}{115,68} = 0,968 \text{ мкм/тыс. км}.$

Поверхность 3:

$$I = \frac{118}{115,68} = 1,02 \text{ мкм/тыс. км}.$$

Поверхность 4:

$$I = \frac{112}{115,68} = 0,968 \text{ мкм/тыс. км.}$$

Ресурс рабочих поверхностей вычисляется по формуле

$$L = \frac{Z}{I}. \quad (1.6)$$

Поверхность 1:

плоскость а-а: $L_1^{a-a} = \frac{500}{1,037} = 482,160 \text{ тыс. км.}$

плоскость в-в: $L_1^{e-e} = \frac{500}{1,452} = 344,353 \text{ тыс. км.}$

$$L_1 = \frac{(482,160 + 344,353)}{2} = 413,256 \text{ тыс. км.}$$

Поверхность 2:

плоскость а-а: $L_2^{a-a} = \frac{500}{0,743} = 269,179 \text{ тыс. км.}$

плоскость в-в: $L_2^{e-e} = \frac{200}{0,968} = 206,612 \text{ тыс. км.}$

$$L_2 = \frac{(269,179 + 206,612)}{2} = 237,895 \text{ тыс. км.}$$

Поверхность 3: $L_3 = \frac{150}{1,02} = 147,059 \text{ тыс. км.}$

Поверхность 4: $L_4 = \frac{140}{0,968} = 144,628 \text{ тыс. км.}$

Как видно, ресурс детали в целом определяется ресурсом поверхностей 3 и 4 (шлицы). Поэтому для его повышения необходимо увеличить твёрдость указанных поверхностей. Этого можно достичь проведением химико-термической обработки, например цементацией.

2. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА УЗЛОВ И АГРЕГАТОВ АВТОМОБИЛЯ ПО КРИТЕРИЮ ТЕХНИКО- ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Ресурс автомобиля или его агрегата – это величина пробега до предельного состояния, оговоренного в технической документации. Предельное состояние определяется невозможностью дальнейшей эксплуатации и обусловлено снижением технико-экономической эффективности или требованиями безопасности движения. Принято различать ресурс до 1-го капитального ремонта (КР), межремонтный ресурс, средний ресурс и т.д.

Ресурс является наиболее достоверным критерием оценки совершенства конструкции автомобиля, качества его изготовления и ремонта. Определение ресурса для конкретного автомобиля или агрегата имеет важное практическое значение. Установленные ресурсы создают предпосылки к более совершенному планированию транспортно-го процесса, технического обслуживания и ремонта автомобилей.

Средний срок службы автомобиля или его агрегата от начала эксплуатации до момента выхода в КР может быть установлен по кривой распределения ресурса, а также как среднее значение выхода в КР для группы из N автомобилей:

$$L_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i, \quad (2.1)$$

где L_i – пробег i -го автомобиля до выхода в КР, тыс. км.

Использование этих методов позволяет определить ресурс как среднее значение, сложившееся в данном автотранспортном предприятии (АТП). Оно складывается под влиянием интенсивности эксплуатации и существующей ремонтной базы предприятия. На практике имеют место случаи как преждевременного отправления автомобиля в КР из-за невозможности ремонта его в АТП (при отсутствии запчастей), так и эксплуатации автомобилей, требующих

КР (при недостатке автомобилей для выполнения договорных обязательств). Поэтому среднестатистическое значение не является оптимальным для установления экономически целесообразного ресурса автомобилей.

Средний срок службы автомобиля до КР может быть определен по критерию технико-экономической эффективности. Сущность критерия заключается в удовлетворении потребностей АТП в автомобильных перевозках с минимальными затратами на приобретение и эксплуатацию автомобилей.

При этом минимизируются средние удельные затраты на единицу пробега:

$$C_{y\partial} = C_{np}(l) + C_{n.n.ср.общ}(l) \rightarrow \min, \quad (2.2)$$

где $C_{np}(l)$ – средние удельные затраты на приобретение автомобиля, руб./тыс. км;

$C_{n.n.ср.общ}(l)$ – средние удельные затраты на поддержание автомобиля в исправном состоянии, руб./тыс. км.

$$C_{np}(l) = \frac{C_0}{l}, \quad (2.3)$$

где C_0 – начальная стоимость узла, агрегата;

l – пробег автомобиля, тыс. км.

Затраты $C_{n.n.ср.общ}(l)$ состоят из удельных затрат на устранение отказов и неисправностей $C_{n.n.ср.}(l)$ и затрат на техническое обслуживание (ТО) $C_{ТО}$ (рис. 2.1), т. е.

$$C_{n.n.ср.общ}(l) = C_{n.n.ср.}(l) + C_{ТО}. \quad (2.4)$$

Таким образом, суммарные удельные затраты вычисляются с помощью зависимости

$$C_{y\partial}(l) = C_{np}(l) + C_{n.n.ср.}(l) + C_{ТО}. \quad (2.5)$$

Для определения $C_{n.n.ср.}(l)$ необходимо предварительно представить динамику изменения этих затрат по пробегу автомобиля в виде математического уравнения.

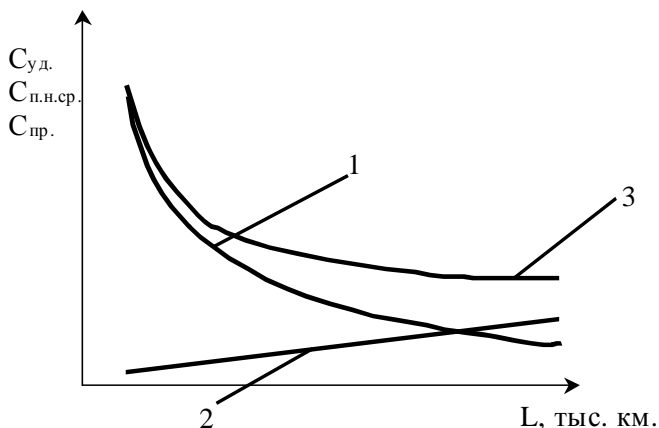


Рис. 2.1. Графическая интерпретация к расчету среднего срока службы автомобиля до КР: 1 – средние удельные затраты на приобретение; 2 – средние удельные затраты на устранение отказов и неисправностей; 3 – средние суммарные удельные затраты

На практике применяются различные модели, отражающие зависимость затрат от пробега автомобиля:

степенная $C_{п.н.сп}(l) = a_0 \cdot l^{a_1};$ (2.6)

показательная $C_{п.н.сп}(l) = a_0 \cdot a_1^l;$ (2.7)

линейная $C_{п.н.сп}(l) = a_0 + a_1 \cdot l;$ (2.8)

квадратичная $C_{п.н.сп}(l) = a_0 + a_1 l + a_2 l^2,$ (2.9)

где a_0, a_1, a_2 – коэффициенты.

В каждом конкретном случае определяется, какое из уравнений наиболее полно отражает реальные процессы. При расчете ресурса по виду корреляционного поля выбирается одна из моделей (2.6)-(2.9), по которой и проводится дальнейший расчет. Коэффициенты модели вычисляются методами корреляционно-регрессионного анализа.

После расчета коэффициентов модели определяется ее адекватность результатам наблюдений по критерию Фишера. Расчетные формулы приведены в рассматриваемых ниже примерах. В случае адекватности модели рассчитывается оптимальный ресурс.

Пример 1. Исходные данные: сцепление автомобиля имеет начальную стоимость $C_0 = 180$ у.е. Средние ресурсы его деталей, полученные при эксплуатации автомобиля, приведены в табл. 2.1. Построить графики изменения удельных затрат по пробегу и определить оптимальный ресурс сцепления до КР. Часовая тарифная ставка ремонтного пробега рабочего составляет 1,98 у.е./ч.

Таблица 2.1

Ресурсы деталей сцепления

Наименование детали	Ресурс R_i , тыс. км	Стоимость C_i , у.е.	Трудоемкость замены t_i , чел.-ч.
Диск сцепления (ведомый)	131,2	36	3,4
Корзина	258,3	41	3,1
Выжимной подшипник	86,1	15	2,8
Вилка выключения	168,4	6	2,6

Для определения оптимального ресурса необходимо найти динамику изменения удельных затрат на приобретение $C_{np}(l)$ и на поддержание сцепления в исправном состоянии $C_{п.н.ср}(l)$.

Средние удельные затраты на приобретение автомобиля вычисляются по формуле (2.3). Расчет средних удельных затрат на приобретение сцепления представлен в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Пробег l , тыс. км	50	100	150	200	250	300
Удельные затраты на приобретение сцепления C_{np} , у.е./тыс. км	3,6	1,8	1,2	0,9	0,72	0,6

По данным точкам строится кривая l зависимости средних удельных затрат на приобретение сцепления от его ресурса (рис. 2.2).

Далее следует построить экспериментальную зависимость удельных затрат на устранение отказов и неисправностей сцепления от пробега автомобиля. С этой целью определяются удельные затраты

для каждого пробега, соответствующего ремонту агрегата. При этом необходимо обратить внимание на следующее:

1) учесть повторные замены (первая замена выжимного подшипника производится на пробеге 86,1 тыс. км, вторая – на пробеге 172,2 тыс. км и т. д.);

2) замену деталей, имеющих ресурса менее 10 тыс. км, целесообразно проводить совместно, например, повторную замену выжимного подшипника на пробеге 172,2 тыс. км целесообразно провести ранее и совместить с заменой вилки выключения на пробеге 168,4 тыс. км, что позволит снизить трудоемкость ремонта и уменьшить время простоя автомобиля;

3) при проведении совместных замен суммарная трудоемкость замены принимается равной наибольшей из трудоемкостей раздельной замены.

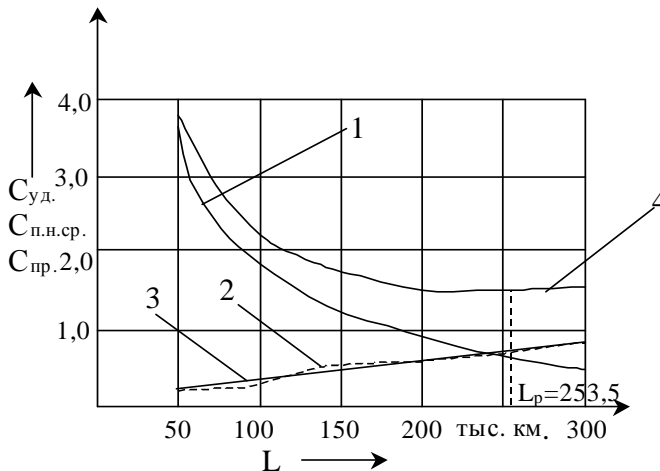


Рис. 2.2. Динамика изменения удельных затрат на приобретение и поддержание исправного состояния сцепления автомобиля:

1 – средние удельные затраты на приобретение; 2 – экспериментальные удельные затраты на ремонт сцепления; 3 – средние удельные затраты на устранение отказов и неисправностей (ремонт); 4 – средние суммарные удельные затраты

Затраты на устранение отказов и неисправностей определяются по формуле

$$C_{\Sigma_i} = \sum C_i + T_r \cdot t_i + C_{\Sigma_{i-1}}, \quad (2.10)$$

где $\sum C_i$ – стоимость заменяемых деталей, у.е.;

T_r – часовая тарифная ставка ремонтного рабочего, у.е./ч.;

t_i – трудоемкость замены, чел.-ч.;

$C_{\Sigma_{i-1}}$ – затраты предыдущего ремонта, у.е.

Удельные затраты определяются по формуле

$$C_{н.н.ср_i} = \frac{C_{\Sigma_i}}{l_i}. \quad (2.11)$$

Первый ремонт проводится на пробеге $l_1 = 86,1$ тыс. км (замена выжимного подшипника):

$$C_{\Sigma_1} = 15 + 1,98 \cdot 2,8 = 20,544 \text{ у.е.};$$

$$C_{н.н.ср_1} = \frac{20,544}{86,1} = 0,239 \text{ у.е./тыс. км.}$$

Второй ремонт – на пробеге $l_2 = 131,2$ тыс. км (замена диска сцепления):

$$C_{\Sigma_2} = 36 + 1,98 \cdot 3,4 + 20,544 = 63,276 \text{ у.е.};$$

$$C_{н.н.ср_2} = \frac{63,276}{131,2} = 0,482 \text{ у.е./тыс. км.}$$

Третий ремонт – на пробеге $l_3 = 168,4$ тыс. км (замена вилки выключения сцепления и повторная замена выжимного подшипника):

$$C_{\Sigma_3} = 6 + 15 + 1,98 \cdot 2,8 + 63,276 = 89,820 \text{ у.е.};$$

$$C_{н.н.ср_3} = \frac{89,820}{168,4} = 0,533 \text{ у.е./тыс. км.}$$

Четвертый ремонт – на пробеге $l_4 = 254,5$ тыс. км (замена выжимного подшипника, диска сцепления и корзины):

$$C_{\Sigma_4} = 36 + 15 + 41 + 1,98 \cdot 3,4 + 89,82 = 188,552 \text{ у.е.};$$

$$C_{н.н.ср_4} = \frac{188,552}{254,5} = 0,740 \text{ у.е./тыс. км.}$$

Расчет экспериментальных удельных затрат на ремонт сцепления в зависимости от его ресурса представлен в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Зависимость экспериментальных удельных затрат на ремонт сцепления от его ресурса

Ресурс l_i , тыс. км	86,1	131,2	168,4	254,5
Экспериментальные удельные затраты на ремонт сцепления $C_{н.н.сп_i}$, у.е./тыс. км	0,239	0,482	0,533	0,740

Полученные значения $C_{н.н.сп_i}$ и соответствующие им l_i наносятся на график (кривая 2 на рис. 2.2). По полученным точкам определяется характер аппроксимирующей кривой (линейная или степенная). Как видно из рис. 2.2, в данном случае целесообразно выбрать линейную модель $C_{н.н.сп}(l) = a_0 + a_1 \cdot l$.

Для расчета коэффициентов a_0 и a_1 пользуются зависимостью

$$a_1 = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n (l_i \cdot C_{н.н.сп_i}) - \sum_{i=1}^n l_i \cdot \sum_{i=1}^n C_{н.н.сп_i}}{n \cdot \sum_{i=1}^n l_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n l_i \right)^2}, \quad (2.12)$$

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n C_{н.н.сп_i}}{n} - a_1 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{n}, \quad (2.13)$$

где n – количество результатов наблюдений (в примере $n = 4$, т.к. производится четыре ремонта).

Для определения данных, входящих в зависимости (2.12) и (2.13), составляется табл. 2.4.

Расчет данных для определения коэффициентов регрессии

l_i	$C_{n.n.cp_i}$	l_i^2	$l_i \cdot C_{n.n.cp_i}$
86,1	0,239	7413,21	20,58
131,2	0,482	17213,44	63,24
168,4	0,533	28358,56	89,76
254,5	0,740	64770,25	188,33
$\sum_{i=1}^n l_i = 640,2$	$\sum_{i=1}^n C_{n.n.cp_i} = 1,994$	$\sum_{i=1}^n l_i^2 = 117755,46$	$\sum_{i=1}^n l_i \cdot C_{n.n.cp_i} = 361,91$

$$a_1 = \frac{4 \cdot 361,91 - 640,2 \cdot 1,994}{4 \cdot 117755,46 - (640,2)^2} = 2,8 \cdot 10^{-3};$$

$$a_0 = \frac{1,994}{4} - 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{640,2}{4} = 0,05.$$

Искомое уравнение

$$C_{n.n.cp}(l) = 0,05 + 2,8 \cdot 10^{-3} l.$$

Адекватность полученного уравнения реальному процессу проверяется по F-критерию Фишера. Экспериментальное значение F-критерия определяется следующим образом:

$$F_3 = \frac{(n-2) \cdot \sum_{i=1}^n (C_{n.n.cp_i} - \bar{C}_{n.n.cp})^2}{\sum_{i=1}^n (C_{n.n.cp_i} - C_{n.n.cp})^2}, \quad (2.14)$$

где $C_{n.n.cp_i}$ – значение удельных затрат для i -го ремонта, определенные по полученному (теоретическому) уравнению, у.е./тыс. км;

$\bar{C}_{n.n.cp}$ – среднее для всех ремонтов значение удельных затрат, у.е./тыс. км;

$C_{н.н.ср_i}$ – экспериментальные значения удельных затрат для i -го ремонта, у.е./тыс. км.

$$\bar{C}_{н.н.ср} = \frac{0,239 + 0,482 + 0,533 + 0,740}{4} = 0,499 \text{ у.е./тыс. км};$$

$$C_{н.н.ср_1} = 0,05 + 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 86,1 = 0,291 \text{ у.е./тыс. км};$$

$$C_{н.н.ср_{2=0,417}} = 0,05 + 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 131,2 = 0,417 \text{ у.е./тыс. км};$$

$$C_{н.н.ср_3} = 0,05 + 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 168,4 = 0,522 \text{ у.е./тыс. км};$$

$$C_{н.н.ср_4} = 0,05 + 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 254,5 = 0,763 \text{ у.е./тыс. км}.$$

Тогда

$$F_3 = \frac{(4-2)\left((0,291-0,499)^2 + (0,417-0,499)^2 + (0,763-0,499)^2\right)}{(0,239-0,291)^2 + (0,482-0,417)^2 + (0,533-0,522)^2 + (0,740-0,763)^2} = 31,7.$$

Полученное значение сравнивается с критическим. Модель считается адекватной, если

$$F_3 \geq F_{\alpha}^{kp}(f_n; f_{осм}),$$

где $f_n = n - 1$, $f_{осм} = n - m$ – число степеней свободы;

m – количество определяемых коэффициентов регрессии (для однофакторных моделей $m = 2$).

По таблицам находим $F_{\alpha}^{kp}(3;2) = 9,162$. Т.к. $F_3 = 31,7 > F_{\alpha}^{kp}(3;2) = 9,162$, то модель принимается для дальнейших расчетов.

Уравнение суммарных удельных затрат будет иметь вид

$$C_{y\partial} = C_{нр}(l) + C_{н.н.ср}(l) \quad (2.15)$$

или

$$C_{y\partial} = \frac{C_0}{l} + C_{н.н.ср}(l); \quad (2.16)$$

$$C_{y\partial} = \frac{180}{l} + 0,05 + 2,8 \cdot 10^{-3} l.$$

Расчет суммарных удельных затрат представлен в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Суммарные удельные затраты на приобретение
и ремонт сцепления

Ресурс l , тыс. км	50	100	150	200	250	300
Удельные затраты на приобретение автомобиля $C_{пр}$, у.е./тыс. км	3,60	1,80	1,20	0,90	0,72	0,60
Удельные затраты на устранение отказов и неисправностей $C_{п.н.ср_i}$, у.е./тыс. км	0,19	0,33	0,47	0,61	0,75	0,84
Суммарные удельные затраты $C_{уд}$, у.е./тыс. км	3,79	2,13	1,67	1,51	1,47	1,49

По данным табл. 2.5 строится кривая 3 зависимости средних удельных затрат на устранение отказов и неисправностей и кривая 4 зависимости суммарных удельных затрат от ресурса (рис. 2.2).

Из табл. 2.5 следует, что значение оптимального ресурса сцепления находится в интервале 250-300 тыс. км, т.к. здесь происходит возрастание суммарных удельных затрат $C_{уд}$ от 1,47 до 1,49 у.е./тыс. км.

Точное значение оптимального ресурса сцепления определяется по формуле

$$L_p = \sqrt{\frac{C_0}{a_1}}; \quad (2.17)$$

$$L_p = \sqrt{\frac{180}{2,8 \cdot 10^{-3}}} = 253,5 \text{ тыс. км.}$$

Таким образом, ресурс сцепления составляет 253 тыс. км.

Пример 2. Исходные данные: рулевой механизм автомобиля имеет начальную стоимость $C_0 = 98,3$ у.е. Средние ресурсы его деталей, полученные при эксплуатации автомобиля, приведены в табл. 2.6.

Т а б л и ц а 2.6

Ресурсы деталей рулевого механизма

Наименование детали	Ресурс R_i , тыс. км	Стоимость C_i , руб.	Трудоемкость замены t_i , чел.-ч
Уплотнительные манжеты	95,2	1,8	2,2
Гайка-рейка	182,3	32,5	4,5
Зубчатый сектор	212,2	24,5	5,1
Картер рулевого механизма	287,4	29,7	5,8

Для определения оптимального ресурса необходимо определить динамику изменения удельных затрат на приобретение $C_{np}(l)$ и на поддержание рулевого механизма автомобиля в исправном состоянии $C_{п.н.ср}(l)$.

Средние удельные затраты на приобретение рулевого механизма определяются по формуле (2.3).

Расчет средних удельных затрат на приобретение рулевого механизма представлен в табл. 2.7.

Т а б л и ц а 2.7

Зависимость средних удельных затрат на приобретение автомобиля от его пробега

Пробег l_i , тыс. км	50	100	150	200	250	300
Удельные затраты на приобретение рулевого механизма C_{np} , у.е./тыс. км	1,966	0,983	0,655	0,492	0,393	0,328

По данным точкам строится кривая 1 зависимости средних удельных затрат на приобретение рулевого механизма от его пробега (рис. 2.3).

Следующий шаг – построение экспериментальной зависимости удельных затрат на устранение отказов и неисправностей от пробега автомобиля. С этой целью определяются удельные затраты для каждого пробега, соответствующего ремонту агрегата.

Первый ремонт проводится на пробеге $l_i = 95,2$ тыс. км (замена манжет). Затраты на устранение отказов и неисправностей определяются по формуле (2.10):

$$C_{\Sigma_1} = 1,8 + 1,98 \cdot 2,2 = 6,156 \text{ у.е.}$$

Удельные затраты определяются по формуле (2.11):

$$C_{п.н.ср_1} = \frac{6,165}{95,2} = 0,065 \text{ у.е./тыс. км.}$$

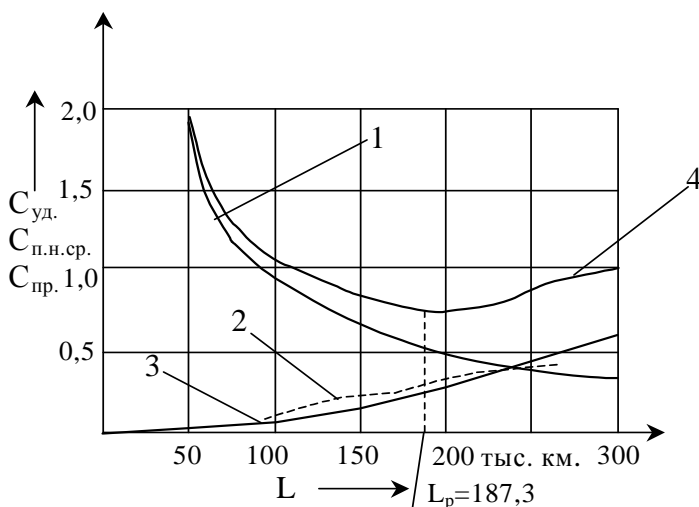


Рис. 2.3. Динамика изменения удельных затрат на приобретение и на поддержание неисправного состояния рулевого механизма:
 1 – средние удельные затраты на приобретение; 2 – экспериментальные удельные затраты на ремонт; 3 – средние удельные затраты на устранение отказов и неисправностей; 4 – средние суммарные удельные затраты

Второй ремонт проводится на пробеге $l_2 = 182,3$ тыс. км (замена гайки-рейки и повторная замена уплотнительных манжет):

$$C_{\Sigma_2} = 1,8 + 32,5 + 1,98 \cdot 4,5 + 6,156 = 49,366 \text{ у.е.}$$

$$C_{п.н.ср_2} = \frac{49,366}{182,3} = 0,271 \text{ у.е./тыс. км.}$$

Третий ремонт – на пробеге $l_3 = 212,2$ тыс. км (замена зубчатого сектора):

$$C_{\Sigma_3} = 24,5 + 1,98 \cdot 5,1 + 49,366 = 83,964 \text{ у.е.,}$$

$$C_{п.н.ср_3} = \frac{83,964}{212,2} = 0,396 \text{ у.е./тыс. км.}$$

Четвертый ремонт – на пробеге $l_4 = 277,5$ тыс. км (замена уплотнительных манжет и картера рулевого механизма):

$$C_{\Sigma_4} = 1,8 + 29,7 + 1,98 \cdot 5,8 + 83,964 = 126,948 \text{ у.е.,}$$

$$C_{п.н.ср_4} = \frac{126,947}{277,5} = 0,457 \text{ у.е./тыс. км.}$$

Расчет экспериментальных удельных затрат на ремонт рулевого механизма автомобиля в зависимости от пробега представлен в табл. 2.8.

Т а б л и ц а 2.8

Зависимость экспериментальных удельных затрат на ремонт рулевого механизма автомобиля от его пробега

Пробег l , тыс. км	85,2	182,3	212,2	277,5
Экспериментальные удельные затраты на ремонт автомобиля $C_{п.н.ср_i}$, у.е./тыс. км	0,065	0,271	0,396	0,457

Принимаем степенную модель (2.6).

Для расчета коэффициентов уравнение (2.6) логарифмируется и принимает вид линейной модели

$$\lg C_{n.n.cp} = \lg a_0 + a_1 \cdot \lg l$$

или

$$Y = A_0 + a_1 \cdot \lg l.$$

Значения коэффициентов A_0 и a_1 вычисляются по формулам (2.12) и (2.13). При этом $C_{n.n.cp_i}$ и l_i всегда заменяются на $\lg C_{n.n.cp_i}$ и $\lg l_i$. Оценка параметра a_0 определяется потенцированием параметра A_0 . Для упрощения расчетов составляется табл. 2.9.

Таблица 2.9

Расчет данных для определения коэффициентов регрессии

$\lg l_i$	$\lg C_{n.n.cp_i}$	$(\lg l_i)^2$	$\lg l_i \cdot \lg C_{n.n.cp_i}$
1,979	-1,187	3,915	-2,349
2,261	-0,567	5,111	-1,282
2,327	-0,402	5,414	-0,935
2,443	-0,340	5,967	-0,831
$\sum_{i=1}^n \lg l_i = 9,01$	$\sum_{i=1}^n \lg C_{n.n.cp_i} = -2,496$	$\sum_{i=1}^n (\lg l_i)^2 = 20,407$	$\sum_{i=1}^n \lg l_i \cdot \lg C_{n.n.cp_i} = -5,397$

$$a_1 = \frac{-4 \cdot 5,397 + 9,01 \cdot 2,496}{4 \cdot 20,407 - (9,01)^2} = 2,012;$$

$$A_0 = \frac{-2,496}{4} - 2,012 \frac{9,01}{4} = -5,156;$$

$$a_0 = 10^{A_0} = 10^{-5,156} = 6,982 \cdot 10^{-6}.$$

Искомое уравнение

$$C_{n.n.cp}(l) = 6,982 \cdot 10^{-6} \cdot l^{2,012}.$$

Определяем $C_{н.н.ср_i}$ по полученному уравнению

$$C_{н.н.ср_1} = 6,982 \cdot 10^{-6} \cdot 95,2^{2,012} = 0,067 \text{ у.е./тыс. км,}$$

$$C_{н.н.ср_2} = 6,982 \cdot 10^{-6} \cdot 182,3^{2,012} = 0,247 \text{ у.е./тыс. км,}$$

$$C_{н.н.ср_4} = 6,892 \cdot 10^{-6} \cdot 212,2^{2,012} = 0,575 \text{ у.е./тыс. км,}$$

$$\bar{C}_{н.н.ср_i} = \frac{0,065 + 0,271 + 0,396 + 0,457}{4} = 0,297 \text{ у.е./тыс. км.}$$

По формуле (2.14) находим экспериментальное значение F-критерия:

$$F_3 = \frac{(4-2) \left[(0,067-0,297)^2 + (0,247-0,297)^2 + (0,336-0,297)^2 + (0,575-0,297)^2 \right]}{(0,065-0,067)^2 + (0,271-0,247)^2 + (0,396-0,336)^2 + (0,457-0,575)^2} = 14,83.$$

Так как $F_3 = 14,83 > F_{\alpha}^{kp}(3;2) = 9,162$, то модель адекватна, т.е. степенная модель принимается для дальнейших расчетов.

Уравнение суммарных удельных затрат будет иметь вид

$$C_{y\partial} = C_{np}(l) + C_{н.н.ср}(l);$$

$$C_{y\partial} = \frac{C_0}{l} + 6,982 \cdot 10^{-6} \cdot l^{2,012} = \frac{98,3}{l} + 6,982 \cdot 10^{-6} \cdot l^{2,012}.$$

Расчет суммарных удельных затрат представлен в табл. 2.10.

Т а б л и ц а 2.10

Суммарные удельные затраты на приобретение и ремонт рулевого механизма автомобиля

Пробег автомобиля l , тыс. км	50	100	150	200	250	300
1	2	3	4	5	6	7
Удельные затраты на приобретение автомобиля C_{np} , у.е./тыс. км	1,966	0,983	0,655	0,492	0,393	0,328

1	2	3	4	5	6	7
Удельные затраты на устранение отказов и неисправностей $C_{н.н.сп_i}$, у.е./тыс. км	0,018	0,074	0,167	0,298	0,466	0,673
Суммарные удельные затраты C_{γ_0} , у.е./тыс. км	1,984	1,057	0,822	0,790	0,859	1,001

По данным табл. 2.10 строится кривая 3 зависимости средних удельных затрат на устранение отказов и неисправностей и кривая 4 зависимости суммарных удельных затрат от пробега автомобиля (рис. 2.3).

Оптимальный ресурс рулевого механизма (для степенной модели) определяется по формуле

$$L_p = a_1 + 1 \sqrt{\frac{C_0}{a_0 \cdot a_1}}. \quad (2.18)$$

$$L_p = 2,012 + 1 \sqrt{\frac{98,3}{6,982 \cdot 10^{-6} \cdot 2,012}} = 187,3 \text{ тыс. км.}$$

3. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЭФФЕКТИВНОСТИ НА ОСНОВАНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА

Распределение Вейбулла находит применение при исследовании функционирования автомобилей и их элементов. Оно хорошо описывает постепенные отказы, отказы, вызванные старением.

Плотность распределения Вейбулла задается двумя параметрами μ и n (двухпараметрический закон) и имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} n\mu^n x^{n-1} e^{-\mu^n x^n} & \text{при } x \geq 0, n \geq 0, \mu \geq 0. \\ 0 & \text{при } x < 0, n < 0, \mu < 0, \end{cases} \quad (3.1)$$

где x – случайная величина, как правило, время исправной работы t или пробег автомобиля L ;

n – параметр формы (при $n = 1$ – распределение преобразуется в показательный закон; при $n = 2$ – в закон Релея; при $n = 3,25$ – в нормальный закон);

μ – параметр масштаба.

В некоторых случаях вместо μ принимают величину, обратную параметру масштаба $a = 1/\mu$, тогда плотность вероятности записывается так:

$$f(x) = \frac{n}{a} \left(\frac{x}{a}\right)^{n-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{a}\right)^n}. \quad (3.2)$$

График плотности распределения показан на рис. 3.1.

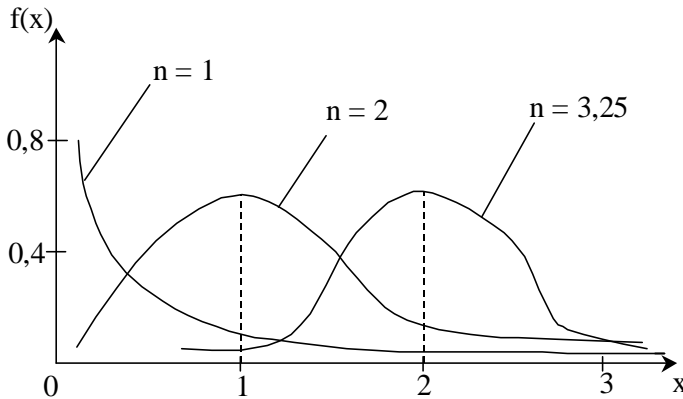


Рис. 3.1. График плотности распределения

Для вычисления плотности распределения закона Вейбулла (3.2) имеются специальные статистические таблицы.

Функция распределения закона Вейбулла имеет вид

$$F(X) = P(x < X) = \int_0^x n\mu x^{n-1} e^{-\mu^n x^n} dx = 1 - e^{-\left[\frac{x}{a}\right]^n}.$$

В теории надежности кривая функции распределения $F(x)$ характеризует вероятность отказа изделия, а формула

$$\bar{F}(X) = 1 - F(X) = e^{-\left[\frac{L}{a}\right]^n} = P_{испр}.$$

характеризует вероятность исправного состояния автомобиля (агрегата) и называется кривой ресурса.

Для вычисления кривой исправной работы по закону Вейбулла используются статистические таблицы с двумя входами.

Математическое ожидание распределения Вейбулла

$$M(X) = \int_0^{\infty} x e^{-\mu^n x^n} d(\mu^n x^n).$$

С помощью гамма-функции Эйлера находим

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt,$$

сделав замену переменных

$$\mu^n x^n = t, \quad x = \frac{t^{1/n}}{\mu}, \quad x^2 = \frac{t^{2/n}}{\mu^2}$$

получим

$$M(X) = \frac{1}{\mu} \Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right) \quad (3.3)$$

В теории надежности значение математического ожидания называется наработкой на отказ.

С помощью формулы (3.3) получаем выражение для определения второго параметра закона Вейбулла

$$\mu = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{M(X)}.$$

Дисперсия для закона Вейбулла имеет вид

$$D(X) = \frac{1}{\mu^2} \Gamma\left(1 + \frac{2}{n}\right) + \left[\frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{M(X)} \right]^2.$$

Подставив выражения математического ожидания и дисперсии в формулу коэффициента вариации для закона Вейбулла, получаем:

$$v = \frac{\sigma(x)}{M(x)} = \frac{\sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{n}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{n}\right)}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \varphi(n).$$

Как видим, коэффициент вариации является функцией параметра формы.

В свою очередь параметр формы закона n является функцией коэффициента вариации v :

$$n = \psi(v) = \psi\left[\frac{\sigma(x)}{M(x)}\right].$$

Следовательно, если известно среднее квадратичное отклонение и математическое ожидание закона Вейбулла (например, на основании опытных данных), то можно определить значение параметра формы n и на основании этого найти параметр масштаба μ .

Для удобства определения параметра формы имеются статистические таблицы.

Пример. Исследуется закон распределения пробега тормозной системы автомобилей МАЗ-5335 до отказа. При статистических наблюдениях было зафиксировано $N = 79$ отказов. Размах (вариация) пробега автомобиля до выхода из строя узлов и деталей тормозной системы составил от $L = 5$ до $L = 115$ тыс. км.

Требуется установить закон, которому следует рассматриваемое явление, и проверить правдоподобность принятой гипотезы при уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Решение. Применяя формулу Стеджерса, находим ширину интервала:

$$\Delta L = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{1 + \lg n} = \frac{115 - 5}{1 + 3,3 \lg 79} = \frac{110}{7,262} = 15 \text{ тыс. км.}$$

Примем $\Delta L = 10$ тыс. км. После ранжировки вариационный ряд группируем (через $\Delta L = 10$) в 12 интервалов (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Пробег тормозной системы автомобилей МАЗ-5335 до отказа

№ строки	Номер интервала											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Границы интервалов											
	0 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90	90 100	100 110	110 120
2	Середина интервалов											
	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115
3	Опытные числа попаданий в интервал											
	9	14	18	7	9	9	4	4	2	1	1	1
4	Опытные частоты попаданий в интервал											
	0,014	0,177	0,228	0,089	0,114	0,114	0,050	0,050	0,025	0,013	0,013	0,013
5	Вход в статистическую таблицу											
	0,125	0,375	0,625	0,875	1,120	1,370	1,630	1,870	2,120	2,360	2,630	2,880
6	Табличные значения функции $\alpha = f(L)$											
	0,560	0,718	0,670	0,576	0,470	0,340	0,230	0,160	0,110	0,080	0,050	0,040
7	Теоретические вероятности попадания в интервал											
	0,140	0,179	0,167	0,144	0,117	0,085	0,058	0,040	0,028	0,020	0,001	0,001
8	Теоретические числа попаданий в интервал											
	11,0	14,0	13,0	11,3	9,2	6,8	4,5	3,2	2,2	1,6	1,0	1,0
9	Слагаемые критерия Пирсона											
	0,363	0,000	1,920	1,630	0,040	0,740	0,055	0,200	0,018	0,220	0,000	0,000
10	Вероятность исправной работы тормозов (по статист. табл.)											
	0,95	0,76	0,61	0,43	0,32	0,20	0,14	0,08	0,06	0,03	0,02	0,01

Вычисляем статистические поинтервальные частоты попаданий случайных величин в интервалы (строка 4 табл. 3.1), на основе которых можем построить полигон. Рассматривая его, делаем предположение, выдвигаем гипотезу, что изучаемое явление – длина пробега автомобиля до выхода из строя тормозов – распределено по закону Вейбулла.

Вычисляем статистическое математическое ожидание (генеральное среднее) пробега автомобиля до отказа тормозной системы:

$$M(L) = \sum_{i=1}^r \frac{L_i m_i}{N} = \frac{5 \cdot 9 + 15 \cdot 14 + \dots + 115 \cdot 1}{79} = 36,6 \text{ тыс.км.}$$

Вычисляем статистическую дисперсию

$$D(L) = \sum_{i=1}^r \frac{L_i^2 m_i}{N} - (M(L))^2 = \frac{5^2 \cdot 9 + 15^2 \cdot 14 + \dots + 115^2 \cdot 1}{79} - (36,6)^2 = 576 \text{ тыс.км.}^2$$

Находим несмещенное значение дисперсии

$$\tilde{D}(L) = \frac{r}{r-1} D(L) = \frac{12}{11} \cdot 576 = 628,36 \text{ тыс. км.}^2$$

$$\tilde{\sigma}(L) = \sqrt{628,36} = 25,07 \text{ тыс. км.}$$

Находим коэффициент вариации

$$v = \frac{\tilde{\sigma}(L)}{M(L)} = \frac{25,07}{36,6} = 0,684.$$

По табл. 3.2 и 3.5 для найденного коэффициента $v = 0,68$ находим значение первого параметра закона – параметра формы, равного $n \approx 1,4$.

Находим второй параметр закона – параметр масштаба:

$$\mu = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{\tilde{M}(L)} = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{1,4}\right)}{36,6} = \frac{0,911}{36,6} = 0,025,$$

при этом значение, обратное параметру масштаба, составляет

$$a = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{0,025} = 40.$$

Вычисляем теоретические вероятности попаданий в интервал.

Вычисление указанных вероятностей может производиться двумя способами:

по точной формуле

$$P(\alpha_i < L_i < \beta_i) = e^{-\left(\frac{L}{\alpha}\right)^n} - e^{-\left(\frac{L}{\beta}\right)^n}$$

по приближенной формуле

$$P(a_i < L_i < b_i) \approx f(L)_{cp} \cdot \Delta L,$$

где $f(L)_{cp}$ – плотность вероятности;

ΔL – ширина интервала ($\Delta L = 10$).

Воспользуемся приближенной формулой для вычисления вероятностей.

Составляем входы в статистические таблицы. Для рассматриваемого примера они составляют:

$$\frac{L_1}{a} = \frac{5}{40} = 0,125; \quad \frac{L_2}{a} = \frac{15}{40} = 0,375 \text{ и т.д.}$$

Заносим полученные входы в строку 5 статистической таблицы (табл. 3.1).

С помощью полученных входов для $n = 1,4$ находим (путем интерполяции) значения функции $a \cdot f(L)$.

Указанные значения составляют:

$$\text{для } \frac{L}{a} = 0,125 \quad a \cdot f(L) = 0,56;$$

$$\text{для } \frac{L}{a} = 0,375 \quad a \cdot f(L) = 0,718 \text{ и т.д.}$$

Заполняем строку 6 статистической таблицы.

Находим плотности вероятностей:

$$f(L_1) = \frac{a \cdot f(L_1)}{a} = \frac{0,56}{40} = 0,014;$$

$$f(L_2) = \frac{0,718}{40} = 0,01795 \text{ и т.д.}$$

Находим теоретические вероятности попадания случайной величины в интервалы:

$$p_1 = f(L_1) \Delta L = 0,014 \cdot 10 = 0,14;$$

$$p_2 = 0,01795 \cdot 10 = 0,1795 \text{ и т.д.}$$

Таким образом, заполняется строка 7 статистической таблицы.

На основании строки 7 на график наносится сглаживающая теоретическая кривая закона Вейбулла.

Вычисляем теоретические числа:

$$m_1 = p_1 \cdot n_1 = 0,14 \cdot 79 = 11,06;$$

$$m_2 = p_2 \cdot n_2 = 0,179 \cdot 79 = 14,03 \text{ и т.д.}$$

Заполняем строку 8 статистической таблицы.

Вычисляем слагаемые критерия Пирсона:

$$\frac{(m_1^* - m_1)^2}{m_1} = \frac{(9 - 11)^2}{11} = 0,363;$$

$$\frac{(m_2^* - m_2)^2}{m_2} = \frac{(14 - 14)^2}{14} = 0 \text{ и т.д.}$$

Заполняем строку 9 статистической таблицы.

Суммируем слагаемые критерия Пирсона, получаем

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(m_i^* - m_i)^2}{m_i} = 0,363 + \dots + 0,22 = 5,2.$$

Проверяем правдоподобность принятой гипотезы о принадлежности опытных данных к закону Вейбулла.

$$P_{on}(\chi^2, k) = P_{on}(5,2; 9) = 0,8 > 0,05.$$

Следовательно, по критерию Пирсона при уровне значимости $\alpha = 0,05$ гипотеза о принадлежности опытных данных к закону Вейбулла не отвергается.

$$k_P = \frac{\chi^2 - r}{\sqrt{2 \cdot r}} = \frac{5,2 - 12}{\sqrt{2 \cdot 12}} = -1,39 < 3.$$

Как видим, и по критерию Романовского гипотеза о принадлежности опытных данных к закону Вейбулла не отвергается.

Т а б л и ц а 3.2

Зависимость между значениями коэффициентов вариации и параметром формы для закона Вейбулла

Коэффициент вариации $v = \frac{\sigma(L)}{M(L)}$	Параметр формы n	Нормированное математическое ожидание $k_B = \frac{M(L)}{a}$	Нормированное среднее квадратическое отклонение $C_B = \frac{\sigma(L)}{a}$
1	2	3	4
15,83	0,2	120	1900
5,29	0,3	8,86	49,6
3,14	0,4	3,32	10,4
2,24	0,5	2,00	4,47
1,74	0,6	1,50	2,61
1,46	0,7	1,27	1,86
1,26	0,8	1,13	1,43
1,11	0,9	1,05	1,17
1,00	1,0	1,00	1,00
0,910	1,1	0,965	0,878

1	2	3	4
0,837	1,2	0,941	0,787
0,775	1,3	0,924	0,716
0,723	1,4	0,911	0,659
0,678	1,5	0,903	0,612
0,640	1,6	0,897	0,574
0,605	1,7	0,892	0,540
0,575	1,8	0,889	0,512
0,547	1,9	0,887	0,485
0,523	2,0	0,886	0,463
0,498	2,1	0,886	0,441
0,480	2,2	0,886	0,425
0,461	2,3	0,886	0,409
0,444	2,4	0,887	0,394
0,428	2,5	0,887	0,380
0,365	3,0	0,893	0,326
0,315	3,5	0,900	0,285
0,281	4,0	0,906	0,255

Таблица 3.3

Плотности распределения закона Вейбулла
в зависимости от параметра формы n и параметра a

$n \backslash L/a$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	3,0	4,0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0,1	0,67	1,06	1,17	1,08	0,90	0,71	0,53	0,39	0,28	0,19	0,03	0,00
0,2	0,35	0,62	0,78	0,83	0,81	0,75	0,66	0,56	0,47	0,38	0,11	0,03
0,3	0,24	0,44	0,59	0,69	0,74	0,74	0,72	0,67	0,61	0,55	0,26	0,10
0,4	0,18	0,34	0,48	0,59	0,67	0,71	0,73	0,73	0,71	0,68	0,45	0,25
0,5	0,15	0,28	0,40	0,51	0,60	0,67	0,73	0,76	0,78	0,78	0,66	0,47
0,6	0,12	0,24	0,35	0,46	0,55	0,63	0,67	0,75	0,80	0,83	0,87	0,76
0,7	0,10	0,21	0,31	0,40	0,50	0,58	0,66	0,73	0,79	0,85	1,04	1,08
0,8	0,09	0,18	0,27	0,36	0,45	0,53	0,61	0,69	0,77	0,84	1,15	1,35
0,9	0,08	0,16	0,25	0,33	0,40	0,49	0,56	0,64	0,72	0,80	1,17	1,51

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1,0	0,07	0,15	0,22	0,29	0,37	0,44	0,51	0,58	0,66	0,73	1,10	1,47
1,1	0,07	0,13	0,20	0,27	0,33	0,40	0,47	0,53	0,59	0,65	0,96	1,23
1,2	0,06	0,12	0,18	0,24	0,30	0,36	0,41	0,47	0,52	0,59	0,77	0,87
1,3	0,06	0,11	0,17	0,22	0,27	0,32	0,37	0,41	0,45	0,48	0,56	0,50
1,4	0,05	0,10	0,15	0,20	0,27	0,29	0,33	0,35	0,38	0,39	0,38	0,24
1,5	0,05	0,10	0,14	0,18	0,22	0,26	0,28	0,30	0,31	0,32	0,23	0,08
1,6	0,05	0,09	0,13	0,17	0,20	0,23	0,24	0,25	0,25	0,25	0,13	0,02
1,7	0,04	0,08	0,13	0,16	0,18	0,20	0,21	0,21	0,20	0,19	0,06	0,00
1,8	0,04	0,08	0,11	0,14	0,16	0,18	0,18	0,17	0,16	0,14	0,02	0,00
1,9	0,04	0,07	0,10	0,13	0,15	0,16	0,15	0,14	0,13	0,10	0,01	0,00
2,0	0,04	0,07	0,10	0,12	0,13	0,14	0,13	0,12	0,09	0,07	0,00	0,00
2,1	0,03	0,07	0,09	0,11	0,12	0,12	0,11	0,09	0,07	0,05	0,00	0,00
2,2	0,03	0,06	0,09	0,10	0,11	0,11	0,09	0,07	0,05	0,03	0,00	0,00
2,3	0,03	0,06	0,08	0,10	0,10	0,09	0,08	0,06	0,04	0,02	0,00	0,00
2,4	0,03	0,05	0,08	0,09	0,09	0,08	0,07	0,05	0,03	0,01	0,00	0,00
2,5	0,03	0,05	0,07	0,08	0,08	0,07	0,05	0,03	0,02	0,00	0,00	0,00

Примечание.

$$a \cdot f(L) = a \left(\frac{n}{a} \right) \cdot \left(\frac{L}{a} \right)^{n-1} e^{-\left(\frac{L}{a} \right)},$$

где n – параметр формы закона Вейбулла;

$a = \frac{1}{m}$ – величина, обратная параметру масштаба закона.

Таблица 3.4

Значения вероятностей безотказной работы для построения кривой ресурса изделия, описываемого распределением Вейбулла в зависимости от параметра формы n и параметра L/a

$n \backslash L/a$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
0,1	0,45	0,53	0,66	0,67	0,73	0,78	0,82	0,85	0,88	0,90	0,94	0,94
0,2	0,43	0,48	0,54	0,59	0,64	0,68	0,72	0,76	0,79	0,82	0,84	0,86
0,3	0,41	0,46	0,49	0,54	0,58	0,62	0,65	0,68	0,71	0,74	0,76	0,79
0,4	0,40	0,43	0,47	0,50	0,53	0,56	0,59	0,61	0,64	0,67	0,66	0,71
0,5	0,39	0,42	0,44	0,47	0,49	0,52	0,54	0,56	0,58	0,60	0,63	0,64
0,6	0,39	0,40	0,42	0,44	0,46	0,48	0,49	0,51	0,53	0,54	0,56	0,58
0,7	0,38	0,39	0,40	0,42	0,43	0,44	0,49	0,47	0,49	0,49	0,51	0,52
0,8	0,37	0,38	0,39	0,40	0,41	0,42	0,42	0,43	0,44	0,45	0,46	0,46
0,9	0,37	0,37	0,38	0,38	0,38	0,39	0,39	0,39	0,40	0,40	0,41	0,41
1,0	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37
1,1	0,36	0,36	0,36	0,35	0,35	0,35	0,34	0,34	0,34	0,33	0,33	0,32
1,2	0,36	0,35	0,35	0,34	0,33	0,33	0,32	0,31	0,30	0,30	0,29	0,29
1,3	0,34	0,35	0,34	0,33	0,32	0,31	0,30	0,29	0,28	0,27	0,26	0,25
1,4	0,35	0,34	0,33	0,32	0,30	0,29	0,28	0,27	0,26	0,25	0,23	0,28
1,5	0,35	0,34	0,33	0,30	0,29	0,28	0,26	0,25	0,24	0,22	0,21	0,20
1,6	0,35	0,33	0,31	0,30	0,28	0,26	0,25	0,23	0,22	0,20	0,19	0,17
1,7	0,35	0,33	0,31	0,29	0,27	0,26	0,23	0,22	0,20	0,18	0,17	0,15
1,8	0,34	0,33	0,30	0,28	0,26	0,24	0,22	0,20	0,18	0,16	0,15	0,13
1,9	0,34	0,32	0,29	0,27	0,25	0,23	0,21	0,19	0,17	0,15	0,13	0,11
2,0	0,34	0,32	0,29	0,26	0,24	0,22	0,20	0,17	0,15	0,13	0,11	0,10
2,1	0,34	0,31	0,29	0,26	0,23	0,21	0,19	0,16	0,14	0,12	0,10	0,08
2,2	0,34	0,31	0,28	0,25	0,23	0,20	0,18	0,15	0,13	0,11	0,09	0,08
2,3	0,34	0,30	0,28	0,25	0,22	0,19	0,17	0,14	0,12	0,10	0,08	0,07
2,4	0,34	0,30	0,27	0,24	0,21	0,18	0,16	0,13	0,11	0,09	0,07	0,06
2,5	0,33	0,30	0,27	0,24	0,20	0,18	0,15	0,12	0,10	0,08	0,06	0,05

Продолжение табл. 3.4

$n \backslash L/a$	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
0,1	0,95	0,96	0,97	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00
0,2	0,88	0,90	0,91	0,93	0,94	0,95	0,95	0,96	0,98	0,99	0,99	1,00
0,3	0,81	0,83	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,95	0,97	0,98	0,99
0,4	0,74	0,76	0,77	0,79	0,81	0,82	0,83	0,85	0,90	0,93	0,96	0,97
0,5	0,67	0,68	0,70	0,72	0,73	0,75	0,76	0,78	0,83	0,88	0,91	0,93
0,6	0,59	0,61	0,63	0,64	0,66	0,67	0,68	0,70	0,75	0,80	0,85	0,88
0,7	0,53	0,54	0,56	0,57	0,58	0,59	0,60	0,61	0,66	0,71	0,75	0,79
0,8	0,47	0,48	0,49	0,49	0,50	0,51	0,52	0,53	0,56	0,59	0,63	0,66
0,9	0,42	0,42	0,42	0,43	0,43	0,44	0,44	0,45	0,46	0,48	0,50	0,52
1,0	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37
1,1	0,32	0,32	0,31	0,31	0,30	0,30	0,30	0,29	0,28	0,26	0,25	0,23
1,2	0,28	0,27	0,27	0,26	0,26	0,25	0,24	0,24	0,20	0,18	0,15	0,12
1,3	0,24	0,24	0,23	0,22	0,21	0,20	0,19	0,18	0,14	0,11	0,08	0,06
1,4	0,21	0,20	0,19	0,18	0,17	0,16	0,15	0,14	0,09	0,06	0,04	0,02
1,5	0,18	0,17	0,16	0,15	0,13	0,12	0,11	0,10	0,06	0,03	0,01	0,00
1,6	0,16	0,14	0,13	0,12	0,10	0,09	0,08	0,07	0,04	0,01	0,00	0,00
1,7	0,14	0,12	0,10	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,02	0,00	0,00	0,00
1,8	0,11	0,10	0,08	0,07	0,06	0,05	0,05	0,04	0,01	0,00	0,00	0,00
1,9	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,04	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00
2,0	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
2,1	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
2,2	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2,3	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2,4	0,04	0,03	0,02	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2,5	0,03	0,02	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Примечание.

$$P_{испр} = \bar{F}(L) = 1 - \int_0^L e^{-\left(\frac{L}{a}\right)^n} d\left[\left(\frac{L}{a}\right)^n\right],$$

L – случайная величина.

Таблица 3.5

Значения гамма-функции Эйлера в зависимости от параметра α

α	$\Gamma(\alpha)$	α	$\Gamma(\alpha)$	α	$\Gamma(\alpha)$	α	$\Gamma(\alpha)$
1,00	1,000	1,25	0,906	1,50	0,886	1,75	0,919
1,01	0,994	1,26	0,904	1,51	0,886	1,76	0,921
1,02	0,988	1,27	0,902	1,52	0,887	1,77	0,923
1,03	0,983	1,28	0,900	1,53	0,887	1,78	0,926
1,04	0,978	1,29	0,899	1,54	0,888	1,79	0,928
1,05	0,973	1,30	0,897	1,55	0,888	1,80	0,931
1,06	0,968	1,31	0,896	1,56	0,889	1,81	0,934
1,07	0,964	1,32	0,894	1,57	0,890	1,82	0,936
1,08	0,959	1,33	0,893	1,58	0,891	1,83	0,939
1,09	0,955	1,34	0,892	1,59	0,892	1,84	0,942
1,10	0,951	1,35	0,891	1,60	0,893	1,85	0,945
1,11	0,947	1,36	0,890	1,61	0,894	1,86	0,948
1,12	0,943	1,37	0,889	1,62	0,895	1,87	0,951
1,13	0,939	1,38	0,888	1,63	0,897	1,88	0,955
1,14	0,936	1,39	0,887	1,64	0,898	1,89	0,958
1,15	0,933	1,40	0,887	1,65	0,900	1,90	0,961
1,16	0,929	1,41	0,886	1,66	0,901	1,91	0,965
1,17	0,926	1,42	0,886	1,67	0,903	1,92	0,968
1,18	0,923	1,43	0,886	1,68	0,905	1,93	0,972
1,19	0,920	1,44	0,885	1,69	0,906	1,94	0,976
1,20	0,918	1,45	0,885	1,70	0,908	1,95	0,979
1,21	0,915	1,46	0,885	1,71	0,910	1,96	0,983
1,22	0,913	1,47	0,885	1,72	0,912	1,97	0,987
1,23	0,910	1,48	0,885	1,73	0,914	1,98	0,991
1,24	0,908	1,49	0,885	1,74	0,916	1,99	0,995
1,25	0,906	1,50	0,886	1,75	0,919	2,00	1,000

Примечание. Применяется при вычислении параметров закона Вейбулла и в других случаях.

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt.$$

4. ПРИМЕНЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Показательное распределение находит широкое применение при решении различных экономических и технических задач, связанных с исследованием эффективности функционирования автотранспортных средств и их систем:

при определении надежности деталей, когда единичные повреждения приводят к отказу автомобиля; такие условия возникают при превышении нагрузки, например, при ударе, при превышении электрического напряжения, приводящем к перегоранию конденсаторов, ламп и т.д.;

при определении параметров систем массового обслуживания (СМО), например при диагностике автомобилей, смазке и регулировке их механизмов, т.е. при ТО и ремонте автомобилей расходуемое время на выполнение указанных операций распределено в большинстве случаев по показательному закону;

для расчета времени между прибытиями автомобилей на станцию технического обслуживания (СТО).

Плотность распределения и функция распределения имеют вид

$$f(x) = \begin{cases} \omega e^{-\omega x} & \text{при } x \geq 0; \\ 0 & \text{при } x < 0; \end{cases} \quad (4.1)$$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\omega x} & \text{при } x \geq 0; \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases} \quad (4.2)$$

Для показательного закона вычисляются:
математическое ожидание

$$M[x] = \frac{1}{\omega}; \quad (4.3)$$

дисперсия

$$D[x] = \frac{1}{\omega^2}; \quad (4.4)$$

среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_x = \sqrt{D(x)} = \frac{1}{\omega}. \quad (4.5)$$

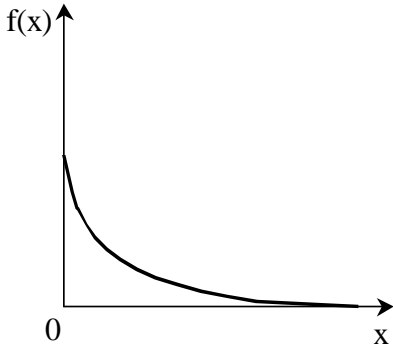


Рис. 4.1. Плотность распределения

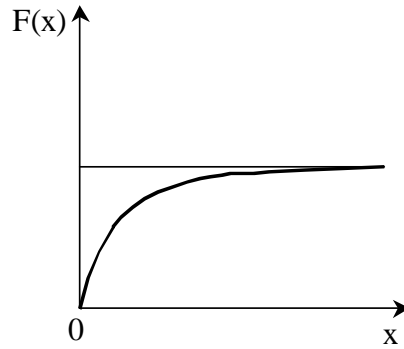


Рис. 4.2. Функция распределения

Таким образом, для показательного закона математическое ожидание численно равно среднему квадратическому отклонению. Указанная особенность используется для проверки правдоподобия гипотезы о принадлежности опытных данных к показательному закону, что будет рассмотрено на специальном примере.

Определение вероятности события, распределенного по показательному закону, вычисляется по формуле

$$p(x \in [\alpha, \beta]) = \int_{\alpha}^{\beta} \omega e^{-\omega x} dx = e^{-\omega \alpha} - e^{-\omega \beta}. \quad (4.6)$$

Пример 1. Время обслуживания автомобилей на СТО распределено по показательному закону с параметром $\omega = 3$ автомобиля в час. Определить, сколько автомобилей будет обслужено за время от $t = 0,13$ до $t = 0,7$.

Решение.

$$p(0,13 < x < 0,7) = e^{-3 \cdot 0,13} - e^{-3 \cdot 0,7} = 0,553.$$

При необходимости вычисления значений показательной функции $y = e^x$ можно воспользоваться табл. 4.2.

Показательный закон находит широкое применение в теории надежности и теории массового обслуживания. В этом случае случайной величиной служит время t . В теории надежности кривая функции распределения $F(t)$ характеризует вероятность отказа АТС, а кривая функции $\bar{F}(t) = 1 - F(t)$ характеризует вероятность исправного состояния изделия и называется кривой ресурса.

В теории массового обслуживания кривая функции распределения $F(t)$ характеризует вероятность окончания обслуживания, а кривая функции $\bar{F}(t) = 1 - F(t)$ характеризует вероятность того, что обслуживание к рассматриваемому времени не будет окончено.

Одной из особенностей показательного закона является то, что значению случайной величины, равному математическому ожиданию, соответствует функция $F(x) = 0,632$, в то время когда для нормального закона функция распределения равна $F(x) = 0,5$.

Рассмотрим на примере порядок статистической проверки гипотезы о принадлежности опытных данных к показательному закону.

Пример 2. Исследуется закон распределения времени диагностирования на СТО. При статистических наблюдениях было зафиксировано $N = 175$ результатов. Размах времени на диагностирование t составил от 5 до 110 мин ($t = 5 \dots 110$ мин).

Требуется установить закон, которому следует изучаемое явление, и проверить адекватность принятой гипотезы при уровне значимости $\alpha = 0,05$.

Решение. Применяя формулу Стеджерса, находим приближенную ширину интервала

$$\Delta t = \frac{t_{\max} - t_{\min}}{1 + 3,31 \lg N} = \frac{110 - 5}{1 + 3,31 \lg 175} = \frac{105}{1 + 3,3 \cdot 2,43} = \frac{105}{8,4} = 12 \text{ мин},$$

где N – объем выборки.

Для рассматриваемого примера $N = 175$ (табл. 4.1).

Принимаем решение: ширину интервала считать равной 10 мин. Тогда гистограмма будет иметь 12 интервалов.

Значение времени для диагностирования неисправностей автомобилей на СТО, мин

№ строки	Номер интервала (№)											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1. Границы интервалов	0 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90	90 100	100 110	110 120
2. Середины интервалов	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115
3. Опытные числа попаданий в интервалы m	49	27	32	20	15	8	8	4	5	2	3	2
4. Опытные частоты попаданий в интервалы	0,280	0,155	0,183	0,114	0,086	0,046	0,046	0,023	0,028	0,011	0,017	0,011
5. Теоретические числа попаданий в интервалы m^*	50	36	25	18	10	9	7	5	3	2	2	1
6. Слагаемые критерия Пирсона	0,02	2,25	1,96	0,22	0,30	0,11	0,14	0,20	1,33	0,00	0,50	1,00
7. Теоретические вероятности попадания в интервалы p_i	0,285	0,205	0,142	0,102	0,074	0,051	0,040	0,028	0,017	0,011	0,011	0,005
8. Теоретическая функция распределения	0,285	0,490	0,632	0,734	0,808	0,859	0,899	0,927	0,944	0,958	0,966	0,970

Примечания. 1. Ширина интервала гистограммы $\Delta t = 10$ мин.

2. Строки 4 и 8 используются, если проверка гипотезы о принадлежности опытных данных к показательному закону производится с помощью критерия Колмогорова.

Приближенное количество интервалов группирования может определяться также по формуле

$$C = 1,15 \left[0,42(n-1)^2 \right]^{0,27}. \quad (4.7)$$

Вычисляем статистические поинтервальные частоты попадания случайной величины в интервалы (строка 4 табл. 4.1), на основании которых можно построить многоугольник, представляющий собой экспериментальную кривую показательного распределения (рис. 4.3).

Вычисляем статистическое математическое ожидание времени диагностирования:

$$M[t] = \sum_{i=1}^{12} t_i \frac{m_i}{N} = \frac{5 \cdot 49 + 15 \cdot 27 + \dots + 115 \cdot 2}{175} = 29,97 \text{ мин},$$

где m_i – опытные (экспериментальные) числа попаданий случайной величины в интервалы.

Находим интенсивность (плотность) выполнения операций диагностирования (обнаружения отказа, неисправности) по формуле

$$\omega = \frac{1}{M[t]} = \frac{1}{29,97} = 0,0335 \frac{\text{обнар.}}{\text{мин}} \approx 2 \frac{\text{обнар.}}{\text{ч}}.$$

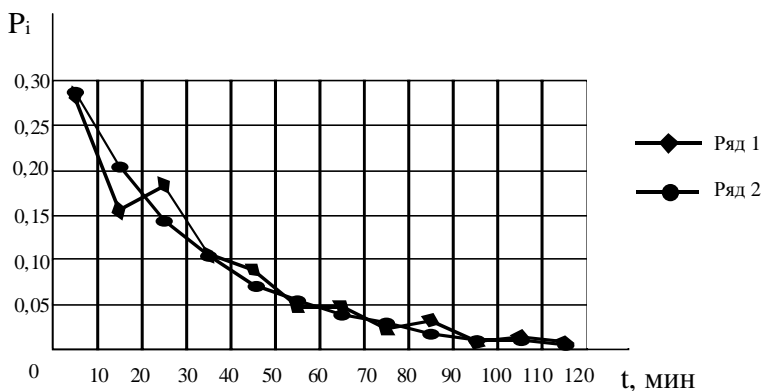


Рис. 4.3. Экспериментальная (ряд 1) и теоретическая (ряд 2) кривые показательного распределения

Вычисляем статистическую дисперсию

$$D[t] = \sum_{i=1}^n t_i^2 \frac{m_i}{n} - (M[t])^2 = \frac{5^2 \cdot 49 + 15^2 \cdot 27 + \dots + 115^2 \cdot 2}{175} - (29,97)^2 = 680,99 \text{ мин}^2$$

и среднее квадратическое отклонение

$$\sigma(t) = \sqrt{D(t)} = \sqrt{680,99} = 26,095 \text{ мин.}$$

Как видим, статистическое математическое ожидание (29,97 мин) приближенно равно среднему квадратическому отклонению (26,095). Это является показателем того, что опытные данные могут описываться показательным законом.

Выдвигаем гипотезу о том, что время диагностирования распределено по показательному закону:

$$f(t) = \varpi e^{-\omega t}. \quad (4.8)$$

Применим точный способ проверки принадлежности опытных данных к показательному закону. Для этого вычисляем теоретические числа попадания случайной величины в интервалы.

$$p_i = \frac{m_i^*}{N}, \quad (4.9)$$

где p_i – вероятность попадания случайной величины в i -й интервал;

m_i^* – теоретическое число попаданий случайной величины в i -й интервал.

Следовательно:

$$m_i = p_i N. \quad (4.10)$$

При этом для вычисления вероятности попадания в интервалы могут применяться два способа: точный и приближенный.

Согласно точному способу, вероятность попадания в интервалы определяется по формуле

$$p(a_i < t < b_i) = \int_{a_i}^{b_i} \omega e^{-\omega t} dt. \quad (4.11)$$

Согласно приближенному способу, вероятность попадания в интервалы определяется по формуле

$$p(a_i < t < b_i) \approx \frac{m_i}{n} = f(t) \Delta t = \omega e^{-\omega t} \Delta t. \quad (4.12)$$

Следовательно:

$$m_i = n \omega e^{-\omega t} \Delta t. \quad (4.13)$$

Применим для рассматриваемой задачи приближенный способ. Логарифмируя выражение (4.13), получаем

$$\lg m_i^* = \lg N + \lg \omega - \omega t \lg e + \lg \Delta t. \quad (4.14)$$

Произведем замену переменных $\lg m_i = y_i$; $t_i = x_i$; $a = -\omega \lg e$; $b = \lg N + \lg \omega + \lg \Delta t$.

Тогда выражение (4.14) можно представить в виде уравнения прямой линии:

$$y = ax + b. \quad (4.15)$$

Для рассматриваемого примера получаем

$$\begin{aligned} b &= \lg 175 + \lg 0,0335 + \lg 10 = 1,768; \\ a &= -\omega \lg e = -0,0335 \cdot 0,433 = -0,0145. \end{aligned}$$

Для середины первого интервала имеем

$$\lg m_1^* = -0,0145 \cdot 5 + 1,768 = 1,694.$$

Потенцируя, получаем $m_1^* = 50$.

Аналогично для середины второго интервала

$$\lg m_2 = -0,0335 \cdot 0,433 \cdot 15 + 1,768 = 1,55.$$

Потенцируя, получаем $m_2^* = 36$.

Аналогичными вычислениями получаем теоретические числа попадания случайной величины в интервалы: $m_3^* = 25$; $m_4^* = 13$; $m_5^* = 9$ и т.д. (строка 5 табл. 4.1).

Находим значение χ^2 (хи-квадрат) и заполняем строку 6 табл. 4.1.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{12} \frac{(m_i^* - m_i)^2}{m_i^*} = \frac{(49-50)^2}{50} + \frac{(27-36)^2}{36} + \dots + \frac{(2-1)^2}{1} = 8.$$

Проверяем правдоподобность принятой гипотезы о принадлежности опытных данных к показательному закону по критериям Пирсона χ^2 и Романовского κ_P .

Расчет критерия Пирсона. Для рассматриваемого примера число степеней свободы равно

$$\kappa = c - s = 12 - 2 = 10,$$

уровень значимости $\alpha = 0,05$.

По таблице критерия Пирсона, при числе степеней свободы $\kappa = 10$, получаем

$$p(\chi^2; \kappa) = p(8; 10) = 0,625 > 0,05.$$

Следовательно, можно сделать вывод о том, что принадлежность опытных данных к показательному закону по критерию Пирсона не отвергается.

Расчет критерия Романовского.

$$\kappa_P = \frac{\chi^2 - c}{\sqrt{2 \cdot c}} = \frac{8 - 12}{\sqrt{2 \cdot 12}} = -0,82 < 3.$$

Таким образом, и по критерию Романовского гипотеза не отвергается.

Вычисляем теоретические вероятности попадания в интервалы по формуле (4.9). Для рассматриваемого примера получаем

$$p_1 = \frac{50}{175} = 0,285; \quad p_2 = \frac{36}{175} = 0,205 \text{ и т.д. (строка 7 табл. 4.1).}$$

На основе данных строки 7 можем нанести теоретическую кривую показательного закона распределения на многоугольник, построенный ранее по эмпирическим данным (рис. 4.3).

Суммируя данные строки 7, получаем значения теоретической функции распределения (строка 8 табл. 4.1), на основе которых можно построить кривую вероятности окончания диагностирования и кривую вероятности того, что к заданному времени диагностирование не будет закончено (рис. 4.4).

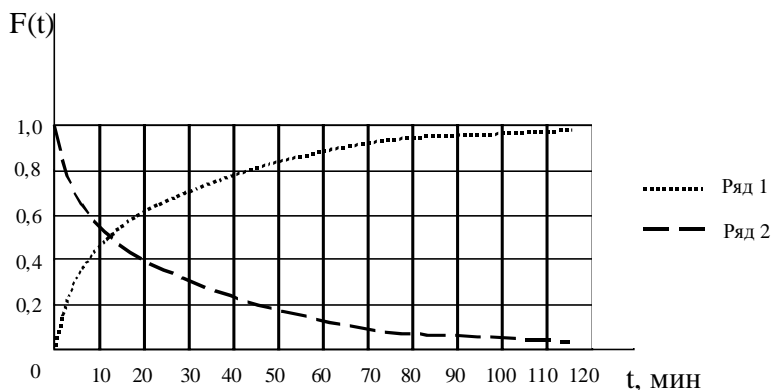


Рис. 4.4. Кривая вероятности окончания диагностирования (ряд 1) и кривая вероятности того, что к заданному времени диагностирование не будет закончено (ряд 2)

Таблица 4.2

Значения показательной функции $y = e^{-x}$

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
0,00	1,000	0,40	0,670	0,80	0,449	3,00	0,050
0,02	0,980	0,42	0,657	0,82	0,440	3,20	0,047
0,04	0,961	0,44	0,644	0,84	0,432	3,40	0,035
0,06	0,942	0,46	0,631	0,86	0,423	3,60	0,025
0,08	0,923	0,48	0,619	0,88	0,415	3,80	0,022
0,10	0,905	0,50	0,606	0,90	0,407	4,00	0,018
0,12	0,887	0,52	0,595	0,92	0,399	4,20	0,015
0,14	0,869	0,54	0,583	0,94	0,391	4,40	0,012
0,16	0,852	0,56	0,571	0,96	0,383	4,60	0,010
0,18	0,835	0,58	0,560	0,98	0,375	4,80	0,008
0,20	0,819	0,60	0,549	1,00	0,368	5,00	0,006
0,22	0,803	0,62	0,538	1,20	0,302	5,20	0,005
0,24	0,787	0,64	0,527	1,40	0,247	5,40	0,004
0,26	0,771	0,66	0,517	1,60	0,202	5,60	0,003
0,28	0,756	0,68	0,507	1,80	0,165	5,80	0,003
0,30	0,741	0,70	0,497	2,00	0,135	6,00	0,002
0,32	0,726	0,72	0,487	2,20	0,111	6,20	0,002
0,34	0,712	0,74	0,477	2,40	0,091	6,40	0,001
0,36	0,698	0,76	0,468	2,60	0,074	6,60	0,001
0,38	0,684	0,78	0,458	2,80	0,061	6,80	0,001

5. ПРИМЕНЕНИЕ ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН В ЗАДАЧАХ ПО ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ АВТОМОБИЛЕЙ

Гамма-распределение представляет собой композицию нескольких законов. Применяется для описания распределения времени между двумя последовательными событиями, операциями по обслуживанию; для определения надежности и безотказности автотранспортных средств и их узлов.

Плотность гамма-распределения имеет вид

$$f(x) = \frac{\omega^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \cdot \omega^{\alpha-1} \cdot e^{-\omega x}, \quad x \geq 0, \quad (5.1)$$

где $r(\alpha)$ – табличная гамма-функция Эйлера: $r(\alpha) = (\alpha - 1)!$;
 x – случайная величина (вместо x часто рассматривается время t);
 α – параметр, численно равный числу складываемых законов;
 ω – параметр, численно равный интенсивности числа появления события, например отказов.

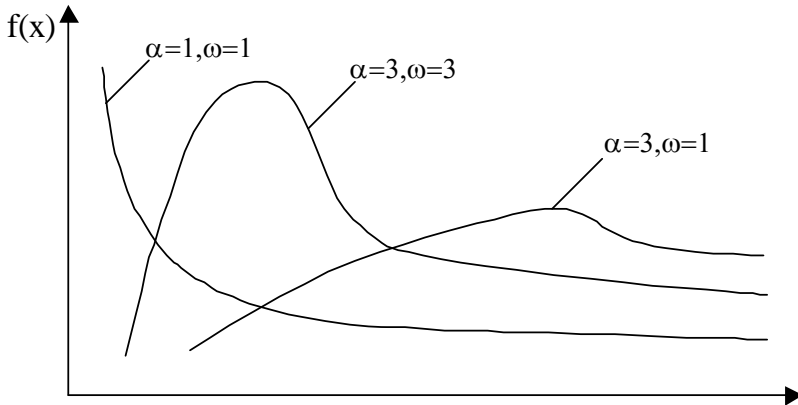


Рис. 5.1. Графики плотности гамма-распределения

Частными случаями гамма-распределения являются:
 распределение Эрланга, широко применяемое в теории массового обслуживания (ТМО), возникающее при α целом, положительном;
 экспоненциальное (показательное) распределение при $\alpha = 1$;
 распределение χ^2 (хи-квадрат) при $\omega = 0,5$ и α , кратном 2.

Числовые характеристики гамма-распределения:

$$M[x] = \int_0^{\infty} x \cdot \frac{\omega^\alpha}{r(\alpha)} \cdot \omega^{\alpha-1} \cdot e^{-\omega x} dx = \frac{\alpha}{\omega}, \quad (5.2)$$

$$D[x] = \int_0^{\infty} x^2 \cdot \frac{\omega^\alpha}{r(\alpha)} \cdot \omega^{\alpha-1} \cdot e^{-\omega x} dx - (M[x])^2 = \frac{\alpha}{\omega^2}. \quad (5.3)$$

Для вычисления плотности гамма-распределения имеется специальная таблица (табл. 5.1), в которой даны значения вспомогательной функции $\varphi(2\omega x)$, с помощью которой она легко определяется:

$$f(t) = 2\omega \cdot \varphi(2\omega t), \quad (5.4)$$

$$t = \frac{x}{2\omega}; \quad x = 2\omega t, \quad (5.5)$$

$$f(t) \rightarrow \alpha, \omega; \quad \varphi(2\omega t) \rightarrow \omega. \quad (5.6)$$

Таблица 5.1

Значения вспомогательной функции, применяемой для определения плотности гамма-распределения

$$\varphi(2\omega t) = \frac{x^{\alpha-1}}{(\alpha-1)! \cdot 2^\alpha} \cdot e^{-\frac{x}{2}}$$

$x = 2\omega t$	Значение параметра α					
	2	3	4	5	6	7
1	2	3	4	5	6	7
0,4	0,081	0,008	0,0000	0,000	0,0000	0,0000
0,8	0,134	0,026	0,0035	0,000	0,0000	0,0000
1,2	0,165	0,049	0,0098	0,001	0,0000	0,0000
1,6	0,180	0,071	0,0192	0,003	0,0000	0,0000
2,0	0,184	0,092	0,0307	0,007	0,0015	0,0000
2,4	0,181	0,108	0,0434	0,013	0,0031	0,0000
2,8	0,173	0,121	0,0564	0,019	0,0055	0,0000
3,2	0,162	0,129	0,0689	0,027	0,0088	0,0023
3,6	0,149	0,134	0,0803	0,036	0,0130	0,0039
4,0	0,135	0,235	0,0900	0,045	0,0180	0,0060
4,4	0,122	0,134	0,0983	0,054	0,0238	0,0087
4,8	0,109	0,131	0,104	0,063	0,0301	0,0120
5,2	0,096	0,126	0,109	0,070	0,0368	0,0159
5,6	0,085	0,119	0,111	0,077	0,0436	0,0203
6,0	0,074	0,112	0,112	0,084	0,0504	0,0252
6,4	0,065	0,104	0,111	0,089	0,0570	0,0304
6,8	0,056	0,096	0,109	0,092	0,0632	0,0357
7,2	0,049	0,88	0,106	0,095	0,0688	0,0413
7,6	0,042	0,080	0,102	0,097	0,0738	0,0467

1	2	3	4	5	6	7
8,0	0,036	0,073	0,097	0,078	0,0521	0,0298
8,4	0,013	0,066	0,092	0,097	0,0817	0,0572
8,8	0,027	0,059	0,087	0,095	0,0844	0,0610
9,2	0,023	0,053	0,081	0,093	0,0863	0,0661
9,6	0,019	0,047	0,075	0,091	0,0874	0,0699
10	0,016	0,042	0,070	0,087	0,0731	0,0552
12	0,007	0,022	0,044	0,066	0,0703	0,0450
14	0,003	0,011	0,026	0,045	0,0639	0,0350
16	0,001	0,005	0,013	0,028	0,0458	0,0310

Методика статистической проверки гипотезы о принадлежности опытных данных к гамма-распределению.

Рассмотрим методику статистической проверки гипотезы о принадлежности опытных данных к гамма-распределению на конкретном примере.

Пример. Исследуется закон распределения вероятностей пробега до отказа ручного тормоза автомобилей ГАЗ-24. Всего было зафиксировано $N = 76$ наблюдений. Размах длины пробега до отказа составил $x = 4...112$ тыс. км.

Требуется установить закон, которому следует возникнуть отказов ручного тормоза при уровне значимости $\alpha = 0,05$; проверить правдоподобность гипотезы о принадлежности опытных данных к гамма-распределению.

Решение. Применяя формулу Стеджера, принимаем решение группировать переменные в 9 интервалов при ширине интервала Δx , равной 12 тыс. км. Для удобства вычислений замасштабируем значения переменных умножением на 0,1. Тогда ширина интервала будет составлять $\Delta x = 1,2$.

Вычисляем статистические поинтервальные частоты попаданий (количество отказов ручного тормоза в интервале, строка 4 табл. 5.2), на основании которых строим опытный многоугольник.

Вычисляем математическое ожидание длины пробега автомобиля до выхода из строя ручного тормоза:

$$M^* [x] = \sum_{i=1}^n (x_{iCP} \cdot P_i^*) = 1 \cdot 0,079 + 2,2 \cdot 0,118 + \dots + 10,6 \cdot 0,052 = 5,13.$$

Вычисляем дисперсию

$$D^*[x] = \sum_{i=1}^n (x_{iCP}^2 \cdot P_i^*) - ((M^*[x])^2) = 1^2 \cdot 0,79 + (2,2)^2 \cdot 0,116 + \dots + (10,6)^2 \cdot 0,052 - (5,13)^2 = 6,8.$$

Находим несмещенную оценку для дисперсии и среднеквадратического отклонения:

$$\begin{aligned} \tilde{D}[x] &= \frac{u}{u-1} \cdot D^*[x] = \frac{9}{8} \cdot 6,8 = 7,659. \\ \tilde{\sigma}[x] &= \sqrt{7,659} = 2,767. \end{aligned}$$

Определяем параметры гамма-распределения α и ω . Для этого совместно решаются два уравнения

$$M^*[x] = \frac{\alpha}{\omega} = 5,13; \quad \tilde{D}^*[x] = \frac{\alpha}{\omega^2} = 7,659.$$

Откуда $\alpha = 3,4367$; $\omega = 0,6698$. Округляем и принимаем $\alpha = 3$, тогда $\omega = 0,5847$.

Находим по статистической таблице (табл. 5.1) значения вспомогательной функции $\varphi(2\omega t)$. Для каждого интервала определяем параметр для входа в статистическую таблицу (строка 5 табл. 5.2) $x = 2\omega t = 2 \cdot 0,5847$.

На основании табл. 5.1 выписываем поинтервальные значения вспомогательной функции при $\alpha = 3$ (строка 6 табл. 5.2). Для этого поинтервальные значения строки 6 умножаются на 2ω т.е. на 1,17.

$$f(t) = 2\omega \cdot \varphi(2\omega t).$$

Вычисляем вероятности попадания в интервалы (строка 8 табл. 5.2). Для этого значения строки 7 умножаются на Δx , т.е. на 1,2). На основании данных строки 8 на многоугольник наносится сглаживающая его кривая гамма-распределения.

Вычисляем теоретические числа попаданий случайной величины в интервалы

$$m_1^* = P_1 \cdot N = 0,068 \cdot 76 = 5,17;$$

$$m_2^* = P_2 \cdot N = 0,159 \cdot 76 = 12 \text{ и т.д.}$$

Вычисляем составляющие критерия Пирсона (строка 10 табл. 5.2):

$$\frac{(m_i^* - m_i)^2}{m_i^*} = \frac{(6 - 5,16)^2}{5,16} = 0,162 \text{ и т.д.,}$$

где m_i^* – опытное (экспериментальное) число попаданий случайной величины в i -й интервал (строка 3 табл. 5.2), при этом их сумма составляет

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \frac{(m_i^* - m_i)^2}{m_i^*} = 5,7.$$

Проверяем правдоподобность гипотезы о принадлежности данных к гамма-распределению по критерию Пирсона и по критерию Романовского.

Входим в статистическую таблицу и находим, что

$$P(\chi, k) = P(5,7; 9) = 0,423 > 0,05.$$

Следовательно, по критерию Пирсона гипотеза о принадлежности опытных данных к гамма-распределению не отвергается.

По критерию Романовского равно:

$$k_P = \frac{\chi^2 - c}{\sqrt{2 \cdot c}} = \frac{5,7 - 9}{\sqrt{2 \cdot 9}} = -0,78 < 3.$$

По критерию Романовского гипотеза не отвергается.

Таблица 5.2

Результаты расчета распределения вероятностей пробега до отказа ручного тормоза автомобилей ГАЗ-24, тыс. км

№ строки	Номер интервала								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Границы интервала								
	4 16	16 28	28 40	40 52	52 64	64 76	76 88	88 100	100 112
2	Средины интервалов								
	1,0	2,2	3,4	4,6	5,8	7,0	8,2	9,4	10,6
3	Числа попаданий в интервалы								
	6	9	15	11	12	7	9	3	4
4	Статистические частоты попадания в интервалы								
	0,079	0,118	0,197	0,145	0,158	0,092	0,118	0,040	0,052
5	Параметр для входа в таблицу								
	1,169	2,570	3,975	5,370	6,78	8,18	9,58	11,0	12,4
6	Значения вспомогательной функции								
	0,050	0,114	0,135	0,120	0,090	0,070	0,047	0,632	0,022
7	Поинтервальная плотность вероятности								
	0,058	0,133	0,158	0,140	0,115	0,084	0,055	0,038	0,030
8	Вероятности попадания в интервалы								
	0,069	0,159	0,162	0,168	0,139	0,100	0,066	0,045	0,036
9	Теоретические числа попадания в интервалы								
	5,17	12,0	12,3	12,76	10,56	7,6	5,0	3,42	2,7
10	Слагаемые критерия Пирсона								
	0,162	0,750	0,363	0,08	0,217	0,047	3,43	0,05	0,62

Литература

1. К у ч у р С. С. Разработка и использование вероятностных математических моделей в задачах технической эксплуатации автомобилей: Учеб. пособие. – Мн.: БГПА, 1997. – 88 с.
2. К у ч у р С. С. Методические указания по выполнению курсовой работы по дисциплине «Научные исследования и моделирование процессов обслуживания и ремонта автомобилей». – Мн.: БГПА, 1999. – 14 с.
3. Основы научных исследований: Учеб. для техн. вузов / В.И.Крутов, Н.М.Грушко, В.В.Попов и др. – М.: Высш. школа, 1988. – 400 с.
4. З а в а д с к и й Ю. В. Статистическая обработка эксперимента в задачах автомобильного транспорта. – М.: МАДИ, 1982. – 136 с.
5. Техническая эксплуатация автомобилей / Под ред. В.С.Кузнецова. – М.: Транспорт, 1991. – 413 с.
6. Я р о ш е в и ч В. К., А н д р у х о в и ч В. В. Лабораторные работы по курсу «Ремонт автомобилей». В 6 ч. – Мн.: БГПА, 1993. – 30 с. – Ч. 6: Основы научных исследований.

Содержание

1. РАСЧЕТ РЕСУРСА ДЕТАЛЕЙ МЕТОДОМ МИКРОМЕТРИРОВАНИЯ.	3
2. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА УЗЛОВ И АГРЕГАТОВ АВТОМОБИЛЯ ПО КРИТЕРИЮ ТЕХНИКО- ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ.	16
3. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ЭФФЕКТИВНОСТИ НА ОСНОВАНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА.	31
4. ПРИМЕНЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.	45
5. ПРИМЕНЕНИЕ ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН В ЗАДАЧАХ ПО ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ АВТОМОБИЛЕЙ.	54
Л и т е р а т у р а.	61

Учебное издание

КУЧУР Сергей Сергеевич
САМКО Галина Александровна
ФЛЕРКО Иван Михайлович

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭФФЕКТИВНОСТИ
ТЕХНИЧЕСКОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ АВТОМОБИЛЕЙ

Учебно-методическое пособие
по дисциплине «Научные исследования и решение
инженерных задач» для студентов специальности Т.04.02 –
«Эксплуатация транспортных средств»

Редактор И.Ф.Антаневич
Компьютерная верстка Н.А.Школьниковой

Подписано в печать .2001.

Формат 60x84 1/16. Бумага типографская № 2.

Печать офсетная. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 3,7. Уч.-изд. л. 2,9. Тираж 130. Заказ 588.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусская государственная политехническая академия.

Лицензия ЛВ №155 от 30.01.98. 220027, Минск, проспект Ф.Скорины, 65.