

Решение системы (12) производится методом последовательных приближений. При первом расчетном шаге коэффициенты системы (12) вычисляются в предположении, что

$$C_{yi} = 0, \quad C_{xi} = 0, \quad K_{xi} = K_{xoi} \quad \text{и} \quad K_{yi} = K_{yoi},$$

где
$$K_{xoi} = \frac{\partial f_x(0)}{\partial \delta_i}; \quad K_{yoi} = \frac{\partial f_y(0)}{\partial \psi_i}$$

Затем решая систему, находим в первом приближении R и X и далее из уравнений (1), (2), (7), (11) и (6) соответственно величины ψ_i, ψ_a, S_i, P_i и δ_i , рассчитываем корректирующие коэффициенты ξ_i по формуле (8) и новые значения коэффициентов K_{xi}, C_{xi}, K_{yi} и C_{yi} . Вновь вычисляем коэффициенты системы (12) и следующие приближенные значения $R, X, \psi_i, \psi_a, S_i, P_i$ и δ_i . Если найденное значение R отличается от предыдущего на величину больше заданной, то выполняется следующий расчетный шаг и так далее до достижения заданной точности.

УДК 629.114

Ю.Е.Атаманов, В.А.Ким, Г.А.Таяновский

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ТРАКТОРНОГО АГРЕГАТА

Для механических систем с неголономными связями, какими являются колесные тракторы с упругими шинами, однозначно определить их положение на плоскости путем интегрирования только динамических уравнений невозможно. Поэтому на механическую систему накладываются дополнительные кинематические условия – отсутствие бокового скольжения осей трактора в направлениях, нормальных векторам действительных скоростей.

Движение плоской модели трактора (рис. 1) описывается следующей системой уравнений [1] :

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x}_C = & (P_{K1} - P_{f1}) [\cos(\alpha + \beta) + \psi_1 \sin(\alpha + \beta)] + \\
 & + (P_{K2} - P_{f2})(\cos\beta - \psi_2 \sin\beta) - P_{Kp} \cos(\gamma + \beta) - \\
 & - k_{y1} \psi_1 [\sin(\alpha + \beta) - \psi_1 \cos(\alpha + \beta)] - \\
 & - k_{y2} \psi_2 (\sin\beta + \psi_2 \cos\beta);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m\ddot{y}_C = & (P_{K1} - P_{f1}) [\sin(\alpha + \beta) - \psi_1 \cos(\alpha + \beta)] + \\
 & + (P_{K2} - P_{f2})(\sin\beta + \psi_2 \cos\beta) - P_{Kp} \sin(\gamma + \beta) + \\
 & + k_{y1} \psi_1 [\cos(\alpha + \beta) + \psi_1 \sin(\alpha + \beta)] + \\
 & + k_{y2} \psi_2 (\cos\beta - \psi_2 \sin\beta);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I\ddot{\beta} = & a(P_{K1} - P_{f1})(\sin\alpha - \psi_1 \cos\beta) - b(P_{K2} - \\
 & - P_{f2})\psi_2 - P_{Kp}(l_{kp} + b)\sin\gamma - ak_{y1}\psi_1(\cos\alpha + \\
 & + \psi_1 \sin\alpha) - bk_{y2}\psi_2 - \Sigma M_C.
 \end{aligned}$$

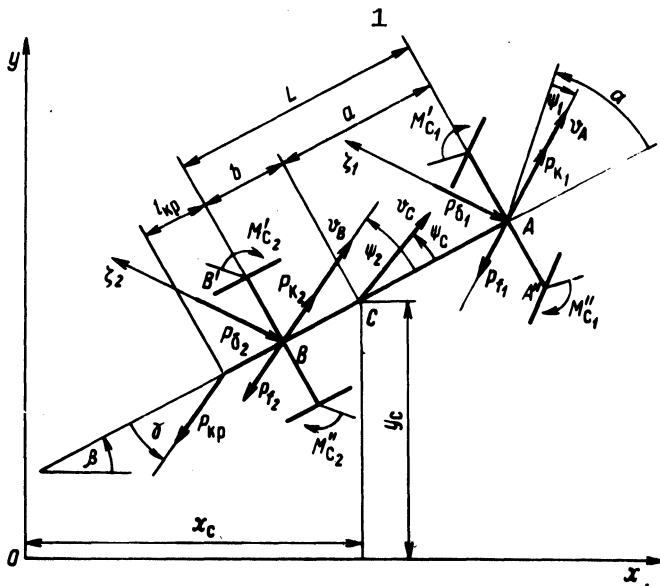


Рис. 1. Расчетная схема криволинейного движения трактора.

Для получения уравнений кинематических связей напомним выражения для скоростей точек А и В (рис.1) в проекциях на оси координат. Затем, спроектировав скорость точки А на направление ξ_1 , а скорость точки В - на ξ_2 и приняв $\sin \psi = \psi$, $\cos \psi = 1$, после преобразований получим уравнения кинематических связей

$$\begin{aligned} \dot{x}_C [\sin(\alpha + \beta) - \psi_1 \cos(\alpha + \beta)] - \dot{y}_C [\cos(\alpha + \beta) + \psi_1 \sin(\alpha + \beta)] - \\ - a \dot{\beta} [\cos \alpha + \psi_1 \sin \alpha] = 0; \\ \dot{x}_C [\sin \beta + \psi_2 \cos \beta] - \dot{y}_C [\cos \beta - \psi_2 \sin \beta] + \\ + b \dot{\beta} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Далее рассмотрим реакции и моменты, входящие в систему уравнений (1). Силы сопротивления качению колес определяются выражением $P_{fi} = f G_{ki}$, где f - коэффициент сопротивления качению; G_{ki} - вес, приходящийся на колесо. Значения моментов сопротивления повороту колес трактора, возникающих в результате криволинейного качения, изучены недостаточно. Для их определения воспользуемся выражением [2]

$$M_c = \mu \chi l G_{ki}, \quad (3)$$

где μ - коэффициент сопротивления повороту, зависящий от кривизны траектории колеса К (при $K = \infty$, т.е. при повороте на месте, для дорог с твердым покрытием. $\mu_{\max} = \psi_{\max}$, для $K = 5 \text{ м}^{-1}$ μ отличается от μ_{\max} меньше чем на 5%, для $K = (0 \dots 5) \text{ м}^{-1}$ может быть принята линейная зависимость μ от кривизны); $\chi = 0,25 \dots 0,33$ - коэффициент, учитывающий форму пятна контакта; l - длина контакта.

Для определения касательных сил тяги ведущих осей P_{k1} и P_{k2} рассмотрим динамическую систему тракторного агрегата (рис. 2), все элементы которой приведены к коленвалу двигателя. На рисунке обозначены: I_1 - момент инерции двигателя и ведущих частей муфты сцепления; I_2 - момент инер-

ции ведомых частей муфты сцепления; I_3 - момент инерции деталей трансмиссии; I_4 - момент инерции передних ведущих колес с приводом; I_5 - момент инерции задних ведущих колес с их приводом; I_6 - момент инерции, соответствующий поступательно движущейся массе агрегата; e_{23} - податливость трансмиссии; e_{34} - податливость привода к передним колесам; e_{35} - податливость привода к задним колесам; $e_{ш1}$ - податливость шин передних колес; $e_{ш2}$ - податливость шин задних колес; Φ_0 - муфта сцепления; Φ_1 и Φ_2 - фрикционы, имитирующие буксование передних и задних колес трактора.

Движение масс этой динамической системы описывается следующей системой уравнений:

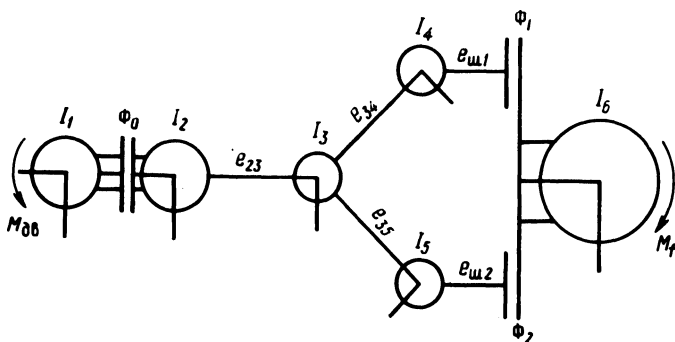


Рис. 2. Динамическая система тракторного агрегата.

при $\omega_1 > \omega_2$

при $\omega_1 = \omega_2$

$$I_1 \dot{\omega}_1 = M_{дв} - M_{\Phi 0}$$

$$(I_1 + I_2) \dot{\omega}_1 = M_{дв} - M_{23};$$

$$I_2 \dot{\omega}_2 = M_{\Phi 0} - M_{23};$$

$$e_{i,i+1} \dot{M}_{i,i+1} = \omega_i - \omega_{i+1};$$

$$I_i \dot{\omega}_i = M_{i-1,i} - M_{i,i+1};$$

$$I_6 \dot{\omega}_6 = M_{ш1} + M_{ш2} - M_f;$$

$$i = 2, 3, 4, 5$$

(4)

Чтобы этой системой уравнений можно было пользоваться и при криволинейном движении, рассмотрим последнее уравнение системы (4). Оно описывает движение агрегата в направлении скорости центра масс v_c (рис. 1). Спроектировав все силы на это направление и учитывая, что $\cos \psi_c = 1$, получим

$$m \dot{v}_c = (P_{k1} - P_{f1})(\cos \alpha + \psi_1 \sin \alpha) + (P_{k2} - P_{f2}) + \\ + P_{\sigma 1}(\sin \alpha + \psi_1 \cos \alpha) + P_{\sigma 2} \psi_2 - P_{кр} \cos \gamma .$$

Умножив левую и правую части этого выражения на радиус качения колес и разделив обе части на передаточное число трансмиссии, получим последнее уравнение системы (4) с учетом движения трактора на повороте

$$I_6 \dot{\omega}_6 = M_{ш1}(\cos \alpha + \psi_1 \sin \alpha) + M_{ш2} - \\ - \left\{ \frac{k}{i} \left[P_{f1}(\cos \alpha + \psi_1 \sin \alpha + P_{f2} + P_{кр} \cos \gamma - \right. \right. \\ \left. \left. - P_{\sigma 1}(\sin \alpha + \psi_1 \cos \alpha) - P_{\sigma 2} \psi_2 \right] \right\} \quad (5)$$

Выражение в фигурных скобках - момент сопротивления повороту при криволинейном движении. Касательную силу тяги ведущих осей найдем по выражению

$$P_{ki} = M_{ши} / r_{ki}^o , \quad (6)$$

Угловая скорость, соответствующая поступательной скорости центра масс агрегата, связана с угловыми скоростями ведущих колес ω_4 и ω_5 зависимостью

$$\omega_6 = \omega_i (1 - \delta_i) . \quad (7)$$

Перестроив кривые буксования (момент на ведущем колесе в функции буксования), аппроксимируем их выражением

$$\delta_i = e^{-k(M_{\max} - M)} \quad (8)$$

где $k = 5 / r_{ki}^0 G_{ki}$; r_{ki}^0 - радиус качения колеса в ведомом режиме на твердой опорной поверхности; φ - коэффициент сцепления; M_{max} - максимальный крутящий момент на колесе по сцеплению; M - текущее значение крутящего момента.

При численном интегрировании систем (1), (2) и (4) с учетом выражений (3), (5), (6), (7) и (8) определим все неизвестные, характеризующие криволинейное движение тракторного агрегата. Коридор его движения определяется траекториями двух крайних точек A'' и B' (рис. 1). Коридор движения определяет устойчивость и управляемость агрегата. Координаты крайних точек связаны с координатами центра масс агрегата и углом поворота остова трактора соотношениями

$$x_{A''} = x_c + (a \cos \beta + 0,5B_1 \sin \beta); \quad y_{A''} = y_c - (0,5B_1 \cos \beta - a \sin \beta);$$

$$x_{B'} = x_c - (b \cos \beta + 0,5B_2 \sin \beta); \quad y_{B'} = y_c + (0,5B_2 \cos \beta - b \sin \beta).$$

Радиусы кривизны, описываемые крайними точками, определяются выражением:

$$R_{A''} = \frac{(\dot{x}_{A''}^2 + \dot{y}_{A''}^2) \sqrt{\dot{x}_{A''}^2 + \dot{y}_{A''}^2}}{\ddot{y}_{A''} \dot{x}_{A''} + \ddot{x}_{A''} \dot{y}_{A''}};$$

$$R_{B'} = \frac{(\dot{x}_{B'}^2 + \dot{y}_{B'}^2) \sqrt{\dot{x}_{B'}^2 + \dot{y}_{B'}^2}}{\ddot{y}_{B'} \dot{x}_{B'} + \ddot{x}_{B'} \dot{y}_{B'}}.$$

Таким образом, полученные системы уравнений позволяют исследовать параметры криволинейного движения тракторного агрегата с учетом характеристик двигателя, трансмиссии, шин, а также процессы разгона, торможения агрегата и нагруженность трансмиссии трактора как при прямолинейном, так и при криволинейном движении.

Л и т е р а т у р а

1. Ким В.А. Уравнения движения тракторного поезда для исследования устойчивости его движения по траектории. - В сб.: Автотракторостроение. - Минск, 1975, вып. 7. 2. Литвинов А.С. Управляемость и устойчивость автомобиля. - М., 1971.

УДК 629.114.2.017

Н.В.Богдан, Г.П.Грибко, А.М.Расолько

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СООТНОШЕНИЯ МАСС ЗВЕНЬЕВ ТРАКТОРНОГО ПОЕЗДА НА КАЧЕСТВО ТОРМОЖЕНИЯ

Торможение колесных тракторов класса 9 . . . 14 кН прицепами, вес которых достигает до 120 кН, сопровождается взаимодействием звеньев поезда, вследствие чего в тягово-сцепных устройствах возникают знакопеременные силы. Взаимодействие звеньев тракторного поезда происходит по ряду причин, основные из которых: асинхронное торможение трактора и прицепов; отсутствие тормозных механизмов на передней оси трактора.

Результаты исследований показывают [1], что колебания усилий в тягово-сцепных устройствах наблюдаются только в начальный период торможения, а затем затухают и движение звеньев тракторного поезда приближается к стационарному. В этом случае усилия в тягово-сцепных устройствах трактора F_T и прицепов F_n равны

$$F_T = \frac{m_1 m_2 (\ddot{x}_2 - \ddot{x}_1) + m_1 m_3 (\ddot{x}_3 - \ddot{x}_1)}{m_1 + m_2 + m_3}; \quad (1)$$

$$F_n = \frac{m_1 m_3 (\ddot{x}_3 - \ddot{x}_1) + m_2 m_3 (\ddot{x}_3 - \ddot{x}_2)}{m_1 + m_2 + m_3},$$

где m_1, m_2, m_3 - приведенные массы трактора, первого и второго прицепов; \ddot{x}_1, \ddot{x}_2 и \ddot{x}_3 - парциальные замедления трактора, первого и второго прицепов.

Если трактор агрегатируется с прицепами, имеющими одинаковые конструктивные и весовые параметры, то при установившемся режиме торможения справедливы равенства $\ddot{x}_2 =$