

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕЩИНОПОДОБНОГО ПОВРЕЖДЕНИЯ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

асп. Шемет Л.А., к.ф.-м.н. Щербаков С.С.

*Белорусский государственный университет, Минск*

**Введение.** Большинство методов оценки характеристик трещиностойкости основаны на оценке  $J$ -интеграла или коэффициента интенсивности напряжений. Данные параметры позволяют оценить состояние в наиболее опасной точке – вершине трещины. Однако, для того чтобы определить, например, приращение трещины за цикл нагружения, необходимо иметь кинетическую диаграмму усталостного разрушения. Также эти методы сложно применить для учета не только приращения длины трещины, но и повреждения ее берегов.

Нами рассматривалась модель развития трещиноподобного повреждения с использованием модели деформированного твердого тела с опасным объемом. Суть предлагаемого подхода заключается в том, что на каждом шаге нагружения приращение повреждения происходит за счет удаления опасного объема, что позволяет определять величину приращения и строить кинетическую диаграмму усталостного разрушения.

**Опасный объем.** В рамках данной модели опасные объемы представляют собой трехмерные области, где напряжения достигают повреждающего уровня, например, нижней границы рассеивания предела выносливости.

Сложное напряженное состояние в окрестности трещиноподобного дефекта может быть описано эквивалентными напряжениями в соответствии с четырьмя основными теориями прочности:

$$\sigma_I = \sigma_1 \leq \sigma_I^{\text{lim}}; \quad (1)$$

$$\sigma_{II} = \varepsilon_1 E \leq \sigma_{II}^{\text{lim}}; \quad (2)$$

$$\sigma_{III} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_{III}^{\text{lim}}; \quad (3)$$

$$\sigma_{IV} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \leq \sigma_{IV}^{\text{lim}}, \quad (4)$$

Для описания изменения величины действующих напряжений по сравнению с величиной предельных был введен показатель повреждаемости следующего вида [1,2]:

$$\psi_q = \left| \sigma_q / \sigma_q^{\text{lim}} \right|, \quad q = I, II, III, IV. \quad (5)$$

Тогда условия для ограничения опасных объемов с учетом формул (1) – (5) будут иметь вид [1,2]:

$$V_q = \{dV / \Psi_q, dV \subset V_k\}, \quad (6)$$

где  $V_k$  – рабочий объем нагруженного тела.

Предельное значение эквивалентных напряжений для материала исследуемой модели было выбрано равным  $\sigma_q^{\text{lim}} = 600$  МПа. Для расчета были приняты следующие размеры плоского образца, представленного на рисунке 1:  $B=0,05$  м,  $H_1=0,06$  м,  $L=0,04$  м,  $R_1=0,00625$  м,  $Q = 20000$  Н, где  $h_0$ ,  $B$  – размеры образца,  $l$  – длина трещины, отсчитываемая от линии действия нагрузки  $Q$  (см. рисунок 1), модуль упругости  $E=2 \cdot 10^{11}$  Па и коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ .

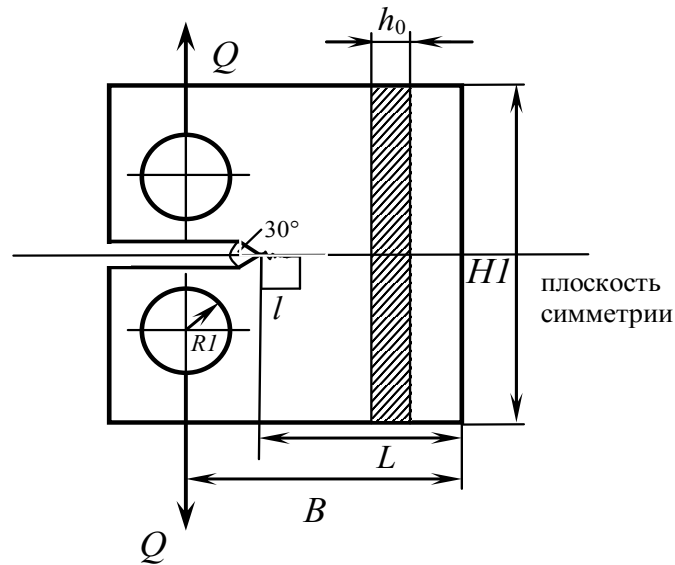


Рисунок 1 – Расчетная схема для образца с трещиной

Для рассматриваемого образца коэффициент интенсивности напряжений вычисляется с учетом поправочной функции  $Y_I$ , которая учитывает схему нагружения и геометрию трещины [3]:

$$K_I = \frac{Q}{h_0 \sqrt{B}} Y_I(l/B), \quad (7)$$

где

$$Y_I(l/B) = \sqrt{\frac{l/B}{(l-B)^3}} (9.172 - 13.829(l/B) + 11.822(l/B)^2 - 3.056(l/B)^3). \quad (8)$$

Для реализации расчета опасных объемов была создана программа с помощью встроенного в ANSYS языка APDL. Принцип работы программы заключается в том, что после проведения расчета для  $i$ -го конечного элемента имеются значения средних напряжений и деформаций. Эти значения переносятся в массив, который используется в дальнейших вычислениях значений повреждаемости, как отношений действующих и предельных напряжений в соответствии с (5):

$$\Psi_q^i = \sigma_q^i / \sigma_q^{\text{lim}}. \quad (9)$$

Величины объемов элементов, для которых выполняется условие

$$\Psi_q^i \geq 1, \quad (10)$$

суммируются для получения значения опасного объема  $V$  для всей расчетной модели. Результатом работы программы является массив конечных элементов, составляющих опасный объем и его значение.

Развитие трещиноподобного повреждения моделируется удалением данного массива из конечно-элементной модели на текущем шаге по времени. На следующем шаге последовательный расчет напряженно-деформированного состояния, состояния повреждаемости и опасных объемов производится для модифицированной конечно-элементной модели (с увеличенной длиной повреждения).

В двумерной постановке, опасный объем  $V$  принимает вид опасной площади  $S$ .

Зависимости опасных площадей  $S$  и их приращений  $\Delta S$  от длины трещиноподобного повреждения для различных нагрузок представлены в работе [4]. Из рисунка 2, *а* видно, что при увеличении приращения длины повреждения (скорости его удлинения) приращение опасной площади (скорости ее увеличения) также растет. С ростом длины трещиноподобного повреждения увеличиваются как величина опасной площади, так и ее приращение на каждом шаге нагружения (см. рисунки 2, *б* и *в*). Графики имеют одинаковую форму для всех рассматриваемых эквивалентных напряжений  $\sigma_q$ . Рост  $S$ ,  $\Delta S$  в зависимости от  $l$ ,  $\Delta l$  наибольший для  $\sigma_{II}$ , а для  $\sigma_{III}$  наименьший. Наиболее близко друг к другу находятся зависимости для  $\sigma_I$  и  $\sigma_{IV}$ .

Из рисунка 3, *а* видно, что для всех  $\sigma_q$  величина коэффициента интенсивности напряжений увеличивается с ростом длины повреждения. Из рисунков 3, *б* и *в* видно, что при увеличении приращения длины повреждения увеличиваются как коэффициент интенсивности напряжений, так и его приращение на каждом шаге нагружения. При этом соответствующие графики накладываются друг на друга, т.е. величины  $K_I$ ,  $\Delta K_I$  зависят от  $l$ ,  $\Delta l$  и практически не зависят от типа эквивалентных напряжений.

Следует отметить, что представленная на рисунке 3, *в* зависимость коэффициента интенсивности напряжений от приращения длины трещины для рассматриваемых нагрузок в качественном отношении хорошо согласуется с кинетической диаграммой усталостного разрушения [3].

Из рисунков 4, *а* и *б*, видно, что для всех рассматриваемых  $\sigma_q$  значения коэффициента интенсивности напряжений  $K_I$  увеличиваются с ростом как опасной площади повреждения  $S$ , так и ее приращения  $\Delta S$ . Такой же с ростом  $\Delta S$  эффект наблюдается при увеличении  $\Delta K_I$  (см. рисунок 4, *в*). Графики имеют одинаковую форму для всех рассматриваемых эквивалентных напряжений  $\sigma_q$ . Рост  $K_I$ ,  $\Delta K_I$  в зависимости от  $S$ ,  $\Delta S$  наибольший для  $\sigma_{III}$ , а для  $\sigma_{II}$  наименьший. Ближе всего друг к другу находятся зависимости для  $\sigma_I$  и  $\sigma_{IV}$ .

**Заключение.** В работе представлены результаты компьютерного моделирования распространения трещиноподобного повреждения во времени для различных эквивалентных напряжений. Необходимые для этого расчеты повреждаемости осуществлялись с использованием модели деформируемого твердого тела с опасным объемом [1, 2].

На каждом шаге нагружения была вычислена длина повреждения, площадь повреждения и соответствующие коэффициенты интенсивности напряжений. Из полученных результатов видно, что как  $K_I$ ,  $\Delta K_I$  так и опасная поверхность  $S$  и ее приращение  $\Delta S$  растут с ростом трещиноподобного повреждения. При этом  $K_I$  и  $\Delta K_I$  слабо зависят от способа расчета эквивалентных напряжений в отличие от  $S$  и  $\Delta S$ . Рост  $S$  и  $\Delta S$  в зависимости от  $l$ ,  $\Delta l$  для  $\sigma_{II}$  наибольший и для  $\sigma_{III}$  наименьший, а ближе всего друг к другу находятся графики для  $\sigma_I$  и  $\sigma_{IV}$ .

Полученная зависимость коэффициента интенсивности напряжений  $K_I$  от приращения длины трещины  $\Delta l$  для рассматриваемой нагрузки в качественном отношении хорошо согласуется с кинетической диаграммой усталостного разрушения [3].

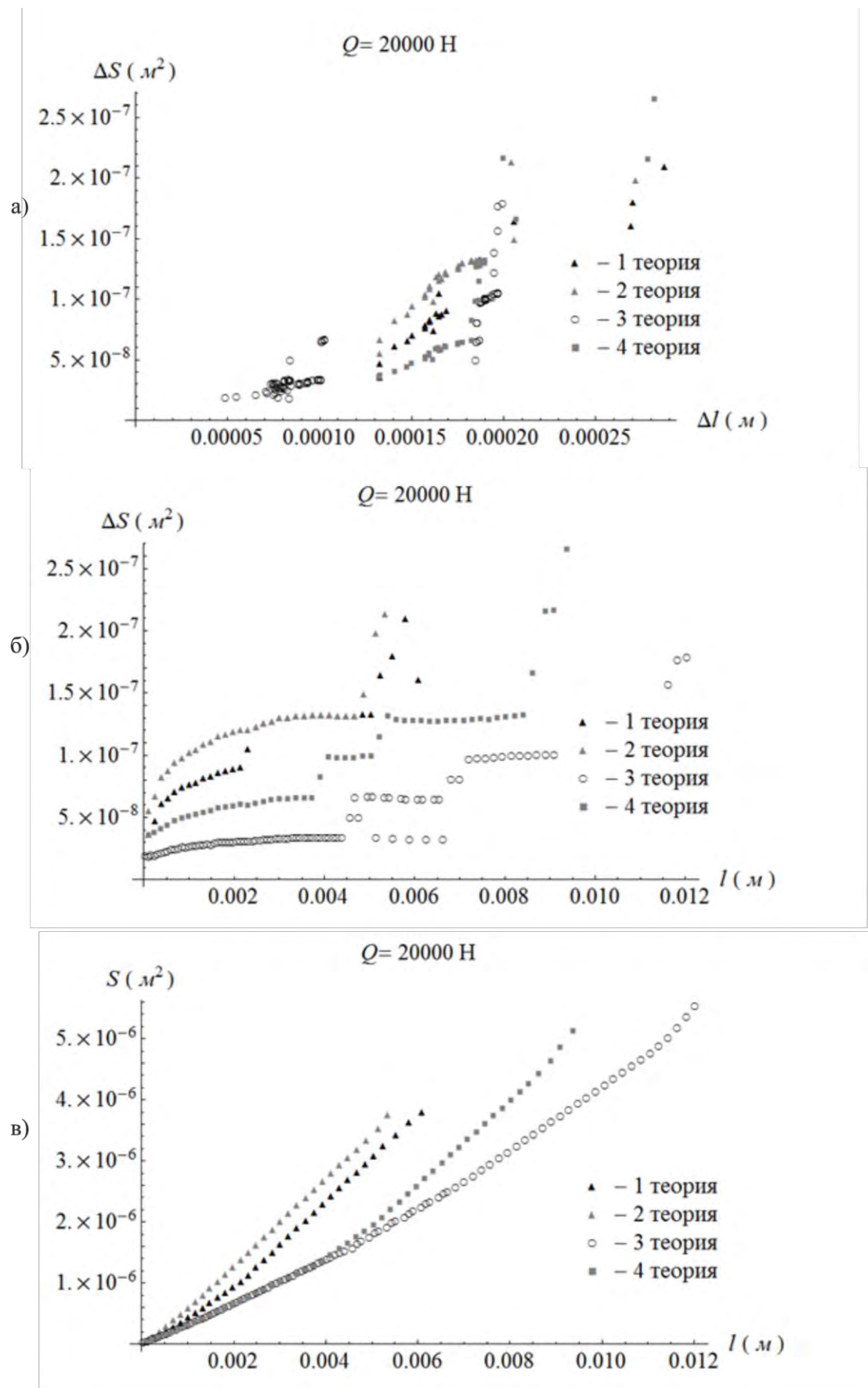


Рисунок 2 – Зависимости: а) приращения опасной площади от приращения длины трещиноподобного повреждения, б) приращения опасной площади от длины трещиноподобного повреждения, в) опасной площади от длины трещиноподобного повреждения

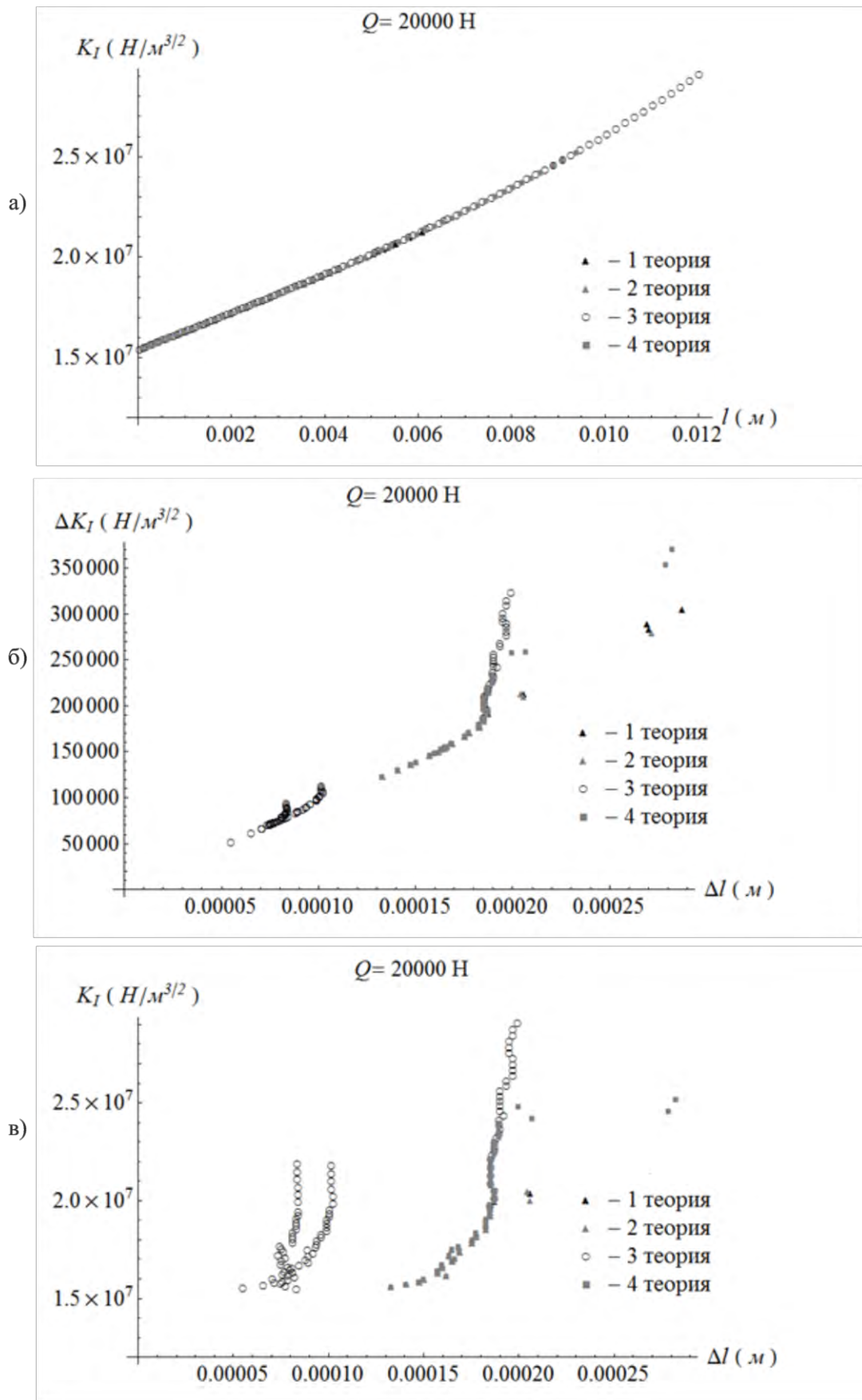


Рисунок 3 – Зависимости: а) коэффициента интенсивности напряжений от длины трещиноподобного повреждения, б) приращения коэффициента интенсивности напряжений от приращения длины трещиноподобного повреждения, в) коэффициента интенсивности напряжений от приращения длины трещиноподобного повреждения

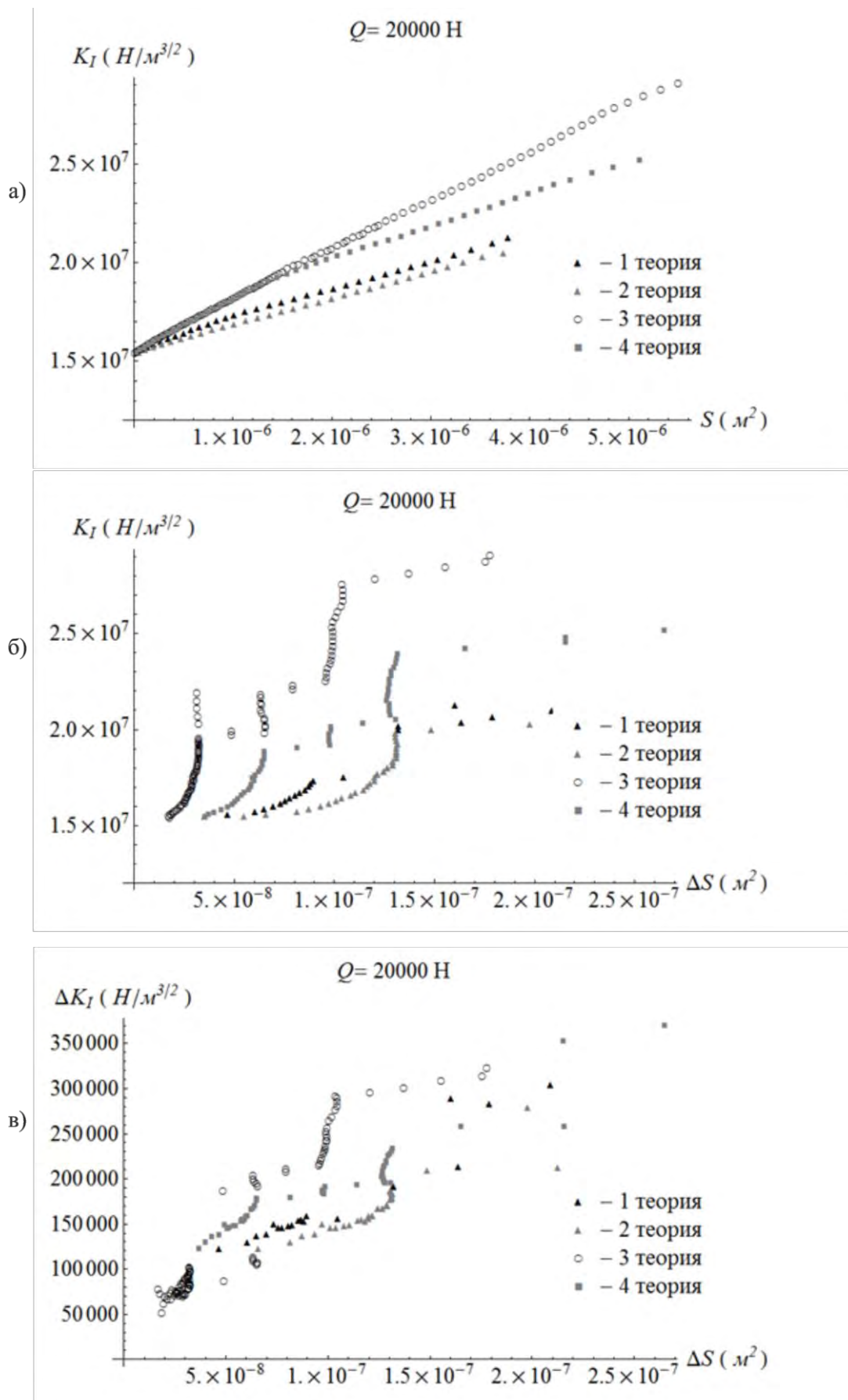


Рисунок 4 – Зависимости: а) коэффициента интенсивности напряжений от величины опасной площади, б) коэффициента интенсивности напряжений от приращения опасной площади, в) приращения коэффициента интенсивности напряжений от приращения опасной площади

## РЕЗЮМЕ

В работе представлены результаты компьютерного моделирования распространения трещиноподобного повреждения во времени для различных эквивалентных напряжений. Моделирование проводилось на основе модели деформированного твердого тела с опасным объемом путем удаления опасных площадей на каждом шаге нагружения. Представлены зависимости коэффициента интенсивности напряжений от длины трещиноподобного повреждения, величины опасной площади и их приращений для различных эквивалентных напряжений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Щербаков, С.С. Механика трибофатических систем / С.С. Щербаков, Л.А. Сосновский. – Минск: БГУ, 2011. – 407 с.
2. Щербаков, С.С. Моделирование повреждаемости методом конечных элементов при одновременном действии контактных и неконтактных нагрузок // С.С. Щербаков / Инженерно-физический журнал. –2012. Т. 85, –№ 4. –С 437–441.
3. Сосновский, Л.А. Трещиностойкость/ Л.А. Сосновский, А.В. Богданович. – Гомель: БелГУТ, 2011. – 366 с.
4. Щербаков, С.С. Развитие трещиноподобного повреждения и его характеристики / С.С. Щербаков, Л.А. Шемет// Теоретическая и прикладная механика: Международный научно-технический сборник. – Вып.29. –Минск: БНТУ, –2014. – С.179-183.

## SUMMARY

*Results of two-dimensional computer simulation of crack-like damage propagation in time for different equivalent stress is considered in the paper. The simulation was made basing on the model of deformable solid with a dangerous volume by deleting the dangerous surfaces at each step of loading. The dependencies of stress intensity factor on the length of crack-like damage, the value of dangerous surface and their increments are presented for different equivalent stress.*

**E-mail:** [shemetla@yandex.ru](mailto:shemetla@yandex.ru)  
[sherbakovss@mail.ru](mailto:sherbakovss@mail.ru)

Поступила в редакцию 03.11.2014