УДК 624.131+539.215

ОБ ОДНОЙ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА КОНСОЛИДАЦИИ НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТОВ

к.ф.-м.н. **Алтынбеков Ш.А.**
Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, Шымкент

Введение. Теория фильтрационной консолидации грунтов, начиная с 25-го года уходящего столетия, интенсивно развивается, охватывая все новые области исследований. Причем развитие идет фактически по всем направлениям, начиная с анализа физико-химических и механических свойств грунтов, кончая созданием универсальных различных физико-математических моделей, позволяющих с помощью мощных, современных, персональных компьютеров смоделировать прошлое, настоящее и будущее НДС изучаемого объекта.

При изучении осадки реальных грунтовых оснований различных военно-гражданских, промышленных и гидротехнических сооружений каждый раз пористая среда как объект математического моделирования вносит свой «исправления» в существующие математические модели. Эти модели отличающиеся друг от друга «исправлениями» соответствующие признаками определенного физико-химическое и механического свойства грунта, а также природного и техногенного условия района строительства создают базу моделей.

Исследователь, изучая новые строительные объекты, обращается к базе моделей в надежде, что найдется какая-либо подходящая математическая модель, описывающая изучаемую проблему. Если таковой, то приходиться либо корректировать или сконструировать новую математическую модель, наиболее близко описывающую процесс консолидации земляных масс. Поэтому разработка (конструирование) математических моделей, содержащих в себе ранее существующие, является актуальной задачей.

Постановка задачи. Найти непрерывное в области $(x,t)\in Ц_T = G\times(\tau_1,T)$ решение *H(x,t)* уравнения

$$\frac{\partial H}{\partial t} = C_{vn}(x,t,H)L(H) - C_{ln}(x,t,H)\times\left\{\int_{\tau_1}^{1} f(\tau,H)K_1(t,\tau,H)d\tau + f(t,H)K_2(t,t,H)\right\} + +C_{2n}(x,t,H), \qquad (1)$$

удовлетворяющее начальным условиям

$$H(x,\tau_1)(\theta_0^*|n\gamma + H_0^*)|\omega_0, \qquad (2)$$

и граничным условиям

$$\left.\begin{aligned} h_1^{(1)}\frac{\partial H}{\partial x_1} - h_1^{(2)}H|_{x_1=-l_1} &= \Psi_1(x_2,x_3,t)\\ h_1^{(3)}\frac{\partial H}{\partial x_1} + h_1^{(4)}H|_{x_1=+l_1} &= \Psi_2(x_2,x_3,t)\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} h_3^{(1)}\frac{\partial H}{\partial x_3} - h_3^{(2)}H|_{x_3=-l_3} &= \Psi_5(x_1,x_3,t)\\ h_3^{(3)}\frac{\partial H}{\partial x_3} - h_3^{(4)}H|_{x_3=l_3} &= \Psi_6(x_1,x_3,t)\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

где

$$L = \sum_{S=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_s}\left(К_{ФS}\frac{\partial}{\partial x_s}\right),$$

$$K_1(t,\tau,H) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial C(t,\tau,H)}{\partial \tau}\right),$$

$$K_2(t,t,H)=\left(\frac{\partial C(t,\tau,H)}{\partial \tau}\right)_{\tau=1},$$

$$\omega_0=1-(1+\varepsilon_0)\beta_1.(x,\varepsilon)\frac{\partial\varepsilon}{\partial\theta}\Big|\,t=\tau_1\,,$$

$$\beta_1(x,\varepsilon)=\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\cdot\frac{1-\eta^*+\mu_*\eta^*}{\gamma\left(H-x_n+\widehat{H_0}\right)} \tag{6}$$

Здесь уравнение состояния скелета неоднородных наследственно стареющих грунтов представлено в следующем виде

$$\varepsilon(t)=\varepsilon_0-\frac{1}{1-(n-1)\xi(x)}\left\{(\alpha_1+\alpha_2\,\eta_1(x))a_0\big(t,\theta(t)\big)\times\theta(t)\right.$$
$$\left.-\int_{\tau_1}^{t}\theta(\tau)K\big(t,\tau,x\,\theta\,(\tau)\big)d\tau\right\}, \tag{7}$$

$$K\big(t,\tau,x,\theta(\tau)\big)=$$
$$=\big(\alpha_1+\alpha_2\eta_1(x)\big)\frac{\partial a_0\big(\tau,\theta(\tau)\big)}{\partial\tau}+\big(\alpha_3+\alpha_4\eta_2(x)\big)\frac{f\big(\tau,\theta(\tau)\big)}{\theta(\tau)}$$
$$\cdot\frac{\partial C\big(t,\tau,\theta(\tau)\big)}{\partial\tau} \tag{8}$$

$$a_0\big(t,\theta(t)\big)=E_1/E_0(1-\beta_E e^{-\alpha_E t})+A_a/\left(B_a+C_a\theta(t)\right), E_0>0, E_1\geq 0,$$
$$B_a>0,\ A_a\geq 0, C_a\geq 0,$$

$$C\big(t,\tau,\theta(\tau)\big)=\frac{t^{\alpha_5-\alpha_6}C_0\big(t,\tau,\theta(\tau)\big)}{(t-\tau+\alpha_7)^{1-\alpha_6}}. \tag{9}$$

Причем функция $C_0\big(\,t,\tau,\theta(\tau)\big)$, входящая в (8) определяется одним из следующих соотношений:

$$C_0\big(t,\tau,\theta(\tau)\big)=\varphi\big(\tau,\theta(\tau)\big)\sum_{k=1}^{\infty}a_k\big(1-e^{-\gamma_k(1-\tau)}\big), \tag{10}$$

$$C_0\big(t,\tau,\theta(\tau)\big)=\Psi\left(\tau,\theta(\tau)\right)\big(1-e^{-\gamma_1(1-\tau)}\big)+\varphi\big(\tau,\theta(\tau)\big)$$
$$-\Psi\,(\tau,\theta(\tau)))\big(1-e^{-\gamma_2(1-\tau)}\big). \tag{11}$$

Старение среды математически описывается одним из следующих выражений:

$$\left.\begin{aligned}\Psi\left(\tau,\theta(\tau)\right)&=C_0+\frac{A_0}{\tau^k+D_0\theta(\tau)+B_0},\\ \Psi\left(\tau,\theta(\tau)\right)&=C_1+\frac{A_0}{\tau^k+D_1\theta(\tau)+B_1}\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned}\varphi\big(\tau,\theta(\tau)\big)&=C_0+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{A_k}{\tau^k+B_k\theta(\tau)},\\ \varphi\big(\tau,\theta(\tau)\big)&=C_0+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{A_k}{D^k+B_k\theta(\tau)}e^{-\gamma_k(1-\tau)}\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Функция $f(\tau,H)$, входящая в (1) представлена так:

$$f(\tau,H)=\beta_1(\tau)H(\tau)+\beta_2(\tau)H^m(\tau), m>0 \tag{14}$$

$$\beta_1(\tau)=\beta_{10}+\frac{\beta_{11}}{\tau^k+\beta_{12}},$$

$$\beta_2(\tau)=\beta_{20}+\frac{\beta_{21}}{\tau^k+\beta_{22}}, k>0$$

Смысл функций $H(x,t)$, $K_1(t,\tau,H)$, $K_2(t,t,H)$, $\theta_0^*(x), H_0^*(x)$, $\omega_0(x), \beta_v(x,\varepsilon)$, $\varepsilon(t)$, $K(t,\tau,x,\theta(\tau))$, $a_0(t,\theta(t))$, $C(t,\tau,\theta(\tau))$, $\varphi(\tau,\theta(\tau))$, $\Psi(\tau,\theta(\tau))$, $f(t,H)$, а также параметров пористой среды общепринятый.

Вид функций $C_{vm}(x,t,H), C_{vn}(x,t,H)$, $C_{2n}(x,t,H)$ в (1) обусловлен зависимостями (6), (7), … ,(14), приведенным в данной работе. При этом коэффициент фильтрации, характеризующий сопротивление пористой среды движущейся жидкости аппроксимирован одним из выражений (Флорин 1959,1961, Абелев 1983, Гольдин и др. 1987, Цитович и др. 1967):

$$K_{\Phi S}(\varepsilon(t)) = K_{\Phi S}^{(1)} - \frac{K_{\Phi S}^{(1)} - K_{\Phi S}^{(2)}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}(\varepsilon_1 - \varepsilon(t)),$$

$$K_{\Phi S}(\varepsilon(t)) = 4 \cdot 10^{-11} \exp\left(\frac{\varepsilon(t)}{0{,}17\varepsilon_\tau - 0{,}048}\right),$$

$$K_{\Phi S}(\varepsilon(t)) = K_{\Phi S_0}\left(\frac{\varepsilon(t) - \varepsilon_k}{\varepsilon_0 - \varepsilon_k}\right)^{n_s}, \qquad n_s \geq 1.$$

Функция ***Ψ***(x,t) представлена в виде

$$\Psi(x,t) = \alpha_1^{(1)}(l_1 - x_1)^{n_1}\Psi_1(x_2,x_3,t) +$$
$$+\alpha_2^{(1)}(l_1 + x_1)^{n_2}\Psi_2(x_2,x_3,t) + \alpha_1^{(1)}(l_2 - x_2)^{n_3}\Psi_3(x_1,x_3,t) +$$
$$+\alpha_2^{(2)}(l_2 + x_2)^{n_4}\Psi_4(x_1,x_3,t) + \alpha_1^{(3)}(h - x_3)^{n_5}\Psi_5(x_1,x_2,t) +$$
$$+\alpha_2^{(3)}{x_3}^{n_6}\Psi_6(x_1,x_2,t), \quad n_i \geq 2, i = 1,2,3 \dots,6.$$

где

$$\alpha_1^{(1)} = -1/(h_1^{(1)} n_1 (2l_1)^{n_1 - 1} + h_1^{(2)}(2l_1)^{n_1}),$$
$$\alpha_2^{(1)} = 1/(h_1^{(3)} n_2 (2l_1)^{n_2 - 1} + h_1^{(4)}(2l_1)^{n_2}),$$
$$\alpha_1^{(2)} = -1/(h_2^{(1)} n_3 (2l_2)^{n_3 - 1} + h_2^{(2)}(2l_2)^{n_3}),$$
$$\alpha_2^{(2)} = 1/(h_2^{(3)} n_4 (2l_2)^{n_4 - 1} + h_2^{(4)}(2l_2)^{n_4}),$$
$$\alpha_1^{(3)} = -1/(h_3^{(1)} n_5 (2l_1)^{n_5 - 1} + h_3^{(2)} h^{n_5},$$
$$\alpha_2^{(3)} = 1/(h_3^{(3)} n_6 (2l_3)^{n_6 - 1} + h_3^{(4)} h^{n_6},$$

Уравнение (7) с интегральным ядром типа (8) имеет общий характер. Из них, как частные случаи, можно получить различные виды уравнений состояния среды и ядра, часто применяемые в практике.

Методы решения задачи. Решение уравнение (1) при соответствующих краевых условиях связано с большими трудностями. Поэтому точное аналитическое решение удалось получить в настоящее время для весьма ограниченного круга задач. В этой связи, первостепенной задачей, стоящей перед нелинейной теорией консолидации является разработка оптимальных полуаналитических и численных методов решения уравнения типа (1). Задача типа (1)-(5) может быть решена методом суммарной аппроксимации, методом малого параметра, методом итерации, а также другими методами численного анализа. Здесь предпочтение дается методу итерации (Алтынбеков и др., 1996), методу аппроксимации (Алтынбеков, 1995) и методу суммарной аппроксимации (Самарский, 1983). На основе этих методов получены решения задачи (1) – (5). Из этих решений, как частные случай приведены решения одномерных, плоских и пространственных краевых задач.

Выводы. Процесс консолидации неоднородных грунтов сильно зависит от типа краевых условий, в зависимости от них может происходить обратной процесс уплотнения-набухания грунта. Например, в случае граничных условий, когда грунтовая вода свободно удаляется с боковых поверхностей массива земляной среды, а нижних и верхних границах его происходит свободной водообмен с окружающей средой т.к. давление в верхних слоях неоднородной грунтовой массы ниже атмосферного, а в нижних слоях достаточна больше, в начальные моменты времени происходит обратной процесс уплотнения-набухания грунта, а со временем оно затухает и может возникнуть осадок незначительного характера. При граничных условиях с водоупорным на глубине и водонепроницаемыми стенками, т.к. давление в нижних слоях неоднородной грунтовой массы ниже атмосферного, то за счет растекания давления, осадок основания в начальные моменты времени больше осадка, соответствующего пределу времени, что вызывает после некоторого времени явления набухания.

РЕЗЮМЕ

Осадки во времени рассматриваемого уплотняемого неоднородного грунта горазда меньше, чем у однородного, в зависимости от их физико-механических свойств. Влияние коэффициента фильтрации, упруго мгновенной деформации ползучести, зависящим от НДС среды, а также параметров ползучести к процессу уплотнения грунтов надо учесть только в начальных моменты времени, т.е. в период строительства сооружений и начальное время их эксплуатации. При больших значениях времени t их влияние на процесс уплотнения грунтов становится незначительным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Флорин В.А. (1959, 1961). Основные механики грунтов – т.1. Стройиздат, Москва, 1959,357, т.2. Стройиздат, Москва, 1961,543.
2. Абелев М.Ю. (1982). Строительства промышленных и гражданских сооружений на слабых водонасыщенных грунтах, - Стройиздат, Москва, 1983, 247.
3. Гольдин А.Л. Рассказов Л.Н. (1987). Проектирование грунтовых плотин. - Энергоатомиздат, Москва, 1987, 303.
4. Цитович Н.А. и др. (1967). Прогноз скорости осадок оснований сооружений. – Стройиздат, Москва, 1967,238.
5. Алтынбеков Ш.А., Ширинкулов Т.Ш. (1996). Об одном итерационном методе нелинейных краевых задач консолидации грунтов. – ДАНРУз., №1-2, 1966,25-27.
6. Алтынбеков Ш.А. (1995). Об одной методе аппроксимации. – Узбекский журнал Проблемы механики, №3-4, 1995, 5-7.
7. Самарский А.А. (1983) Теория разностных схем. – Наука, Москва, 1983, 616.

SUMMARY

On the basis of existing models, the multiparametrical mathematical model of process of consolidation of ground is designed and by that the effective step to algorithm of a task of the theory filter of consolidation of earthen weights ensuring is made to receive the decisions of one-dimensional, flat and spatial regional tasks first, second, third and mixed of sorts, when it is possible to count a skeleton of a ground: elastic homogeneous and non-uniform; linearly and not linearly is crawling homogeneous and non-uniform; is non-uniform inheritancy-growing old. The numerical analyses are given and major factors deformations, influencing character, of earthen weights are revealed.

E-mail: sh.altynbekov@mail.ru

Поступила в редакцию 03.11.2014