

$$F_{\max} \leq [F]_{\text{уст}} = \frac{F_{\text{кр}}}{n_{\text{уст}}},$$

$n_{\text{уст}}$  – коэффициент запаса устойчивости.

При изучении данного вопроса предполагалось, что продольная сжимающая сила меньше критической и не приводит к продольному изгибу стержня. Ее влияние на деформацию изгиба является косвенным и проявляется как следствие поперечного изгиба. Однако в некоторых случаях при продольно-поперечном изгибе сжатые стержни могут искривляться и терять устойчивость, что зависит от положения главной оси с минимальным моментом инерции, поэтому их также необходимо проверять на устойчивость.

### *Литература*

1. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев.– М.: Наука, 1986. – 512 с.

2. Реут, Л. Е. Устойчивость сжатых элементов конструкции [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие для студентов машиностроительных специальностей / Л. Е. Реут; Белорусский национальный технический университет, кафедра «Теоретическая механика и механика материалов». – Минск: БНТУ, 2021. – Режим доступа <https://rep.bntu.by/handle/data/104397>.

**УДК 539.3**

### **РАСЧЕТ НА УПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ ДВИГАТЕЛЯ, УСТАНОВЛЕННОГО НА БАЛКЕ**

Студент гр. 11001122 Е. А. Гончарова<sup>1</sup>,

Студент гр. 21ДКП-1 И. К. Валько<sup>2</sup>

*Научные руководители - ст. преподаватель Гончарова С.В.,  
ст. преподаватель Хвасько В.М.*

<sup>1</sup>Белорусский государственный экономический университет

<sup>2</sup>Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

Теория колебаний представляет собой обширный раздел современной физики, охватывающий весьма широкий диапазон вопросов механики, электротехники, радиотехники, оптики и прочего. Особое значение теория колебаний имеет для прикладных задач, встречающихся в

инженерной практике, в частности, в вопросах прочности машин и сооружений.

### ЗАДАЧА

Двигатель весом  $Q=11$  кН, с частотой вращения  $n=150$  об/мин, установлен на стальной балке, состоящей из двух швеллеров, имеет пролет  $l=1,3$  м.

Подобрать сечение балки таким образом, чтобы круговая частота собственных колебаний балки была на 15 % выше круговой частоты возмущающей силы, если  $[\sigma]=160$  МПа. Неуравновешенная масса  $m$  составляет четверть массы двигателя и имеет эксцентриситет  $r=2,3$  мм.

Собственный вес балки и силы сопротивления не учитывать.

### РЕШЕНИЕ

Расчетная схема показана на рисунке 1

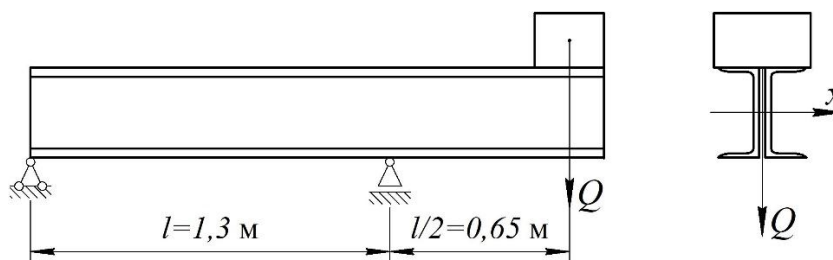


Рисунок 1. – Расчётная схема

1. Круговая частота  $\omega$  изменения возмущающей силы

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 450}{30} = 47,1 \text{ с}^{-1}.$$

2. Круговая частота  $\omega_0$  собственных колебаний

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta_{\text{ст}}}},$$

где  $g$  – ускорение свободного падения;

$\Delta_{\text{ст}}$  – статическое перемещение под силой  $Q$ , определяемое по способу Верещагина [1] (рисунок 2, а, б).

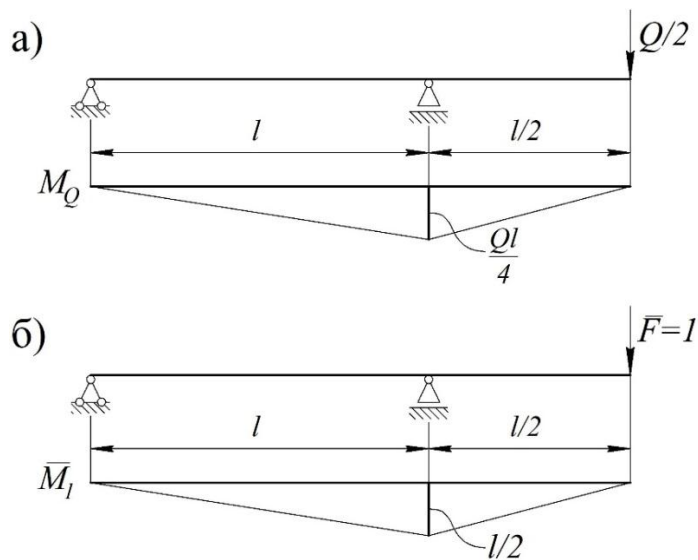


Рисунок 2. – Эпюры  $M_Q$  и  $M_1$

Нагрузка на один швеллер  $Q/2$

$$\Delta_{\text{ст}} = \frac{1}{EI_x} \left( \frac{Ql}{4} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{2} + \frac{Ql}{4} \cdot l \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{3} \right) = \frac{Ql^3}{16EI_x}.$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{16gEI_x}{Ql^3}}.$$

Так как круговая частота собственных колебаний балки  $\omega_0$  должна быть выше круговой частоты изменения возмущающей силы на 15 %, то

$$\omega_0 = 1,15\omega = 1,15 \cdot 47,1 = 54,165 \text{ с}^{-1}.$$

Следовательно:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g \cdot 16EI_x}{Ql^3}} = 54,165 \text{ с}^{-1}.$$

3. Определив  $I_x$ , подбираем поперечное сечение балки:

$$I_x = \frac{\omega_0^2 Ql^3}{16Eg} = \frac{54,2^2 \cdot 11000 \cdot 1,3^3}{16 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 9,81} = 225,861 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4 = 225,861 \text{ см}^4.$$

По ГОСТ 8240–89 принимаем швеллер №12

$$I_x = 304 \text{ см}^4; \quad W_x = 50,6 \text{ см}^3.$$

4. Проводим проверку прочности подобранной балки.

Круговая частота собственных колебаний

$$W = \sqrt{\frac{16gEI_x}{Ql^3}} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 16 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 304 \cdot 10^{-8}}{11000 \cdot 1,33}} = 63 \text{ с}^{-1};$$

коэффициент нарастания колебаний

$$\beta = \frac{1}{1 - \left(\frac{w}{w_0}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{47,1}{63}\right)^2} = 2,282.$$

5. Максимальное значение возмущающей силы  $F_B$

$$F_B = m\omega^2 r.$$

По условию задачи

$$m = \frac{m_{\text{об}}}{4} = \frac{Q}{4g} = \frac{11 \cdot 10^3}{4 \cdot 9,81} = 280,3262 \text{ Н.}$$

Тогда

$$F_B = 280,3262 \cdot 47,1^2 \cdot 0,0023 = 14300,32 \text{ Н.}$$

Динамический коэффициент

$$K_d = 1 + \beta \frac{F_B}{Q} = 1 + 2,282 \cdot \frac{14300}{11000} = 3,97.$$

Наибольшее динамическое напряжение

$$\sigma_d = K_d \cdot \delta_{\text{ст}} = K_d \frac{M_{\text{max}}}{W_x} = 3,97 \cdot \frac{11000 \cdot 1,3}{4 \cdot 50,6 \cdot 10^{-6}} =$$

$$278,37 \cdot 10^6 \text{ Па} = 278,37 \text{ МПа} > [\sigma] = 160 \text{ МПа.}$$

Следовательно, прочность балки не обеспечена.

Увеличиваем размеры балки и производим повторный расчет.

По ГОСТ 8240–89 для швеллера №14

$$I_x = 491 \text{ см}^4; W_x = 70,2 \text{ см}^3.$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{16gEI_x}{Ql^3}} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 16 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 491 \cdot 10^{-8}}{11000 \cdot 1,33}} = 79,86 \text{ с}^{-1};$$

$$\beta = \frac{1}{1 - \left(\frac{w}{w_0}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{47,1}{79,6}\right)^2} = 1,533;$$

$$K_d = 1 + \beta \frac{F_B}{Q} = 1 + 1,533 \cdot \frac{14300,32}{11000} = 3;$$

$$\sigma_d = K_d \delta_{ст} = K_d \frac{Ql}{4W_x} = 3 \cdot \frac{11000 \cdot 1,3}{4 \cdot 70,2 \cdot 10^{-6}} =$$
$$= 152,7 \cdot 10^6 \text{ Па} = 152,7 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}.$$

Таким образом, прочность балки обеспечена.

### *Литература*

1. Гончарова, С. В. Механика материалов. Расчет статически неопределимых балок [Электронный ресурс] : учебное пособие / С. В. Гончарова, В. М. Хвасько ; Белорусский национальный технический университет, кафедра "Теоретическая механика и механика материалов". – Минск : БНТУ, 2019.
2. Гончарова, С. В. Механика материалов. Динамическое действие нагрузок. Упругие колебания систем [Электронный ресурс] : учебное пособие / С. В. Гончарова, В. А. Акимов ; Белорусский национальный технический университет, кафедра "Теоретическая механика и механика материалов". – Минск : БНТУ, 2019.
3. Механика материалов : пособие / Ю. В. Василевич [и др.] ; Белорусский национальный технический университет, кафедра «Теоретическая механика и механика материалов». – Минск : БНТУ, 2022. – 181 с.