значение угла α, при котором лестница будет в покое, если возьмем максимальное значение силы трения.

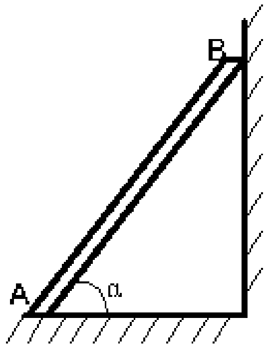


Рисунок 6

Положений равновесия лестницы будет при этом бесчисленное множество, так как при любом значении угла α, большем найденного, но меньшем 90°, для равновесия необходима сила трения, меньшая ее максимальная величина.

Литература

1. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики: учебное пособие / Н.В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – 14-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2023. – 732 с.

2. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учебное пособие/ М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – 14-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2023 – Том 1: Статика и кинематика – 2023. – 672 с.

3. Кухарь, В.Д. Теоретическая механика: учебный справочник / В.Д. Кухарь, Л.М. Нечаев, А.Е. Киреева. – М.: АСВ, 2016. – 148 с.

УДК 531

ЗАДАЧА О БРУСКЕ НА ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ

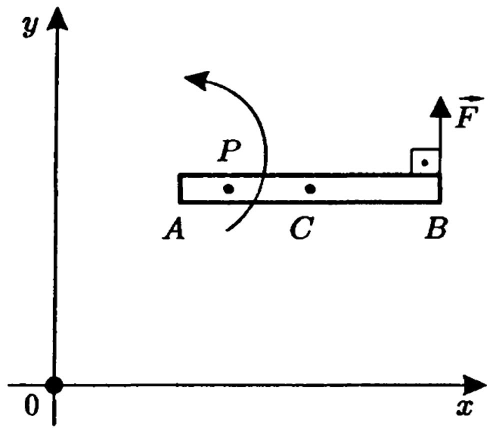
Студенты гр. 10309122 В. И. Черняк, А. О. Бобрович

Научный руководитель – доцент Беляцкая Л. Н.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

Рассмотрим брусок, лежащий на шероховатом горизонтальном столе (рисунок с видом сверху). Какую минимальную горизонтальную силу F, перпендикулярную бруску, нужно приложить, чтобы его сдвинуть? Коэффициент трения равен μ, масса бруска m.



Вид сверху на горизонтальную плоскость стола

Пусть ρ – линейная плотность бруска, его длина $AB = 2l$, C – центр масс. Начальное движение бруска, при соблюдении перпендикулярности силы $\vec{F}$ к AB, будет:

1) поступательное вдоль силы $\vec{F}$;
2) мгновенно-вращательное с МЦС, лежащим где-то на линии AB (точка P, см. рисунок).

Ясно, что в случае 1 для трогания бруска необходимо выполнение условия

$$F \geq F_{\text{тр}} = \mu mg = F_{\min}^{(1)}.$$

Посмотрим, что будет в случае 2. Обозначим $PC = z$. Тогда уравнение моментов для точки P с учётом сил трения

$$\sum M_P = F(l+z) - \int_0^{l+z} \mu\rho g x\, dx - \int_0^{l-z} \mu\rho g x\, dx, \quad z \in [0, l]$$

или

$$\sum M_P = F(l+z) - \frac{\mu\rho g}{2}[(l-z)^2 + (l+z)^2] =$$
$$= F(l+z) - \mu\rho g(l^2 + z^2).$$

Для трогания необходимо выполнение неравенства $\sum M_P \geq 0$, отсюда

$$F \geq F_{\min}^{(2)} = \min_{0 \leq z \leq l} \frac{\mu\rho g(l^2 + z^2)}{l+z}.$$

Функция $\dfrac{(l^2 + z^2)}{(l+z)}$ достигает минимума в точке $z = l(\sqrt{2} - 1)$. Таким образом,

$$F \geq F_{\min}^{(2)} = \mu\rho g \cdot 2l \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \mu g m(\sqrt{2}-1).$$

Ясно, что

$$F_{\min}^{(2)} < F_{\min}^{(1)}.$$

Кроме того, можно показать, что силу F выгоднее всегда прикладывать в концевых точках A или B.

Случай $z \geq l$ приводит к соотношению

$$F \geq \mu mg \frac{z}{z+l} \geq \frac{\mu mg}{2},$$

что явно хуже полученного

$$\mu mg(\sqrt{2}-1) \approx 0,41\mu mg.$$

Ситуации, когда P лежит с другой стороны от точки C, рассматриваются аналогично и приводят к худшим результатам.

Можно предложить следующее *обобщение задачи*. Найти минимальную (по модулю) силу $\vec{F}$, способную стронуть брусок, *не накладывая требования её перпендикулярности к бруску*. Оказывается (доказательство достаточно громоздко), что минимальная сила обязательно должна быть перпендикулярной бруску, т. е. наличие составляющей силы $\vec{F}$ *вдоль* бруска ухудшает результат (только увеличивает модуль силы $\vec{F}$, способной стронуть брусок).

Отметим в заключение, что сформулированная задача рассматривает процесс перехода силы трения покоя в силу трения скольжения. Поэтому здесь необходимо учитывать тот факт, что коэффициент трения μ может, вообще говоря, испытывать скачкообразное изменение. Кроме того, сила трения покоя, приложенная к элементарному куску бруска, направлена против равнодействующих внешних сил, действующих на этот кусок, а сила трения скольжения – против скорости, приобретённой этим куском (как и подразумевается при решении задачи). Учёт описанных обстоятельств существенно усложняет задачу.

Литература

1. Никитин, Н. Н. Курс теоретической механики: учебник / Н. Н. Никитин. − 8-е изд., стер. − Санкт-Петербург: Лань, 2022. − 720 с.

2. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики: учебное пособие / Н.В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – 14-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2023. – 732 с.

3. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник / С.М. Тарг –17-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2007. – 416 с.
4. Розенблат, Г.М. Механика в задачах и решениях / Г. М. Розенблат. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 160 с.

УДК 531.1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ ПОЛЗУНА В КРИВОШИПНО-ШАТУННОМ МЕХАНИЗМЕ

Студент гр. 11403422 А. И. Кот [1]
Студент гр. 9 ДЭиВИ Т. С. Мышковец [2]
Научный руководитель – ст. преподаватель Мышковец М.В.
[1] Белорусский национальный технический университет
[2] Белорусский государственный технологический университет
Минск, Республика Беларусь

Изучаемые в кинематике законы движения материальных объектов, аналитические и графоаналитические методы расчета кинематических характеристик отражают разнообразие движений в природе и технике.

Любая технологическая машина осуществляет рабочий процесс посредством выполнения закономерных механических движений, реализуемых соответствующими механизмами. Механизм есть система твердых тел, подвижно связанных путем соприкосновения и движущихся определенным образом относительно одного из них, принятого за неподвижное. Механизм выполняет функцию преобразования механического движения твердых тел.

Если звенья механизма движутся в параллельных плоскостях, механизм называют плоским. Примером плоского механизма могут служить кривошипно-кулисный и кривошипно-шатунный механизмы.

В теме «Кинематика точки» изучались векторный и координатный способы задания движения точки. Если выделить наиболее важные точки, определяющие движение всего механизма, то весь механизм можно представить в виде векторного контура, т. е. задать движение векторным способом. От векторного способа задания движения можно переходить к координатному. Тогда для определения кинематических характеристик точек механизма можно использовать методы расчета, полученные в разделе «Кинематика точки».

Кривошипно-шатунный механизм (КШМ) предназначен для преобразования возвратно-поступательного движения поршня во