

## Л и т е р а т у р а

1. Обеспечение устойчивого движения крутосклонных машинотракторных агрегатов/П.А.Амельченко, П.В.Зеленый, В.В.Яцкевич и др. – Экспресс-информ.Сер. Сельск. хоз-во. Минск, 1978.

УДК 629.114.3

А.А.Гребнев, Н.В.Кислов, А.Ф.Опейко

### ИССЛЕДОВАНИЕ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ МНОГОКОЛЕСНЫХ ПРИЦЕПНЫХ МАШИН

Многоколесные прицепные машины широко применяются как в сельском хозяйстве, так и в различных отраслях промышленности. Эти машины, как правило, проектируют широкозахватными, а условия их работы требуют высокой маневренности. Для силового и кинематического расчета всего агрегата, включающего тяговую и прицепную машины, необходимо знать реакции, действующие в сцепке агрегата.

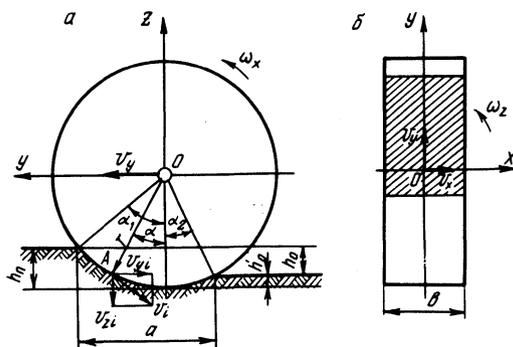


Рис. 1. Расчетная схема криволинейного качения жесткого колеса по деформируемому основанию.

Рассмотрим сначала взаимодействие отдельного жесткого колеса с деформируемым грунтом при криволинейном движении агрегата. В процессе перекачивания колесо вдавливаются в грунт на глубину  $h_n$ , которая за счет остаточной упругости уменьшается на  $h'_0$  (рис. 1,а). Проекции скорости  $v$  точки O оси колеса в выбранной системе координат (рис. 1,б) соот-

ветственно равны  $v_x$ ,  $v_y$ . Система  $Oxy$  неизменно связана с осью колеса. Предположим, что угловая скорость  $\omega$  известна. Если скольжением по опорной поверхности пренебречь, то угловая скорость вращения колеса

$$\omega_x = \frac{v_y}{r}, \quad (1)$$

где  $r$  - радиус колеса.

Проекции скорости произвольной точки  $A$  ( $\xi$ ,  $\alpha$ ) на поверхности контакта с опорной площадкой колеса (рис. 1):

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_x &= v_x - \omega_z r \sin \alpha; \\ \dot{\lambda}_y &= v_y + \omega_z \xi - \omega_x r \cos \alpha; \\ \dot{\lambda}_z &= \omega_x r \sin \alpha, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\omega_x$ ,  $\omega_z$  - проекции угловой скорости колеса на оси  $Ox$  и  $Oz$  соответственно;  $v_x$ ,  $v_y$  - проекции скорости центра оси колеса на оси  $Ox$ ,  $Oy$ ;  $\alpha$  - угол, определяющий положение радиуса-вектора выбранной точки соприкосновения колеса с грунтом.

Выражения (2) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_x &= v_x - \omega_z r \sin \alpha; \\ \dot{\lambda}_y &= v_y (1 - \cos \alpha) + \omega_z \xi; \\ \dot{\lambda}_z &= -v_y \sin \alpha. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнения системы (3) описывают поле скоростей точек поверхностного слоя грунта с координатами ( $\xi$ ,  $\alpha$ ), находящихся в соприкосновении с колесом, для заданного момента времени.

Тогда, считая, что точки поверхности грунта, соприкасающиеся с опорной поверхностью колеса, "прилипают" к его поверхности и тангенциальное напряжение на поверхности не достигло предельной величины, можно найти перемещения соответствующих точек грунта:

$$\begin{aligned} d\lambda_x &= (v_x - \omega_z r \sin \alpha) dt; \\ d\lambda_y &= [v_y (1 - \cos \alpha) + \omega_z \xi] dt; \\ d\lambda_z &= -v_y \sin \alpha dt. \end{aligned} \quad (4)$$

Поскольку  $\frac{d\alpha}{dt} = -\omega_x = -\frac{v_y}{r}$ , то  $dt = -\frac{r}{v_y} d\alpha$ . Подставив в выражение (4) значение  $dt$  и проинтегрировав, получим

$$\lambda_x = -\frac{r}{v_y} \int_{\alpha_1}^{\alpha} (v_x - \omega_z \sin \alpha) d\alpha = -\frac{r}{v_y} [v_x(\alpha - \alpha_1) + \omega_z r(\cos \alpha - \cos \alpha_1)] ;$$

$$\lambda_y = -r \int_{\alpha_1}^{\alpha} [(1 - \cos \alpha) + \frac{\omega_z}{v_y} \xi] d\alpha = r[(1 - \frac{\omega_z}{v_y} \xi)(\alpha - \alpha_1) - \sin \alpha + \sin \alpha_1] ;$$

$$\lambda_z = r \int_{\alpha_1}^{\alpha} \sin \alpha d\alpha = r(\cos \alpha_1 - \cos \alpha), \quad (5)$$

где  $\alpha_1$  - угол соприкосновения колеса с поверхностью грунта передней дуги контакта.

По уравнениям (5) можно определить поле перемещения точек грунта на опорной поверхности колеса в данный момент времени.

Для определения касательных напряжений используем коэффициенты упругости проф. Ф.А.Опейко [1].

$$\tau_x = -\frac{1}{2} k_y \lambda_x ;$$

$$\tau_y = -\frac{1}{2} k_y \lambda_y ; \quad (6)$$

$$P = -k_y \lambda_z ,$$

где  $k_y$  - коэффициент упругости

$$k_y = \frac{E}{\sqrt[3]{a b^2}} \quad \text{при} \quad a > b,$$

$$k_y = \frac{E}{\sqrt[3]{a^2 b}} \quad \text{при} \quad a < b,$$

где  $b$  – ширина колеса;  $a$  – проекция длины опорной площадки на горизонтальную плоскость;  $E$  – модуль Юнга для данного типа грунта).

Из рис. 1, а следует, что

$$a = r (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) = \sqrt{h_n (2r - h_n)} - \sqrt{h'_0 (2r - h'_0)},$$

где  $h'_0 = h_n - h_0$ ;  $h_0 = k_n h_n$  – величина остаточной деформации;  $k_n$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств грунта.

Соотношения (6) справедливы, если выполнено условие

$$\sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2} < fp,$$

где  $f$  – коэффициент трения скольжения колеса по грунту;  $p$  – давление на поверхности соприкосновения колеса с грунтом.

Если  $\sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2} \geq fp$ , то в данной точке происходит проскальзывание поверхности колеса относительно частиц грунта. Очевидно, что в этом предельном случае

$$\sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2} = fp.$$

В соответствии с законом Амонтона – Кулона

$$\tau_x = fp \frac{\dot{\lambda}_x}{\sqrt{\dot{\lambda}_x^2 + \dot{\lambda}_y^2}} ;$$

$$\tau_y = fp \frac{\dot{\lambda}_y}{\sqrt{\dot{\lambda}_x^2 + \dot{\lambda}_y^2}} .$$

(7)

Проекции главного вектора сил взаимодействия колеса с грунтом

$$P_x = \iint \tau_x r d\alpha d\xi ; P_y = \iint \tau_y r d\alpha d\xi ,$$

главный момент сил, действующих на опорную поверхность колеса, относительно оси  $Oz$

$$M_z = \iint (\tau_y \xi - \tau_x r \sin \alpha) r d\alpha d\xi .$$

Интегрируя приведенные выше уравнения по площадке контакта, получим

$$P_x = \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \int_{-b/2}^{b/2} \tau_x r d\alpha d\xi ; P_y = \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \int_{-b/2}^{b/2} \tau_y r d\alpha d\xi ;$$

$$M_z = \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \int_{-b/2}^{b/2} (\tau_y \xi - \tau_x r \sin \alpha) r d\alpha d\xi , \quad (8)$$

где  $\alpha_1 = \arccos(\frac{1 - h_n}{r})$  ;  $\alpha_2 = \arccos(\frac{1 - h'_0}{r})$  .

Выражения (8) позволяют получить формулы для расчета коэффициента сопротивления перекачиванию колеса:

а) вдоль осей выбранной системы координат

$$f_x = \frac{P_x}{P_z} ; f_y = \frac{P_y}{P_z} ;$$

б) вдоль мгновенной линии перемещения

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} .$$

Теория криволинейного качения жесткого пассивного цилиндрического колеса по деформируемому грунту представлена в общем виде, что затрудняет ее использование в инженерной практике. Для применения этой теории составлена программа для ЭВМ "Минск-22М" по определению компонент главного вектора и главного момента сил сопротивления, действующих в поперечном, продольном и вдоль мгновенной линии перемещений.

Прежде чем перейти к определению сил, действующих на прицепную многоколесную машину при повороте, необходимо знать скорости середин осей каждого из колес. Эти скорости нетрудно определить, когда известно положение линии центров вращения опорных частей колес. Положение линии центров вращения можно определить методом математической теории трения [2] .

Пусть прицепная машина имеет n пассивных опорных колес, координаты середин осей которых  $x_i$  ,  $y_i$  (рис. 2).

Главный момент сил трения многоопорного колесного хода относительно полюса трения  $S$

$$L = \sum_{i=1}^n fN_i \sqrt{(x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2},$$

где  $N_i$  - нормальная к поверхности грунта реакция, действующая на  $i$ -е - колесо;  $x_s$ ,  $y_s$  - координаты полюса трения.

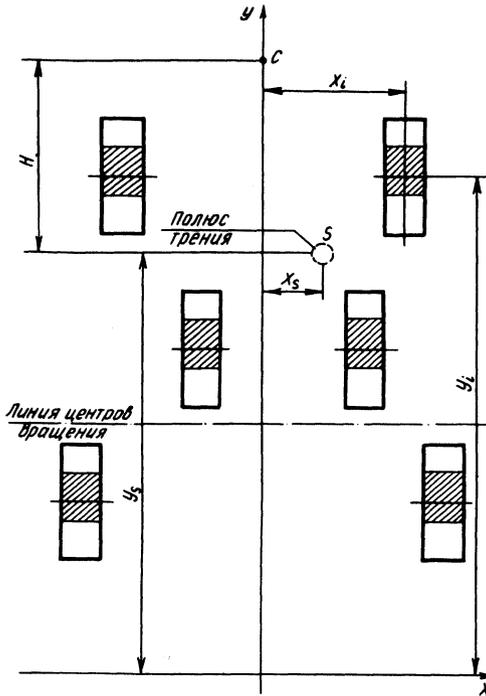


Рис. 2. Схема для определения положения линии центров вращения прицепной машины.

По теореме Н.Е.Жуковского [3] в полюсе трения выполняются условия

$$\frac{\partial L}{\partial x_s} = 0; \quad \frac{\partial L}{\partial y_s} = 0,$$

или

$$\sum_{i=1}^n f N_i \frac{x_i - x_s}{\sqrt{(x_i - x_s)^2 - (y_i - y_s)^2}} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n f N_i \frac{y_i - y_s}{\sqrt{(x_i - x_s)^2 - (y_i - y_s)^2}} = 0;$$

Так как по второй теореме Н.Е.Жуковского [3] существует только один полюс трения, система (9) имеет единственное решение относительно координат полюса трения  $x_s$ ,  $y_s$ . Эта система нелинейна, решить ее в конечном виде невозможно, поэтому прибегаем к итерационному методу решения, по которому  $k + 1$ -е приближение

$$x_s^{k+1} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i x_i [(x_i - x_s^k)^2 + (y_i - y_s^k)^2]^{-1/2}}{\sum_{i=1}^n N_i [(x_i - x_s^k)^2 + (y_i - y_s^k)^2]^{-1/2}};$$

$$y_s^{k+1} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i y_i [(x_i - x_s^k)^2 + (y_i - y_s^k)^2]^{-1/2}}{\sum_{i=1}^n N_i [(x_i - x_s^k)^2 + (y_i - y_s^k)^2]^{-1/2}}.$$

В качестве нулевого приближения можно выбрать величины

$$x_s^0 = \frac{\sum_{i=1}^n N_i x_i}{\sum_{i=1}^n N_i}; \quad y_s^0 = \frac{\sum_{i=1}^n N_i y_i}{\sum_{i=1}^n N_i}.$$

Для инженерных расчетов можно ограничиться первым приближением

$$x_s^1 = \frac{\sum_{i=1}^n N_i x_i [(x_i - x_s^0)^2 + (y_i - y_s^0)^2]^{-1/2}}{\sum_{i=1}^n N_i [(x_i - x_s^0)^2 + (y_i - y_s^0)^2]^{-1/2}};$$

$$y_s^1 = \frac{\sum_{i=1}^n N_i y_i [(x_i - x_s^0)^2 + (y_i - y_s^0)^2]^{-1/2}}{\sum_{i=1}^n N_i [(x_i - x_s^0)^2 + (y_i - y_s^0)^2]^{-1/2}}.$$

Перейдем к определению радиуса трения опорной площади колесного хода. Радиус трения равен [4]

$$z = \frac{L_s}{T},$$

где  $L_s$  - главный момент сил трения при вращении площадки около полюса трения;  $T$  - максимальное значение модуля главного вектора сил трения.

В нашем случае радиус трения

$$z = \frac{\left( \sum_{i=1}^n f N_i \sqrt{(x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2} \right)}{\sum_{i=1}^n N_i f}.$$

Функции трения определим по формулам И.И. Давыдика [5], записанным в системе координат, начало которой не совпадает с полюсом трения:

$$L_o = f_1(x; y; z); \quad T_x = f_2(x; y; z); \quad T_y = f_3(x; y; z);$$

где  $x, y$  - координаты центра вращения площадки, эквивалентной опорной поверхности многоколесного хода.

Уравнения равновесия прицепной машины

$$P_x + T_x = 0;$$

$$P_y + T_y = 0;$$

$$L_o + P_x(y_c - y_s) - P_y(x_c - x_s) = 0,$$

где  $x_c, y_c$  - координаты шарнира сцепки, в котором приложена сила  $C_P(P_x, P_y)$ .

Так как колеса пассивные, величина  $(x - x_s)$  мала [1], поэтому решение уравнений равновесий дает  $y = \frac{-z^2}{y_c - y_s}$ .

Таким образом, положение линии центров вращения определяется конструктивными параметрами, числом и расположением ходовых колес, распределением вертикальных реакций на колеса со стороны грунта и положением шарнира сцепки относительно полюса трения.

Зная положение линии центров вращения, легко найти скорости середин осей колес. Считая, что известны проекции абсолютной скорости  $v_{xc}, v_{yc}$  шарнира  $C$  сцепки, находим угловую скорость прицепной машины:

$$\omega = \frac{v_{xc}}{y_c - y} = \frac{v_{xc}}{y_c + \frac{z^2}{y_c - y_s}} = v_{xc} \frac{y_c - y_s}{y_c - y_c y_s + z^2}.$$

Скорость середины оси  $i$ -го колеса имеет проекции

$$v_{xi} = v_{xc} - \omega(y_i - y_c);$$

$$v_{yi} = v_{yc} + \omega(x_i - x_c).$$

Так как скорости середин осей каждого из колес определены, можно по формулам (5), (6), (7) и (8) найти проекции главного вектора и главный момент сил, действующих на  $i$ -е колесо. Тогда проекции главного вектора сил взаимодействия многоколесной машины с грунтом

$$P_x = \sum_{i=1}^n \iint \tau_{xi} d\alpha_i d\xi_i;$$

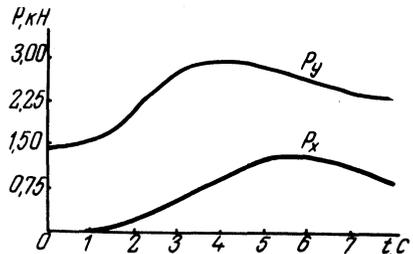
$$P_y = \sum_{i=1}^n \iint \tau_{yi} d\alpha_i d\xi_i, \quad (10)$$

где интегрирование ведется по всем опорным площадкам колесного хода.

Главный момент этих сил, приведенный к шарниру С сцепки,

$$M_c = \sum_{i=1}^n \iint (\tau_{yi} \xi_i - \tau_{xi} r \sin \alpha_i) r d\alpha_i d\xi_i + \sum_{i=1}^n \iint [\tau_{xi}(y_c - y_i) - \tau_{yi}(x_c - x_i)] r d\alpha_i d\xi_i. \quad (11)$$

Рис. 3. Изменение составляющих реакции в сцепке прицепной машины ВФ-19 ( $E = 480 \text{ кН/м}^2$ ;  $v = 3,25 \text{ м/с}$ ).



На рис. 3 показано изменение проекций главного вектора  $P'_x$ ,  $P'_y$  при переходном процессе входа агрегата в поворот. Для тяговой машины переходный процесс длится 2 с, а для прицепной — около 5 с. Проекции главного вектора нарастают до некоторого максимального значения, а затем несколько уменьшаются, что вызвано проскальзыванием колес относительно грунта.

Полученные формулы позволяют производить кинематический и силовой расчет многоколесной прицепной машины. Эти фор-

мулы необходимы для расчета агрегатов, в состав которых входит одна или несколько прицепных многоколесных машин. Приведенные в работе результаты обеспечивают определение криволинейного коридора движения агрегата и дают возможность выполнить анализ влияния конструктивных параметров на маневренность тягача с прицепом.

### Л и т е р а т у р а

1. Опейко Ф.А. Колесный и гусеничный ход. – Минск, 1960. 2. Опейко Ф.А. Математическая теория трения. – Минск, 1971. 3. Жуковский Н.Е. Условия равновесия твердого тела, опирающегося о неподвижную плоскость некоторой площадью и могущего перемещаться вдоль этой плоскости с трением. – Собр. соч. М., 1948, т.1. 4. Опейко А.Ф. Исследование динамики поворота гусеничного хода: Автореф. канд. дис. – Минск, 1976. 5. Давыдик И.И. Взаимодействие гусеницы с опорной поверхностью при повороте гусеничного хода. – В сб.: Технология торфяного производства и торфяные машины, Минск, 1974, вып.3.

УДК 629.114.2.001.

Н.В.Кислов, Г.В.Казаченко

### ОБ ОЦЕНКЕ МАНЕВРЕННЫХ СВОЙСТВ МОБИЛЬНЫХ МАШИН

Маневренные качества мобильных машин в значительной мере обуславливают технико-экономическую эффективность их применения, поэтому обеспечение высокой маневренности – очень важный фактор при выборе рациональной конструктивной схемы машины и механизма управления. Эта же проблема решается и при автоматизации процесса управления машиной, так как на маневренные свойства влияет и способ управления. Для решения таких задач необходимо правильно сформулировать критерии, определяющие маневренные свойства машины. Эти свойства принято делить на статические и динамические [1]. Для ряда машин, например промышленных тракторов, имеющих небольшие скорости передвижения, наиболее важны статические критерии маневренности. В качестве таких критериев [1] выбираются относительный минимальный радиус поворота, удельная сила тяги и коэффициент использования сцепной силы движителя. Но эти критерии не в полной мере позволяют оценить манев-