

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В ЭКОНОМИКЕ

*Алексеюк Анна Сергеевна, Шпановская Дарья Алексеевна, студентки 1-го курса кафедры «Математические методы в строительстве»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Мороз О. А., канд. физ.-мат. наук, доцент)*

Математика оказывает огромное влияние на другие науки, математические методы используются в физике, химии, экономике и других науках. Экономическая наука использует математические методы для построения графиков функций и решения экономических задач. Широко используются в экономике различные виды уравнений: линейные, логарифмические, показательные, дифференциальные уравнения и их системы. Рассмотрим, какие экономические задачи могут быть решены при помощи различных математических уравнений и систем уравнений.

Для решения различных задач в экономике активно используются линейные уравнения вида $y = ax + b$, а также системы таких уравнений. Такого рода уравнения могут быть использованы для определения равновесной цены или объема производства. Рассмотрим на примере:

Допустим, что функция предложения на шариковые ручки равна $Q_s = 160 + P$, а спрос на них задан функцией $Q_d = 400 - 3P$, где Q_s и Q_d – величины предложения и спроса соответственно, а P – цена товара. Для данного товара найдите равновесную цену и равновесное количество.

Решение:

для решения данной задачи необходимо приравнять объем спроса к объему предложения:

$$Q_d = Q_s.$$

Подставим значения:

$$400 - 3P = 160 + P.$$

Переносим цифры в левую часть уравнения, а буквы в правую часть и решаем получившееся уравнение:

$$400 - 160 = 3P + P$$

$$240 = 4P$$

$$P = 60.$$

Полученное значение цены подставим в одну из функций для того, чтобы найти равновесный объем:

$$Q_s = 160 + 60$$

$$Q_s = 220.$$

Таким образом, равновесная цена на шариковые ручки составляет 60 у.е., а равновесный объем данного товара – 220.

Также используются и системы линейных уравнений. Данный метод полезен, когда необходимо работать с несколькими переменными, к примеру, фирма выпускает несколько видов продукции и необходимо определить объем товара, который необходимо произвести, или же необходимо определить в каком отношении закупить товары А и Б.

В экономике логарифмические и показательные уравнения являются обратными. Например, показательные уравнения могут использоваться для нахождения суммы, которая будет накоплена за определенный период. Формула нахождения суммы на счете выглядит следующим образом:

$S_n = S_0(1+i)^n$, где S_n – будущая сумма вклада, S_0 – первоначальная сумма вклада, i – годовая ставка процента, n – срок вклада в годах.

Рассмотрим на примере:

На счет поступил вклад в размере 150 у.е. под 10% годовых. Сколько составит сумма на счете через 5 лет, если проценты начисляются раз в год?

Решение:

$$S_0 = 150; i = 0,1; n = 5.$$

Подставим значения в формулу:

$$S_n = 150 * (1 + 0,1)^5$$

$$S_n = 241,58 \text{ у.е.}$$

Логарифмические уравнения используются для решения задач, обратных тем, для решения которых используются показательные уравнения, например, для решения задач для определения периода, за который будет накоплена определенная сумма. Обратная задача на нахождение периода решается по помощи показательного уравнения вида $n = \log(1+i)(S_n/S_0)$.

Пример:

изначально на счет поступило 150 у.е. под 10% годовых, пусть несколько лет сумма на счете составила 241,58 у.е. За какой период времени была накоплена данная сумма?

Решение:

Преобразуем формулу $S_n = S_0(1+i)^n$, где S_n – будущая сумма вклада, S_0 – первоначальная сумма вклада, i – годовая ставка процента, n – срок вклада в годах, используемую для определения будущей суммы вклада, в формулу, подходящую для нахождения периода, за который была накоплена сумма.

$$n = \log(1+i)(S_n/S_0)$$

Подставим значения:

$$n = \log(1+i)(241,58/150)$$

$n \approx 5$ лет.

Наиболее часто в экономике используются дифференциальные уравнения. Они могут быть использованы при решении задач на эффективность рекламы, спрос и предложение и во многих других задачах.

Рассмотрим на примере из области рекламного дела.

При организации продажи нового товара торговым предприятиям часто приходится прибегать к услугам рекламы. Для того, чтобы последняя была успешной и современной, необходимо знать закон распространения информации о новом товаре среди её потенциальных покупателей. Найдём вид указанной закономерности.

Решение:

пусть N – общее число потенциальных покупателей нового товара; $x(t)$ – число покупателей, знающих к моменту времени t о поступлении в продажу нового товара. Тогда $N - x(t)$ – число покупателей, ещё не имеющих информации о товаре.

Предположим, что информация о товаре распространяется среди покупателей посредством их общения между собой.

Будем считать, что в течение достаточно малого промежутка времени возможна лишь встреча двух покупателей с вероятностью P .

Вероятность того, что при встрече покупатель, знающий о товаре, встретится с покупателем, не знающим о товаре, равна $\frac{N-x}{N}$.

Тогда скорость изменения величин $x(t)$ в момент t равняется

$P \times x \times \frac{N-x}{N}$ – систематическому ожиданию числа покупателей, впервые узнавших о товаре. Тогда получаем дифференциальное уравнение:

$\frac{dx}{dt} = \frac{P \times x \times (N-x)}{N}$ – дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$\int \frac{dx}{x(N-x)} = \int \frac{P}{N} dt$$

$$\frac{1}{N} \int \frac{N-x+x}{(N-x) \times x} = \frac{P}{N} \times t$$

$$\frac{1}{N} (\ln \ln x - \ln \ln (N-x) - \ln \ln c) = \frac{1}{N} \times P \times t$$

$$\ln \ln \frac{x}{c \times (N-x)} = P \times t$$

$$\frac{x}{c(N-x)} = e^{Pt}$$

$$x = c \times e^{Pt} \times N - c \times x \times e^{Pt}$$

$$x(1 + c \times e^{Pt}) = c \times e^{Pt} \times N$$

$$x(t) = \frac{N \times c \times e^{Pt}}{1 + c \times e^{Pt}} \text{ или } x(t) = \frac{N}{1 + \frac{1}{c} \times e^{-Pt}} - \text{общее решение дифференциального}$$

уравнения.

Математические уравнения – это инструмент, помогающий ученым точнее представить возможные сценарии развития экономики, проводить более точные расчет, определять оптимальные стратегии действий и принимать решение, наиболее эффективные для решения поставленных задач.

Литература:

1. Математические методы в экономике, их эволюция и роль [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elib.bsu.by/bitstream/123456789/112296/1/borodich2005.pdf>. – Дата доступа: 25.04.2024.
2. borodich2005.pdf. – Дата доступа: 25.04.2024.
3. Клисторин В.И. О математике в экономической науке [Электронный ресурс]: ЭКО. 2020. №11 (557). Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-matematike-v-ekonomicheskoy-nauke> – Дата доступа: 30.04.2024.
4. Мясоедов А.И. Применение математических методов в экономике: специфика, проблемы, перспективы [Электронный ресурс]: Beneficium. 2020. №3 (36). Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-matematicheskikh-metodov-v-ekonomike-spetsifika-problemy-perspektivy> – Дата доступа: 30.04.2024.