УДК 624.21

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА В ПРИКЛАДНЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ

Езерская Дарья Дмитриевна*, *Дикляев Иван Александрович, *студенты 1-го курса кафедры «Математические методы в строительстве»*
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель- Ковалёнок Н.В. – старший преподаватель)

В развитии различных областей человеческой деятельности математика оказывала и оказывает существенное влияние. Ее роль складывалась исторически и зависела от двух факторов: степени развития математических понятий и математического аппарата, а также степени зрелости знания об изучаемом объекте.

Теории математики широко применяются в других науках, казалось бы, совершенно от нее далеких – лингвистике, юриспруденции. Это вызвано естественным процессом развития научного знания, который потребовал привлечения нового и более совершенного математического аппарата, проявлением новых разделов математики, а также кибернетики, вычислительной техники и так далее, что значительно увеличило возможности ее применения.

Понятие прикладной математики и ее основные элементы

Прикладная математика — это математика, опосредствованная практикой, это как бы составная дисциплина наподобие биохимии или теплотехники.

Прикладные задачи по математике - задачи, которые возникают за пределами математики, но решение которых требует применения математического аппарата.

Выделяют следующие виды прикладных математических задач:

Задачи первого вида — это задачи, решение которых сводится к вычислению числового значения алгебраического выражения.

Задачи второго вида — это задачи на построение графика одной и той же функции при различных значениях параметра.

Задачи третьего вида - эмпирические формулы, не являющиеся результатом строгого математического вывода; их пригодность для практических целей подтверждается опытом.

Задачи четвертого вида связаны с составлением простейших таблиц, применяемых на практике.

Задачи пятого вида - задачи творческого характера. Алгоритма решения таких задач не существует. Они ближе всего примыкают к нематематическим задачам, решаемым методом математического моделирования.

Применение высшей математики в строительстве

Высшая математика широко применяется в строительстве в различных аспектах проектирования, анализа и расчетов. Вот некоторые области, в которых применяются математические методы в строительстве:

1. Статика и динамика конструкций: математические методы используются для анализа нагрузок, расчета прочности и устойчивости строительных конструкций, таких как мосты, здания, дорожные покрытия и другие сооружения.

2. Гидротехнические расчеты: математические модели применяются для изучения потоков воды, расчета уровней подтопления, проектирования плотин, дамб, каналов и других объектов водного хозяйства.

3. Теплопроводность и вентиляция: при разработке систем отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха применяются математические методы моделирования теплопотока и воздушных потоков. Пример на рисунке 1.

Трубка из нержавеющей стали с внутренним диаметром $d_1 = 7{,}6$ *мм* и наружным диаметром $d_2 = 8$ *мм* включена в электрическую цепь. Все тепло отводится через внутреннюю поверхность трубки. Вычислить объемную производительность источников тепла и перепад температур в стенке трубки, если по трубке пропускается ток силой $I = 250$ *А*. Удельное электрическое сопротивление и коэффициент теплопроводности стали соответственно равны $\rho = 0{,}85$ *Ом·мм²/м*, $\lambda = 18{,}6$ *Вт/м·град*.

Решение

Электрическое сопротивление на единицу длины трубки:

$$R_\ell = \frac{\rho}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{0{,}85}{3{,}14\left[\left(\frac{8}{2}\right)^2 - \left(\frac{7{,}6}{2}\right)^2\right]} \text{ Ом/м} = 0{,}174 \text{ Ом/м}.$$

Здесь r_1, r_2 – внутренний и внешний радиусы трубки ($r_1 = 7{,}6$ *мм*, $r_2 = 4$ *мм*).

Тепловой поток на единицу длины:

$$q_\ell = I^2 \cdot R_\ell = 250^2 \cdot 0{,}174 \text{ Вт/м} = 10875 \text{ Вт/м}.$$

Объемная производительность внутренних источников тепла:

$$q_V = \frac{q_\ell}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{10875}{3,14\left(4^2 - 3,8^2\right)\cdot 10^{-6}}\ Вт/м^3 = 2,22\cdot 10^9\ Вт/м^3.$$

Перепад температур в стенке трубы (формула 1.35):

$$t_{W2} - t_{W1} = \frac{q_V r_2^2}{4\lambda}\cdot\left[2\ln\frac{r_2}{r_1} - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1\right] = \frac{2,22\cdot 10^9\cdot 0,004^2}{4\cdot 18,6}\cdot\left[2\ln\frac{4}{3,8} + \left(\frac{3,8}{4}\right)^2 - 1\right]°C = 2,4°C.$$

4. Геодезия и картография: использование высшей математики для определения координат, измерения углов и дистанций, составления планов местности и многих других геодезических задач. Пример решения:

Определить географические координаты точки с известной отметкой на карте масштаба 1:10000 (У–34–37–В–в–4).

Исходные данные по вариантам приведены в табл.15.

Таблица 15

Номер вари-анта	Квадрат километ-ровой сетки	Отметка точки *H*, м	Номер вари-анта	Квадрат километ-ровой сетки	Отметка точки *H*, м
1	6711	180,0	9	6411	150,3
2	6812	212,2	10	6412	154,6
3	6711	167,2	11	6611	130,4
4	6612	149,7	12	6712	156,1
5	6511	156,9	13	6611	160,6
6	6512	147,2	14	6611	156,8
7	6511	137,5	15	6711	166,2
8	6411	129,4			

Пример решения. Определить географические координаты точки *A* с отметкой 160,6, расположенной в квадрате 66,11 (66,11 – координаты юго-западного угла километровой сетки) карты масштаба 1:10000 (рис.18).

Проводим через заданную точку *A* параллель (т.е. линию, параллельную южной стороне рамки карты) – см.рис.18. Широта т.*A* равна широте южной рамки ($\varphi = 54°40'$) плюс число минут и секунд от южной рамки до параллели точки (1 24):

$$\varphi_A = 54°\,40' + 1' + 25'' = 54°\,41'25''.$$

Долготу т.A находим аналогично, проводя через точку истинный меридиан и пользуясь делениями на южной и северной сторонах рамки:

$$\lambda=18°03'45''+15''+55''=18°04'55''.$$

Географические координаты определяем и с помощью миллиметровой линейки с применением формул:

$$\varphi_A = \varphi_0 + \Delta\varphi; \quad \Delta\varphi'' = \frac{\Delta l\varphi}{l_\varphi}\cdot 60'' = \frac{79\text{ мм}}{185\text{ мм}}\cdot 60'' = 25{,}6'';$$

$$\lambda_A = \lambda_0 + \Delta\lambda; \ \Delta\lambda'' = \frac{\Delta l_\lambda}{l_\lambda}\cdot 60'' = \frac{96\text{ мм}}{108\text{ мм}}\cdot 60'' = 53{,}3''.$$

где φ_0 и λ_0– координаты юго-западного угла трапеции, в кото ром расположена данная точка;

$\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$– приращения координат;

Δl_φи Δl_λ– расстояния в мм до данной точки соответственно от ближайшей южной параллели и от ближайшего западного меридиана;

l_φ и l_λ– длины в миллиметрах ближайших на рамках карты минут соответственно по широте и долготе.

$$\varphi_A = 54°41\,'+ 25{,}6' = 54°41'25{,}6'';$$

$$\lambda_A = 18°04 + 53{,}3'' =18°04'53{,}3''.$$

Это лишь несколько примеров применения математики в строительстве. В целом, математические знания позволяют инженерам и проектировщикам более точно анализировать, проектировать и строить различные инженерные системы и сооружения.

Дифференциальные уравнения находят широкое применение в различных аспектах строительства. Вот лишь несколько примеров использования дифференциальных уравнений, например в геотехнике дифференциальные уравнения применяются для моделирования поведения грунтов, расчета фильтрации, деформаций грунтовых оснований и других геотехнических явлений. Пример задачи:

Определить объем строительных материалов, которые изготовили рабочие, если производительность труда определяется функцией $f(t) = -3t^2 + 18t$. Найти выработку рабочего времени: 1) за трудовой день; 2) за третий час работы; 3) за последний трудовой час (длительность рабочего времени 6 часов); 4) произвести экономический анализ задачи.

Решение: Если непрерывная функция $f(t)$ определяет производительность труда в зависимости от времени t, тогда объем строительных материалов, которые изготовили рабочие за промежуток времени от t_1 до t_2, будет выражаться формулой: $V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$. В нашем случае $f(t) = -3t^2 + 18t$.

1. Определим общую выработку рабочего времени за весь день (6 часов):

$$Q = \int_0^T f(t)dt = \int_0^6 (-3t^2 + 18t)dt = (-t^3 + 9t^2)|_0^6 = 108 \text{ (у. е.)}$$

2. Найдем выработку рабочего времени за третий час работы:

$$Q = \int_2^3 f(t)dt = \int_2^3 (-3t^2 + 18t)dt = (-t^3 + 9t^2)|_2^3 = 26 \text{ (у. е.)}$$

3. Определим выработку рабочего времени за последний час работы:

$$Q = \int_5^6 f(t)dt = \int_5^6 (-3t^2 + 18t)dt = (-t^3 + 9t^2)|_5^6 = 8 \text{ (у. е.)}$$

Математические методы позволяют решать большой круг экономических и земле строительных задач, связанных с обоснованием оптимальных вариантов устройства территории, а также использования материальных, трудовых и денежных ресурсов.

Литература:

1. Блехман И.И., Мышкис А.Д., Пановко Я.Г. Прикладная математика: логика, особенности подходов. – Киев: Навукова думка, 1976
2. Математика наших дней. – М.: Знание, 1976
3. Мышкис А.Д. Что такое прикладная математика? Вестник высшей школы, 1967, №2
4. Налимов В.В. Логические основания прикладной математики. - М.: Издательство МГУ, 1979
5. Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Вводные лекции по прикладной математике. – М.: Наука, 1984