

Дудяк А. И., Хвасько В. М.

**ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ИЗГИБЕ СОСТАВНОЙ БАЛКИ
В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СПОСОБОВ ЗАКРЕПЛЕНИЯ ЕЕ ТОРЦОВ***Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь*

В статье рассматривается поперечный изгиб двухопорной балки, составленной из двух стержней, выполненных из одного материала. Приводятся два случая закрепления торцов стержней балки: 1) стержни свободно лежат друг на друге; 2) торцы стержней жестко соединены друг с другом сваркой или склеиванием. Для первого случая были получены формулы для определения углов поворота торцов стержней. Для второго случая было получено выражение для вычисления прогиба балки посередине пролета.

Предложенная методика расчета деформаций при изгибе основана на методе начальных параметров, однако учитывает влияние закрепления торцов стержней в составной балке.

В курсе сопротивления материалов наиболее часто встречаются изделия в виде стержней, которые подвергаются различным видам деформаций. Стержень представляет собой тело, один размер которого больше двух других. Под изгибом понимают такой вид деформации, когда в поперечных сечениях возникают изгибающие моменты. Изгиб стержня подразделяется на чистый изгиб и поперечный изгиб. Под чистым изгибом понимают такой вид деформации, когда в поперечных сечениях возникают только изгибающие моменты, а поперечные и нормальные силы отсутствуют. Если в сечениях стержня наряду с изгибающими моментами возникают и поперечные силы, то такой изгиб называется поперечным изгибом. Балкой называется стержень, работающий на изгиб [1; 2].

Ранее были исследованы деформации консольной балки, составленной из двух стержней прямоугольного поперечного сечения, выполненных из одинакового материала [3], а также составленной из трех стержней, выполненных из разнородных материалов [4], которые возникают при чистом изгибе. В данной работе ставится цель разработать методику расчета деформаций при поперечном изгибе двухопорной балки, составленной из двух стержней, выполненных из одного материала, в зависимости от способов закрепления ее торцов.

Сначала рассмотрим двухопорную балку, состоящую из двух стержней, не связанных между собой, а свободно лежащих друг на друге. В качестве нагрузки выберем поперечную силу F , приложенную посередине пролета балки (рис. 1, *a*). Примем, что оба стержня выполнены из одного и того же материала и имеют поперечные сечения прямоугольной формы с одинаковой шириной b и высотой h (рис. 1, *b*).

До деформации стержни балки были строго одинаковой длины l и их торцы были в одной плоскости. При деформации такой балки стержни изгибаются независимо друг от друга. Нейтральные слои стержней проходят через центры тяжести сечений стержней и обозначены пунктирными линиями на рис. 1, *a*. Окончания нейтральных слоев на торцах стержней будут находиться на вертикальных линиях I–I и II–II, а сами торцы стержней повернутся относительно первоначального положения на углы θ_A и θ_B соответственно. В силу симметрии нагружения балки будет выполняться условие:

$$\theta_A = \theta_B. \quad (1)$$

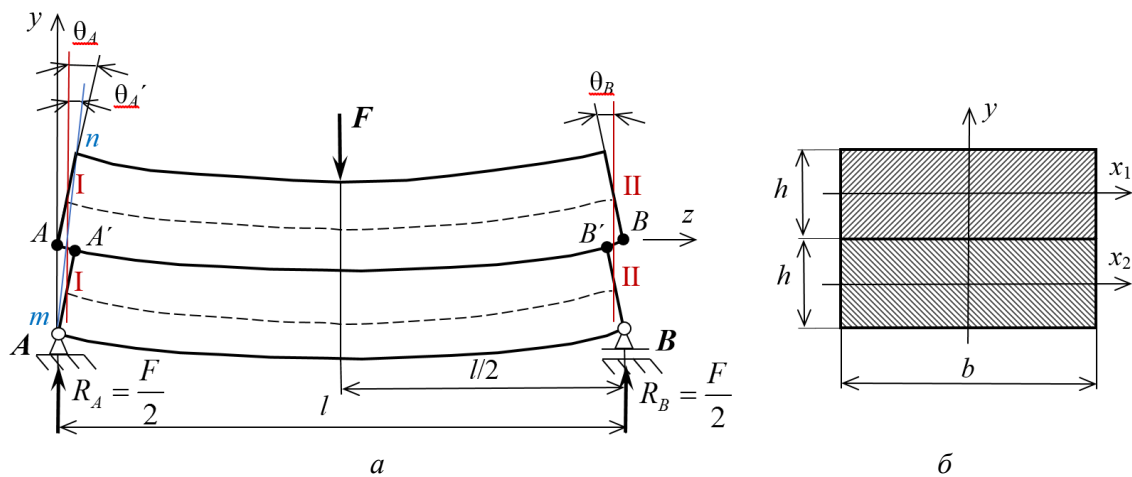


Рис. 1. Изгиб двухопорной балки, составленной из не связанных между собой стержней: а – схема нагружения и деформации балки; б – поперечное сечение балки

Углы поворота торцов стержней (1) можно определить, используя метод начальных параметров в следующем виде [1; 2]:

$$E(I_x)_c \cdot y_B = E(I_x)_c \cdot y_A + E(I_x)_c \cdot \theta_A \cdot l + R_A \frac{l^3}{6} - F \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^3}{6} = 0. \quad (2)$$

Так как вертикальные перемещения на опорах А и В равны нулю, т. е. $y_A = y_B = 0$, то из уравнения (2) следует:

$$E(I_x)_c \theta_A = F \cdot \frac{l^2}{48} - \frac{F}{2} \cdot \frac{l^2}{6} = -\frac{Fl^2}{16}. \quad (3)$$

Из выражения (3) с учетом соотношения (1) получим:

$$\theta_A = \theta_B = -\frac{Fl^2}{16(EI_x)_c}, \quad (4)$$

где $(EI_x)_c = E(I_{x1} + I_{x2}) = E\left(\frac{bh^3}{12} + \frac{bh^3}{12}\right) = E\frac{bh^3}{6}$ – суммарная жесткость сечения балки.

Далее рассмотрим способ соединения стержней, представленных на рис. 1, в единое целое следующим образом. Верхний стержень подвергнем осевому сжатию, а нижний – осевому растяжению. После соединения торцов стержней в одну плоскость жестко соединим их друг с другом торцевой сваркой или склеиванием. Расчетная схема полученного таким образом стержня, подвергнутого поперечному изгибу силой F , показана на рис. 2.

В результате такого соединения стержней и одновременном действии поперечного изгиба в верхнем стержне возникает растягивающая внутренняя сила N_1 , а в нижнем – сжимающая сила N_2 . Причем из условия статического равновесия необходимо, чтобы $N_1 = N_2 = N$ (рис. 2, б). При таком действии сил N в окрестности торцов стержней будут возникать одинаковые по величине изгибающие моменты M (рис. 2, а).

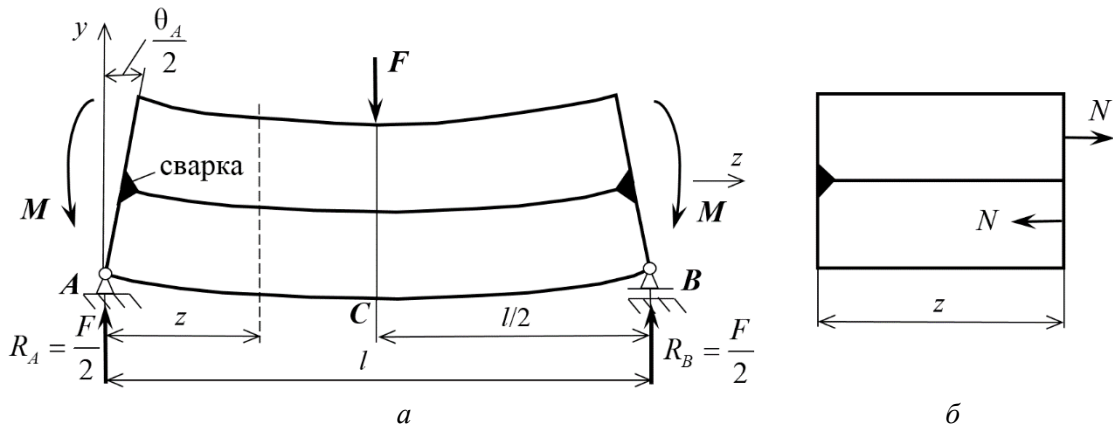


Рис. 2. Изгиб двухопорной балки, составленной из скрепленных между собой стержней: *a* – схема нагружения и деформации; *б* – схема действия внутренних сил

Угол поворота сечения определяется из геометрических условий, приведенных на рис. 1, *a*. При составлении торцов стержней в одну плоскость они займут положение по линии *m–n*. А из геометрии углов поворота сечений следует, что угол поворота сечения *m–n* относительно вертикали составит:

$$\theta_A' = \frac{\theta_A}{2}. \quad (5)$$

Используя метод начальных параметров [1; 2], формулы (4), (5), определим прогиб сечения балки на опоре *B*, который представим в виде уравнения:

$$E(I_x)_c \cdot y_B = E(I_x)_c \cdot y_A + E(I_x)_c \cdot \frac{\theta_A}{2} \cdot l - M \frac{l^2}{2} + R_A \frac{l^3}{6} - F \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^3}{6} = 0. \quad (6)$$

Так как на опорах $y_A = y_B = 0$, то из уравнения (6) определим изгибающий момент *M*, действующий на торцах балки:

$$M \cdot \frac{l^2}{2} = (EI_x)_c \cdot \frac{\theta_A}{2} \cdot l + R_A \cdot \frac{l^3}{6} - F \cdot \frac{l^3}{48}. \quad (7)$$

Подставив значение θ_A из формулы (4) и реакцию $R_A = \frac{F}{2}$, получим:

$$M = \frac{Fl}{16}. \quad (8)$$

Перемещение балки в вертикальном направлении в зоне точки *C* (рис. 2, *a*) можно определить с помощью метода начальных параметров [1; 2], подставив значение θ_A из формулы (4), величину R_A и изгибающий момент *M* в соответствии с формулой (8):

$$E(I_x)_c \cdot y_C = E(I_x)_c \cdot \left(-\frac{Fl^2}{32(EI_x)_c} \right) \cdot \frac{l}{2} + \frac{F}{2} \cdot \frac{l^3}{48} - \frac{Fl}{16} \cdot \frac{l^2}{8}, \quad (9)$$

откуда окончательно получим формулу:

$$y_C = -\frac{5Fl^3}{384(EI_x)_c}. \quad (10)$$

Последняя формула (10) позволяет вычислить прогиб двухопорной составной балки посередине пролета при жестком креплении стержней по торцам.

Таким образом, предложена методика определения деформаций при изгибе составной балки, которая основана на методе начальных параметров, но при этом учитывается влияние закрепления торцов стержней.

ЛИТЕРАТУРА

1. Феодосьев, В. И. Соппротивление материалов / В. И. Феодосьев. – 10-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 1999. – 572 с.
2. Подскребко, М. Д. Соппротивление материалов: учебник / М. Д. Подскребко. – Минск : Высш. шк., 2007. – 800 с.
3. Дудяк, А. И. Деформации и напряжения в консольной балке в зависимости от способа крепления торцов консоли / А. И. Дудяк, В. М. Хвасько, А. Д. Сахнович // Приборостроение-2021: материалы 14-й Международной научно-технической конференции, 17–19 ноября 2021 года, Минск, Республика Беларусь / редкол.: О. К. Гусев (председатель) [и др.]. – Минск : БНТУ, 2021. – С. 174–175.
4. Дудяк, А. И. Изгиб составных балок / А. И. Дудяк, В. М. Хвасько // Теоретическая и прикладная механика: международный научно-технический сборник / БНТУ; редкол.: Ю. В. Василевич (пред. редкол., гл. ред.). – Минск : БНТУ, 2022. – Вып. 36. – С. 118–120.

Поступила 08.09.2023

УДК 539.3+621.8.035

Мойсейчик Е. А.¹, Мойсейчик А. Е.², Яковлев А. А.¹

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ РАЗВИТИЯ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ В СТАЛЬНЫХ ИЗДЕЛИЯХ ПО ИНФРАКРАСНОМУ ИЗЛУЧЕНИЮ ПОВЕРХНОСТИ

1. Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
2. ЗАО «Струнные технологии», Минск, Беларусь

Целью настоящей статьи является проявление возможностей инфракрасной компьютерной термографии для диагностики развития пластических деформаций стальных изделий. Изложены методика проводимых экспериментальных исследований. Приведены и проанализированы результаты экспериментов. Экспериментально обоснована возможность применения инфракрасной компьютерной термографии для исследований закономерностей зарождения, распространения и локализации пластической деформации в стальных элементах при их деформировании при комнатных температурах и после предварительного охлаждения.

Введение. Работоспособность стальных элементов, содержащих конструктивно-технологические дефекты, существенно зависит от кинетики зарождения, развития и локализации пластических деформаций, от поведения материала при больших упругопластических деформациях [1–3]. Деформирование с образованием локализованных пластических сдвигов в форме мезополос начинается на мезомасштабном уровне [4]. На макромасштабном