

12. Мойсейчик, Е. А. Моделирование работы и термография растянутых сварных соединений стальных конструкций с парными накладками / Е. А. Мойсейчик, С. Д. Шафрай // Вестн. гражд. инженеров. – 2014. – № 6 (47). – С. 58–63.

13. Moysyechik, E. A. Analyzing patterns of heat generated by the tensile loading of steel rods containing discontinuity-like defects / E. A. Moysyechik, V. P. Vavilov // International Journal of Damage Mechanics. – 2018. – Vol. 27. – Iss. 6. – P. 950–960.

14. Oliferuk W., Maj M., Zembrzycki K. Determination of the Energy Storage Rate Distribution in the Area of Strain Localization Using Infrared and Visible Imaging // Exp. Mech. – 2015. – V. 55. – P. 753–760.

15. Пантелеев, К. В. Диагностика локальных изменений пластической деформации по работе выхода электрона // К. В. Пантелеев, А. И. Свистун, А. Л. Жарин / Приборы и методы измерений. – 2015. – № 1 (10). – С. 56–63.

Поступила 16.12.2023

УДК 621.83.06

Прудников А. П.

## ПРОЧНОСТНОЙ И ТЕПЛОВОЙ АНАЛИЗ ПЛАНЕТАРНОЙ ТОРОВОЙ ВИНТОВОЙ ПЕРЕДАЧИ

Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь

*В статье рассмотрена конструкция малогабаритной планетарной торовой винтовой передачи с радиальной компоновкой звеньев, обладающей высокими нагрузочной способностью, плавностью и кинематической точностью, широким диапазоном реализуемых передаточных отношений, предназначенной для приводов мехатронных модулей, роботов и манипуляторов, создания мотор-редукторов, буровой техники, механизированных приспособлений. Проведен прочностной и тепловой анализ планетарной торовой винтовой передачи, в том числе с использованием метода конечных элементов. Прочностной анализ позволяет получить зависимости для определения геометрических параметров основного элемента передачи (составного ролика), исходя из действующих на него усилий. Тепловой анализ позволяет установить картину распределения тепла в передаче и доказывает, что передача несмотря на компактные размеры эффективно рассеивает тепло.*

**Введение.** Планетарная торовая винтовая передача благодаря своим малым габаритным размерам (до 200 мм) и высокой нагрузочной способности вследствие многопоточности [1] может применяться в качестве редуцирующих узлов в мехатронных модулях, роботах и манипуляторах, мотор-редукторах, буровой технике, механизированных приспособлениях.

Конструкция передачи приведена на рис. 1.

Принцип действия передачи заключается в том, что вращение ведущего вала 1, на торцевой торовой поверхности которого выполнена винтовая беговая дорожка 2, вынуждает поворачиваться вокруг своих осей составные ролики 5. В свою очередь составные ролики, совершая вращательное движение, взаимодействуют с беговыми дорожками 4, нарезанными на зафиксированном в корпусе передачи звене 3. Таким образом, составные ролики 5 посредством пальцев 6 одновременно взаимодействуют с беговыми дорожками 2 и 4. В результате наложенные связи вынуждают вращаться с редуциацией ведомый вал 7, в котором установлены составные ролики [2].

В качестве кривых, для образования беговых дорожек, предложено использовать Архимедову спираль, расположенную на торовой поверхности, образуемой рабочими

поверхностями ведущего и заторможенного звеньев [1]. Соответственно полученную передачу предложено называть планетарная торовая винтовая передача с радиальной компоновкой звеньев.

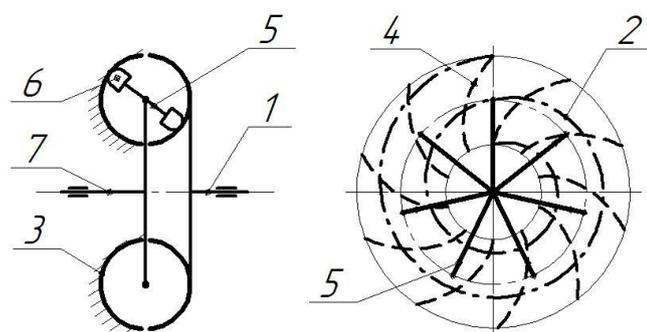


Рис. 1. Схема планетарной торовой винтовой передачи:  
1 – ведущий вал; 2, 4 – беговые дорожки; 3 – зафиксированное звено; 5 – составной ролик;  
6 – палец составного ролика; 7 – ведомый вал

Передаточное отношение определяется как

$$u = Z_1 \cdot Z_2 + 1, \quad (1)$$

где  $Z_1$  – число витков винтовой линии (Архимедовой спирали), образующей беговую дорожку на ведущем звене;  $Z_2$  – число канавок, представляющих собой часть винтовой линии (Архимедовой спирали), и образующих беговые дорожки на заторможенном звене.

Передаточное отношение может достигать 100 в одной ступени при сохранении малых радиальных габаритных размеров передачи.

Высокая нагрузочная способность, плавность и кинематическая точность передачи обеспечиваются распределением силовых потоков между составными роликами, причем в передаче нагрузки участвует около 90 % от общего количества составных роликов.

Максимальное возможное количество составных роликов можно определить следующим образом:

$$n_{\max} = \frac{Z_2}{Z_1} + Z_1. \quad (2)$$

Прочностной анализ планетарной торовой винтовой передачи позволит разработать алгоритм расчета геометрических параметров основных элементов передачи, исходя из действующих в ней усилий.

Поскольку основные узлы передачи вписаны в малые габаритные размеры и КПД соответствует червячным редукторам [3] для планетарной торовой винтовой передачи необходим тепловой расчет.

**Прочностной и тепловой расчет.** В планетарной торовой винтовой передаче звеном, на которое действуют наибольшие нагрузки и соответственно в котором возникают наибольшие напряжения, является составной ролик [3]. При прочностном анализе необходимо выполнить расчет пальцев составного ролика по контактным напряжениям и напряжениям изгиба. Поскольку пальцы могут быть выполнены как со сферической наружной поверхностью, так и цилиндрической (рис. 2) проанализируем оба случая.

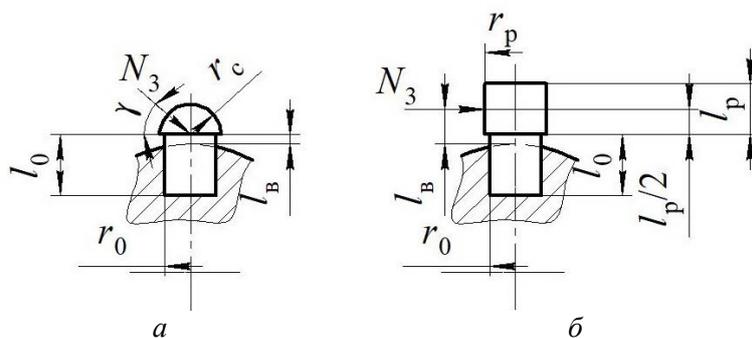


Рис. 2. Схема установки пальца в составном ролике и действующих на него сил:  
*a* – со сферической формой наружной поверхности пальца; *б* – с цилиндрической формой  
 наружной поверхности пальца

Рассматриваемые напряжения определим для пальца, взаимодействующего с беговой дорожкой на зафиксированном в корпусе звене, поскольку от беговой дорожки на ведущем звене действующая на палец сила в несколько раз меньше [3].

Максимальные контактные напряжения определяются на основании формул Герца [4, с. 531–532]. Так для пальцев с цилиндрической формой наружной поверхности:

$$\sigma_{H3} = 0,19 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{\frac{N_3}{r_p \cdot l_p}}, \quad (3)$$

где  $N_3$  – сила, действующая на палец составного ролика со стороны беговой дорожки на зафиксированном звене, Н;  $r_p$  – радиус наружной цилиндрической поверхности пальца, м;  $l_p$  – длина поверхности пальца, контактирующей с беговой дорожкой, м.

Для пальцев со сферической формой наружной поверхности при расчете напряжений необходимо учесть, что беговые дорожки нарезаются сферической фрезой радиусом большим радиуса наружной сферической поверхности пальца приблизительно на 3%. После необходимых преобразований получаем, что максимальные контактные напряжения определяются по формуле

$$\sigma_{H3} = 17,21 \cdot 10^6 \cdot \sqrt[3]{\frac{N_3}{r_c^2}}, \quad (4)$$

где  $r_c$  – радиус наружной сферической поверхности пальца, м.

Полученные зависимости позволяют определить минимально возможный радиус наружной поверхности пальца, а, следовательно, и фрезы для нарезания беговых дорожек.

Проверка на прочность при изгибе для пальца составного ролика выполняется аналогично проверке зубьев цилиндрических колес, поскольку пальцы имеют аналогичное напряженное состояние [5, с. 146].

Напряжение изгиба в опасном сечении (рис. 2) для пальца составного ролика определяется по формуле

$$\sigma_F = \frac{2 \cdot N_3 \cdot (2 \cdot l_B \cdot \cos \gamma - r_0 \cdot \sin \gamma)}{\pi \cdot r_0^3} \leq [\sigma_F], \quad (5)$$

где  $l_g$  – расстояние от точки приложения силы на оси вращения пальца до опасного сечения, м;  $\eta$  – радиус посадочной цилиндрической поверхности пальца, посредством которой он базируется в составном ролике м;  $\gamma$  – угол наклона реакции  $N_3$  относительно плоскости перпендикулярной оси вращения пальца (для пальца с цилиндрической наружной поверхностью равен нулю), рад;  $[\sigma_F]$  – допускаемое напряжение изгиба, Па.

Исходя из допускаемых напряжений изгиба можно определить минимально возможный размер пальца  $\eta$ . В свою очередь  $l_0$  можно найти из допускаемых напряжений смятия, формула для нахождения  $l_0$  приведена в [6].

Уравнение теплового баланса для планетарной торовой винтовой передачи аналогично таковому для червячной передачи [5, с. 226].

Большая часть потерь энергии возникает при взаимодействии пальцев составных роликов с соответствующими беговыми дорожками. А именно вследствие возникающих потерь на трение в местах установки пальцев в составных роликах (рис. 2) и из-за разности скоростей на наружной поверхности пальцев, посредством которой они контактируют с беговыми дорожками.

Зная КПД передачи (без учета потерь в подшипниках), количество составных роликов и соотношение сил, действующих на составной ролик со стороны ведущего и зафиксированного звеньев [3], можно определить потери энергии на каждом пальце составного ролика.

Для пальца, взаимодействующего с беговой дорожкой на ведущем валу потери энергии определяются по формуле

$$W_1 = \frac{P_1 \cdot (1 - \eta)}{n_p} \cdot \frac{N_1}{N_3}, \quad (6)$$

где  $P_1$  – мощность на ведущем валу передачи, Вт;  $\eta$  – КПД передачи;  $n_p$  – количество составных роликов, передающих нагрузку;  $N_1$  – сила, действующая на палец составного ролика со стороны беговой дорожки на ведущем валу, Н.

Потери энергии для пальцев, взаимодействующих с беговой дорожкой на зафиксированном звене определяются по формуле

$$W_3 = \frac{P_1 \cdot (1 - \eta)}{n_p} - W_1. \quad (7)$$

**Компьютерное моделирование.** Для подтверждения правильности полученных зависимостей для расчета на прочность элементов составного ролика воспользуемся методом конечных элементов. Расчет выполним в пакете Ansys, реализующим метод конечных элементов, для пальцев со сферической формой наружной поверхности, поскольку для них действуют наибольшие силы [3].

Для упрощения расчетной модели выполним моделирование только составного ролика (со сферической формой наружной поверхности пальцев) и зафиксированного звена. При моделирование исследуемой передачи использовались следующие исходные параметры: число периодов винтовой линии, образующей беговую дорожку на ведущем звене  $Z_1 = 2$ ; число беговых дорожек на зафиксированном звене  $Z_3 = 10$  число составных роликов  $n_p = 7$ ; размеры торовой поверхности:  $R_3 = 28$  мм,  $r = 14$  мм; размеры пальца:  $r_c = 3,75$  мм,  $r_0 = 3,6$  мм,  $l_g = 0,7$  мм. В качестве материала для моделируемых звеньев принимается

сталь. Нагрузку задаем в виде вращающего момента, действующего на один составной ролик, равного  $4,17 \text{ Нм}$  (исходя из момента на ведомом валу  $M_2 = 50 \text{ Нм}$ ) [7].

На рис. 3 приведены сетка разбиения на конечные элементы, действующие сила и ограничения, результаты прочностного анализа элементов составного ролика с помощью метода конечных элементов.

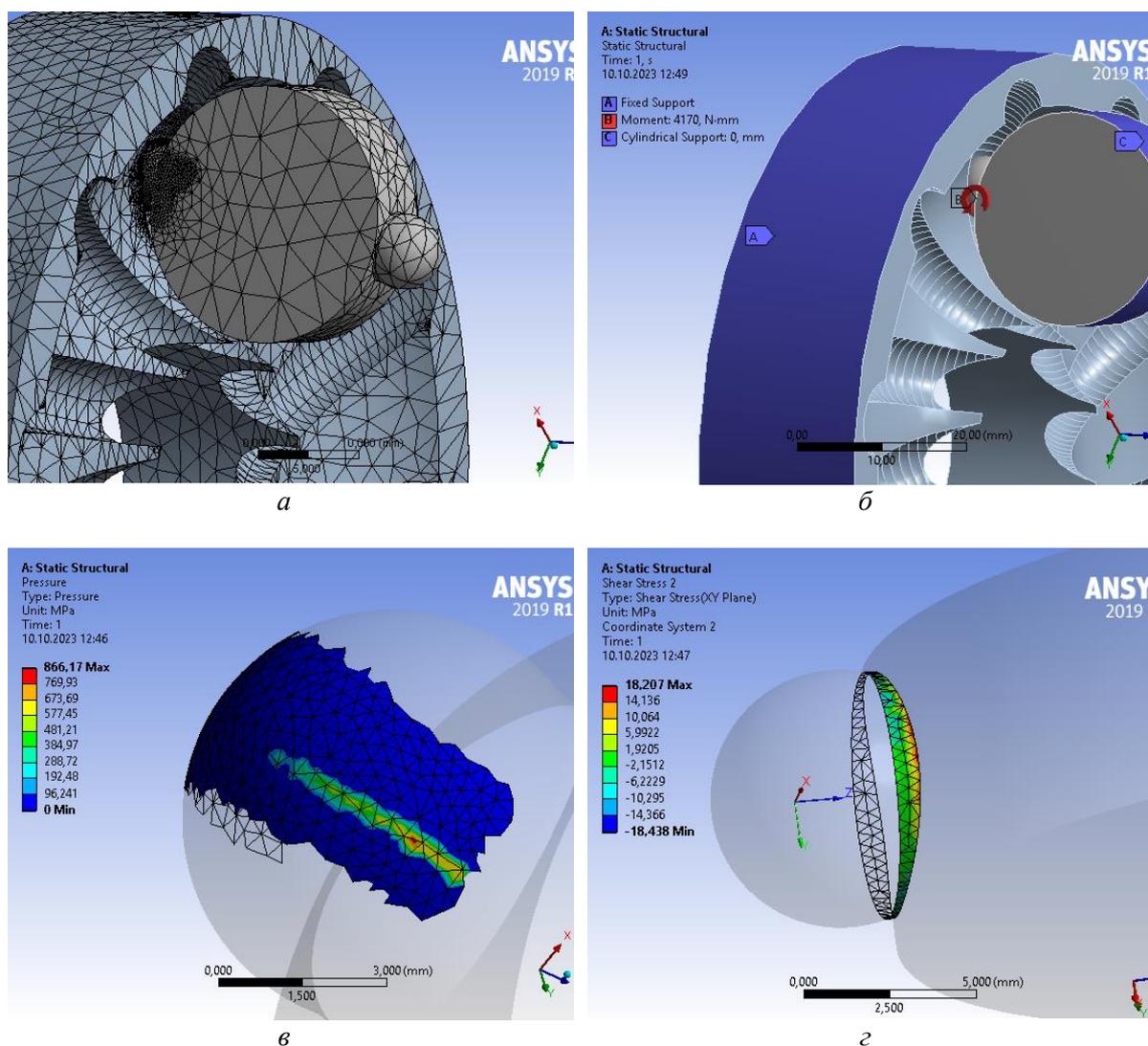


Рис. 3. Результаты анализа напряжений:

- a* – сетка разбиения на конечные элементы; *б* – действующие сила и ограничения;
- в* – распределение контактного давления при взаимодействии пальца составного ролика с беговой дорожкой на зафиксированном звене;
- г* – напряжения изгиба для пальца в опасном сечении

Расхождение между результатами расчета, определенных с помощью метода конечных элементов и выведенных теоретических зависимостей не превышает 5 %, что подтверждает адекватность полученных зависимостей.

Для анализа распределения тепла в планетарной торовой винтовой передаче также был применен метод конечных элементов. В качестве исходных данных при моделировании задавались следующие параметры: число периодов винтовой линии, образующей беговую дорожку на ведущем звене  $Z_1 = 3$ ; число беговых дорожек на зафиксированном

звене  $Z_3=12$ ; число составных роликов  $n_p=7$ ; размеры торовой поверхности:  $R = 32$  мм,  $r = 16$  мм; размеры пальца  $r_c = 5$  мм; КПД передачи 0,86 [7]; вращающий момент на ведущем валу 8 Нм; частота вращения ведущего вала  $1000 \text{ мин}^{-1}$ ; конвекция с поверхности корпуса передачи  $10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$ ; пластичная (графитовая) смазка пальцев составного ролика и беговых дорожек; образуемые в результате потерь энергии тепловые потоки для пальцев рассчитывались по ранее выведенным зависимостям (6)–(7). В качестве материала для моделируемых звеньев принималась сталь.

На рис. 4 приведены граничные условия задачи стационарной теплопроводности и результаты теплового анализа планетарной торовой винтовой передачи. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что поскольку нагрузка в передаче распределяется по потокам, то и температура в редукторе распределяется равномерно по составным роликам, пальцы которых имеют наибольшую температуру в передаче. От составных роликов тепло передается на ведомый вал, который из-за малой поверхности охлаждения является вторым по наибольшему нагреву звеном передачи. Ведущее и зафиксированное звено, обладая большими массогабаритными параметрами и контактируя с корпусом передачи хорошо рассеивают тепло.

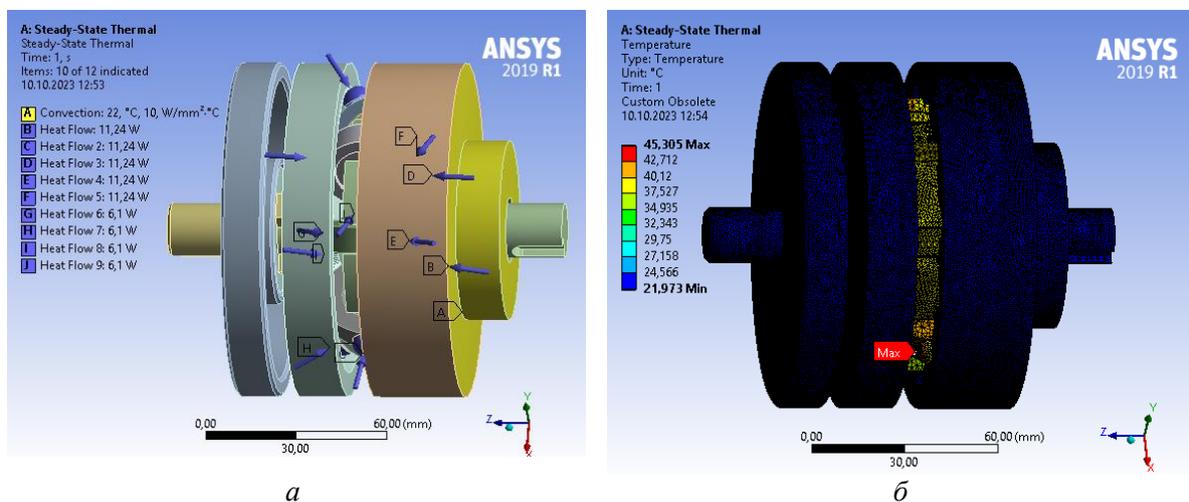


Рис. 4. Тепловой анализ исследуемой передачи (корпус не показан):  
*а* – граничные условия; *б* – результаты расчета температурного состояния

Проведенный тепловой анализ показал, что при передаваемой мощности до 2 кВт планетарная торовая винтовая передача с радиальными габаритными размерами корпуса от 100 мм до 200 мм может использоваться в приводах постоянного действия, а при большей мощности – в приводах периодического действия, и исходя из этого она может применяться в качестве редуцирующих узлов в мехатронных модулях и роботах.

**Заключение.** В ходе прочностного расчета планетарной торовой винтовой передачи получены зависимости, позволяющие выполнить расчет геометрических параметров пальцев составных роликов, являющихся наиболее нагруженными элементами передачи. Адекватность полученных зависимостей подтверждена с помощью метода конечных элементов.

Проведенный тепловой анализ передачи позволяет заключить, что несмотря на компактные размеры и применение пластичных смазочных материалов передача эффективно рассеивает тепло.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Prudnikov, A. P. Planetary torus helical transmission / A. P. Prudnikov // International Conference on Mechanical Engineering and Modern Technologies. – 2020. – Vol. 795. – P. 1–6.
2. Прудников А. П. Сферическая передача с фиксированным расположением промежуточных тел качения / А. П. Прудников // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы междунар. науч.-техн. конф./ М-во образования Респ. Беларусь, М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Белорус. – Рос. ун-т; редкол.: М. Е. Лустенков (гл. ред.) [и др.]. – Могилев: Белорус. – Рос. ун-т, 2019. – С. 100.
3. Прудников А. П. Определение действующих сил в планетарной торовой винтовой передаче / А. П. Прудников // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы междунар. науч.-техн. конф. молод. ученых / М-во образования Респ. Беларусь, М-во науки и высшего образования Рос. Федерации, Белорус.-Рос. ун-т; редкол.: М. Е. Лустенков (гл. ред.) [и др.]. – Могилев: Белорус. – Рос. ун-т, 2020. – С. 68.
4. Биргер, И. А. Расчет на прочность деталей машин: справ. / И. А. Биргер, Б. Ф. Шорр, Г. Б. Иосилевич. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1993. – 640 с.
5. Иванов, М. Н. Детали машин: Учебник / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. – 15-е изд., испр. – М.: Юрайт, 2016. – 408 с.
6. Прудников, А. П. Силовой и прочностной анализ передачи с фиксированным расположением промежуточных тел качения / А. П. Прудников, А. Д. Бодунова // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2020. – № 3 (68). – С. 86–96.
7. Прудников, А. П. Распределение сил между звеньями планетарной торовой винтовой передачи / А. П. Прудников, А. Д. Бодунова // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого: научно-практический журнал. – 2021. – № 2. – С. 5–14.

*Поступила 02.11.2023*