

<https://doi.org/10.21122/1029-7448-2024-67-4-345-362>

УДК 004.4+621.1+621.373.8

## Самопроизвольное зарастание трещиноватости в рабочих камерах энергетических газожидкостных тепловых установок – диффузионные динамические процессы

Т. В. Рыжова<sup>1)</sup>, Д. Н. Бухаров<sup>2)</sup>, М. М. Аракелян<sup>3)</sup>, С. М. Аракелян<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь),

<sup>2)</sup>Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича  
и Николая Григорьевича Столетовых (Владимир, Российская Федерация),

<sup>3)</sup>Ереванский государственный университет (Ереван, Республика Армения)

© Белорусский национальный технический университет, 2024  
Belarusian National Technical University, 2024

**Реферат.** Рассмотрены вопросы образования неоднородностей и трещин и эффекты их самопроизвольного заживления на известных принципах и представлениях нелинейной динамики и квантовых технологий для полноты описания картины возможных процессов. При этом самопроизвольное зарастание микрон неоднородностей в твердотельных/металлических изделиях, подобные дефекты в которых возникают при различных режимах их эксплуатации, обсуждается на примере теплоэнергетических установок разного типа с циклическими процессами и вибрациями. Механизм такого заживления/холодной сварки определяется динамическими процессами нестационарной диффузии с временными характеристиками в рамках соответствующих модельных представлений. Рассматривается модель диффузионно-ограниченной агрегации дефектов/частиц, реализованная методом клеточного автомата с окрестности Неймана, модель случайного и баллистического осаждения, а также перколяционный подход. Описывается процесс модификации и развития 3D-трещиноватой структуры на основании теории нагрузок Гриффитса для дислокаций с учетом поэтапного последовательного перехода от устойчивого состояния к стадии роста. В результате действия таких динамических нагрузок в твердотельном объекте наблюдается быстрое изменение параметров микротрещиноватости, которое можно представлять как локальные микровзрывы: рост и слияние природных микротрещин в более крупные; зарождение новых микротрещин; раскрытие крупных микротрещин с образованием дефектов следующего иерархического уровня. В обзорном аспекте рассмотрены хорошо известные в математике и физике универсальные режимы функционирования нелинейной динамической системы, пригодные для анализа стабильности и устойчивости работы тепловых энергетических установок. Происходящие процессы связываются с разными типами и стратегиями развития неоднородностей, такими как: коллапс и стагнация, устойчивая периодичность, параметры «в разнос», хаотическое развитие в определенных рамках, срыв/внезапный кризис, резкий скачок и рывок в развитии. Предложенные подходы могут быть

---

### Адрес для переписки

Рыжова Татьяна Викторовна  
Белорусский национальный технический университет  
Партизанский проспект, 77,  
220107, г. Минск, Республика Беларусь  
Тел.: +375 17 250-36-95  
tatsiana.rizhova@yandex.by

### Address for correspondence

Ryzhova Tatiana V.  
Belarusian National Technical University  
77, Partizansky Ave.,  
220107, Minsk, Republic of Belarus  
Tel.: +375 17 250-36-95  
tatsiana.rizhova@yandex.by

---

полезны в задачах повышения реального эксплуатационного состояния камер с рабочим веществом в энергетических установках при их функционировании в различных режимах работы.

**Ключевые слова:** камеры теплоэнергетических установок, нестационарная диффузия, заживление трещин, профили реконструкции трещин

**Для цитирования:** Самопроизвольное зарастание трещиноватости в рабочих камерах энергетических газожидкостных тепловых установок – диффузионные динамические процессы / Т. В. Рыжова [и др.] // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2023. Т. 67, № 4. С. 345–362. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2023-67-4-345-362>

## Spontaneous Overgrowth of Jointing in the Working Chambers of Power Gas-Liquid Thermal Installations – Diffusion Dynamic Processes

T. V. Ryzhova<sup>1)</sup>, D. N. Bukharov<sup>2)</sup>, M. M. Arakelian<sup>3)</sup>, S. M. Arakelyan<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus),

<sup>2)</sup> Vladimir State University A. G. and N. G. Stoletovs (Vladimir, Russian Federation),

<sup>3)</sup> Yerevan State University (Yerevan, Republic of Armenia)

**Abstract.** The issues of the formation of inhomogeneities and cracks as well as the effects of their spontaneous healing are considered on the well-known principles and concepts of nonlinear dynamics and quantum technologies in order to fully describe the picture of possible processes of the genesis of heterogeneities and their self-organization. At the same time, the process of spontaneous overgrowth of micro-inhomogeneities in solid-state/metal products, such defects in which occur under different operating conditions, is discussed on the example of thermal power plants of various types with cyclic processes and vibrations. The mechanism of such healing is determined by dynamic processes of unsteady diffusion with certain temporal characteristics evaluated within the framework of the corresponding model concepts. A model of diffusion-limited aggregation of defects/particles implemented by the cellular automaton method from the Neumann neighborhood, a model of random and ballistic deposition, as well as a percolation approach are considered. The process of modification and development of a 3D fractured structure based on the Griffiths load theory for dislocations is described, taking into account the gradual sequential transition from a stable state to a growth stage. As a result of the action of such dynamic loads in a solid-state object, a rapid change in the parameters of microcracking is observed, which can be represented as local micro-explosions, viz. the growth and fusion of natural microcracks into larger ones; the emergence of new microcracks; the disclosure of large microcracks with the formation of defects of the next hierarchical level. In the overview aspect, the universal modes of operation of a nonlinear dynamic system, well-known in mathematics and physics and suitable for analyzing the stability and sustainability of thermal power plants, are considered. The ongoing processes are associated with different types and strategies for the development of heterogeneities, such as: collapse and stagnation; stable periodicity; parameters “at odds”; chaotic development within certain limits; disruption/sudden crisis; a sharp leap and a breakthrough in development. The proposed approaches can be useful in improving the real operational condition of chambers with working matter in power plants when they operate in various operating modes.

**Keywords:** chambers of thermal power plants, unsteady diffusion, crack healing, crack reconstruction profiles

**For citation:** Ryzhova T. V., Bukharov D. N., Arakelian M. M., Arakelyan S. M. (2024) Spontaneous Overgrowth of Jointing in the Working Chambers of Power Gas-Liquid Thermal Installations – Diffusion Dynamic Processes. *Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.* 67 (4), 345–362. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2024-67-4-345-362> (in Russian)

### Введение

Изучение динамических процессов развития микронеоднородностей и трещиноватости от локальных очагов напряжения и дефектов в твердо-

тельных материалах внутренней камеры с рабочим веществом энергетических газожидкостных устройств в разных режимах их эксплуатации с циклическими процессами в конечном итоге определяет надежность и долговечность их работы. Принципиально, что даже вибрации рабочей установки малой интенсивности могут вызывать кардинальную модификацию 3D-структуры сети трещин (как поверхностных, так и объемных), которая может происходить непрерывно даже в рамках в целом устойчивого с определенной топологией состояния системы (с внутренними связями) под действием разных факторов. Результатом данного воздействия может быть перестройка всей, даже некритической для работы устройства, системы трещин и дефектов с реализацией новых взаимодействий внутри такой 3D-сети.

При этом рост трещины и, следовательно, разрушение объекта происходят, как правило, поэтапно, с последовательным переходом от устойчивого состояния к стадии роста. Каждый этап характеризуется специфическим энергетическим состоянием как самой трещины, так и всего объекта в целом.

Однако в условиях сильно нестационарных рабочих режимов энергетической установки такой процесс перестройки 3D-сети неоднородностей с транзитом масс веществ, даже микроскопических, приводит к их заживлению для некоторых пространственно-временных масштабов.

Подобное «сплавление» неоднородностей в материале возможно, в частности, в связи с эффектами тиксотропии в жидкостно-твердотельной смеси при прекращении вибраций (ср. с [1]).

Проанализируем (в относительных единицах) физические причины заживления микрон неоднородностей фрактального типа в твердотельном устройстве с поверхностно-объемными дефектами, заполненными газожидкостной фазой рабочего вещества энергетической установки в процессе ее эксплуатации. Это происходит благодаря развивающимся процессам нестационарной самодиффузии вещества в определенных условиях в рамках ряда анализируемых нами моделей.

Обсуждение возможности обратимости таких процессов – образования неоднородностей и трещин и эффектов самопроизвольного их заживления – ведется на известных принципах и представлениях нелинейной динамики и квантовых технологий. Это сделано для полноты описания картины возможных процессов генезиса неоднородностей и их самоорганизации при эксплуатации реальных тепловых энергоустановок разного класса.

### **Диффузионная модель**

Рассмотрим процесс самозарастания/залечивания трещины, который моделируется в рамках самодиффузии дефектов/частиц.

Присоединение групп объектов/частиц к выделенной трещине, направление которой задается, в частности, внешним воздействием, изучим на примере модели диффузионно-ограниченной агрегации (DLA) [2], позволяющей генерировать структуры с фрактальными размерностями из указанных выше объектов и учитывать тепловые процессы. Модель трещины в виде 1D-структуры – нити в приближении DLA – реализована как клеточный автомат Неймана/Мура [3]. Влияние теплоэнергетических условий

при разных режимах работы устройства учитывалось с помощью коэффициента вероятности прилипания  $p$ , который представлялся нормированным коэффициентом диффузии из интервала значений вероятности (0; 1].

Алгоритм построения модели зарастания трещины в DLA-приближении формировался из нижеследующих этапов (рис. 1): 1 – на этапе инициализации в расчетной области с наложенной равномерной сеткой генерировалась стартовая структура, состоящая из системы частиц-зародышей, расположенных на нижней границе, а также задавался размер центральной трещины/нити (максимальное число частиц в расчетной области); 2 – на верхней границе расчетной области генерировалось заданное количество частиц; 3 – они совершали случайные смещения вниз и в стороны с одинаковой или различной вероятностью; 4 – в случае их приближения к занятой ячейке расчетной области в рамках окрестности Мура реализовывалась их агрегация к занятой ячейке, иначе бы движение продолжалось; затем – повторение шагов 2–4. Критерием остановки итерационного процесса было достижение центральной трещиной требуемого размера, когда количество частиц в расчетной области достигало заданного значения или происходило касание объектов диффузии верхней границы трещины.

Модельное уравнение решалось в дискретном виде в приближении диффузионно-ограниченной агрегации [2, 3] в ходе реализации итерационного процесса. Начальное состояние системы описывалось через расположение на границах трещины модельных частиц материала изделия, выполнявших роль центров агрегации (ср. с [4]). Каждая итерация начиналась введением в расчетную область нового модельного дефекта. Далее реализовывалось DLA-приближение (рис. 1а).

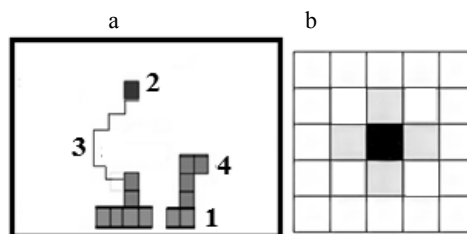


Рис. 1. Схема динамической модели: одна итерация DLA-процесса: а – 1 – очаг дефектной структуры с ансамблем частиц материала; 2 – локализованный дефект/шероховатость с новой частицей; 3 – траектория его случайного блуждания; 4 – сформированная ранее структура с агрегированными объектами; б – окрестность Неймана для развития дефекта с переносом вещества

Fig. 1. Dynamic model diagram: one iteration of the DLA process:

- а – 1 – a source of defective structure with an ensemble of material particles;
- 2 – localized defect/roughness with a new particle; 3 – trajectory of its random walk;
- 4 – previously formed structure with aggregated objects;
- б – Neumann neighborhood for the development of a defect with matter transfer

Процесс зарастания трещины формировался как случайное блуждание дефекта/частицы от верхней границы расчетной области, где располагался условный очаг дефекта, к нижней, где была условная начальная структура. Если в окрестности Неймана (рис. 1б) блуждающего дефекта или частицы появлялась занятая ранее область, то с заданной вероятностью этот дефект агрегировал с ним.

Для описания случайного блуждания на расчетную область наложена равномерная сетка. Таким образом, случайное блуждание объектов формировалось из множества смещений на одну ячейку на расчетной области с заданной вероятностью. На границах расчетной области, представлявших границы трещины, выполнялось условие прилипания, когда подошедшие к ней локализованные дефекты/частицы закреплялись. Агрегация блуждающего дефекта реализовывалась с заданной вероятностью в случае появления в окрестности Неймана (рис. 1b) занятой ячейки. Под вероятностью агрегации представлялся условный коэффициент самодиффузии частицы [4]. Эта вероятность определяется как условиями и режимами работы устройства, так и материалом его камеры

Предложенная модель реализована в среде MATLAB в относительных единицах. В указанном приближении произведено моделирование динамики развития структур в трещинах, реализующих их зарастание.

На рис. 2 приведена модель DLA для случая зарастания трещины с трех сторон при варьировании вероятности прилипания  $S$ , которая может быть рассмотрена как зарастание концов трещины.

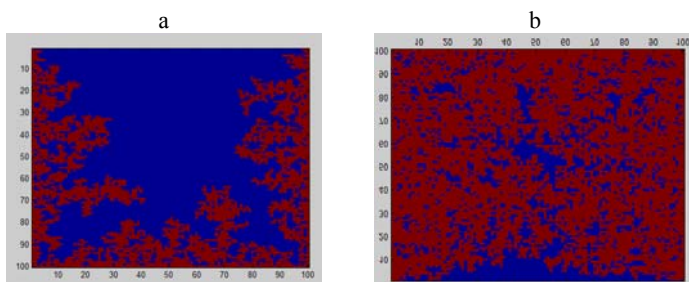


Рис. 2. Модель зарастания с трех сторон при варьировании вероятности прилипания: а –  $S = 0,1$ ; б –  $0,3$

Fig. 2. Model of overgrowth from three sides with varying sticking probability: а –  $S = 0.1$ ; б –  $0.3$

На рис. 3 приведена модель DLA для случая зарастания трещины с двух сторон при варьировании вероятности прилипания  $S$ , которая может быть рассмотрена как зарастание середины трещины.

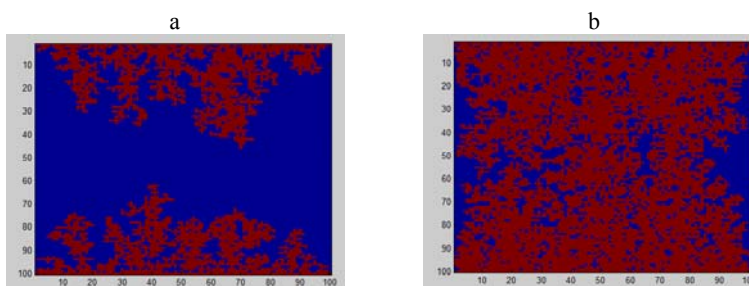


Рис. 3. Модель зарастания с двух сторон при варьировании вероятности прилипания: а –  $S = 0,1$ ; б –  $0,3$

Fig. 3. Model of overgrowing on two sides with varying sticking probability: а –  $S = 0.1$ ; б –  $0.3$

На рис. 4 приведена модель DLA для случая зарастания трещины с одной стороны.

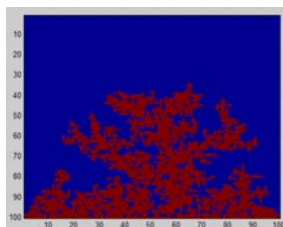


Рис. 4. Модель зарастания трещины с одной стороны при  $S = 0,1$   
 Fig. 4. Model of crack healing on one side at  $S = 0.1$

### Модель осаждения

В предложенной модели расчетная область представляется в виде прямоугольной решетки размерами  $M \times L$  и дефекты/частицы по заданным правилам осаждаются вдоль вертикального направления на ранее сформированную структуру, фиксируясь в узлах квадратной решетки. Таким образом, с течением времени образуется кластер или агрегат с конкретной геометрией. Для описания процесса используются две функции: средняя высота поверхности  $\overline{h}(t)$ , определяющая положение базовой линии для поверхности исследуемого образца, и шероховатость  $W(t)$ .

В модели случайного роста по всем направлениям все колонки заполняются случайным образом (рис. 5a). Тогда после случайного осаждения  $N$  частиц материала возможно вычислить высоту осажденной структуры  $h$ , определяющей процесс из соотношения  $h = \sqrt{Nf(1-f) + (Nf)^2}$ , где  $f = 1/L$  – вероятность заполнения произвольной колонки;  $L$  – ширина расчетной области, т. е.  $h_i = h_i + 1$ ;  $i$  – номер шага по времени [5]. В данной модели осаждения частица фиксируется в точке первого контакта с уже осажденной структурой (правило ближайшего соседа) (рис. 5b).

Таким образом, при осаждении учитывается высота ближайших левой и правой колонок как  $h_i = \max(h_{i-1}, h_i + 1, h_{i+1})$  [6]. В отличие от предыдущей DLA-модели частица таким образом может прилипнуть боковой поверхностью к уже сформированной структуре [7], т. е. учитывается возможность роста вдоль локальной нормали к поверхности, что может приводить к расширению локальных выступов на поверхности фронта, а значит, к усилению роста поверхности в латеральном направлении за счет так называемого баллистического осаждения по определенному направлению.

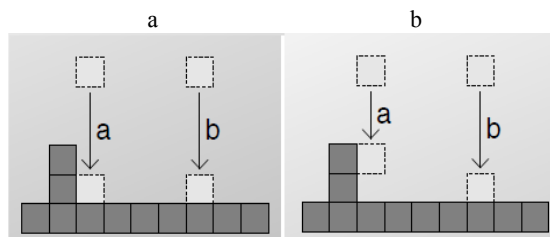


Рис. 5. Схема осаждения: а – случайного; б – баллистического  
 Fig. 5. Scheme of deposition: a – random one and b – ballistic one

На рис. 6 приведено изображение смоделированного профиля (бокового сечения) структуры зарастания трещины  $h_i$  высотой 250 о. е. за относительное время (число расчетных шагов)  $T = 100$  о. е., при скорости осаждения 100 (рис. 6а) и 200 (рис. 6б) частиц в единицу времени в рамках модели баллистического осаждения [7].

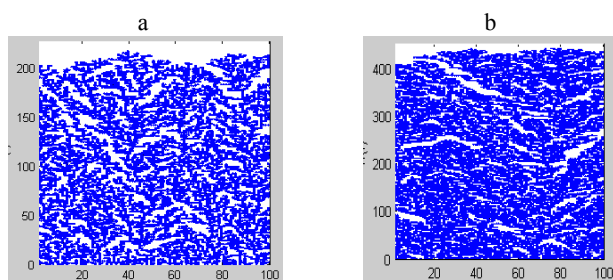


Рис. 6. Профиль структуры, образованной во время зарастания трещины в рамках модели баллистического осаждения при скорости осаждения: а – 100 частиц/с; б – 200 частиц/с

Fig. 6. Profile of the structure formed during crack healing within the framework of the ballistic deposition model at a deposition rate of: а – 100 particles/s; б – 200 particles/s

На рис. 7 приведено изображение смоделированного профиля (бокового сечения) структуры, образующейся при зарастании трещины за время  $T = 100$  о. е. при скорости осаждения 100 (рис. 8а) и 200 (рис. 8б) частиц в единицу времени в рамках модели случайного осаждения объектов.

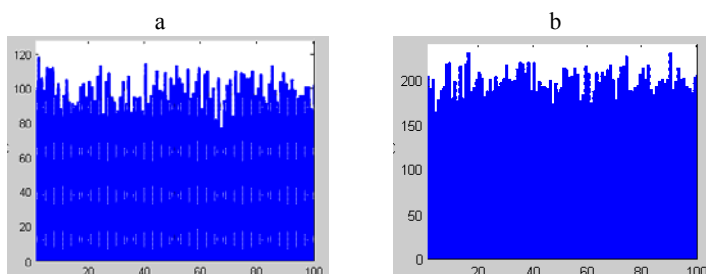


Рис. 7. Профиль структуры, образованной во время зарастания трещины в рамках модели случайного осаждения при скорости осаждения: а – 100 частиц/с; б – 200 частиц/с

Fig. 7. Profile of the structure formed during crack healing within the framework of the random deposition model at a deposition rate of: а – 100 particles/s; б – 200 particles/s

### Перколяционная модель

В данной модели трещина представляется агрегатом дефектов. В перколяционном приближении [8, 9] рассматривается процесс их растекания из трещины по материалу с определенным порогом реализации перколяционного механизма.

Перколяционная структура задается в виде квадратной со стороной  $m$  решетки ( $m \times m$ ). Ячейки этой решетки содержат 0 (пустой участок) или 1 (занятый участок).

Каждая ячейка занимается с вероятностью  $p$  независимо от состояния соседних ячеек. При этом осуществляется следующая процедура [9].

1. Для каждой ячейки решетки реализуется случайное число  $a = \text{Random}$ .

2. Если  $a$  меньше или равно  $p$ , его значение в ячейку записывается 1, в противном случае 0.

На рис. 8 приведено изображение смоделированного профиля (бокового сечения) структуры по данной схеме, образующейся во время зарастания трещины в рамках модели ячеечной перколяции при варьировании порога наступления перколяционного процесса.

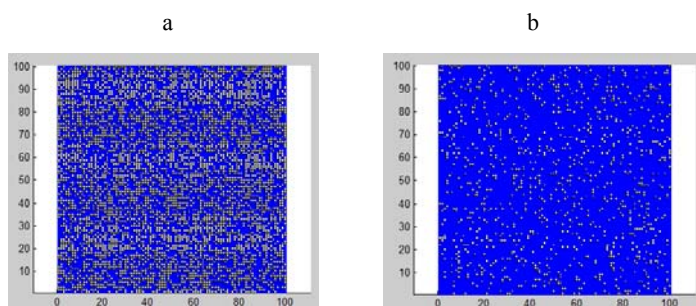


Рис. 8. Профиль структуры, образованной во время зарастания трещины в рамках модели ячеечной перколяции при вероятности: а –  $p = 0,5$ ; б –  $0,9$

Fig. 8. Profile of the structure formed during crack healing within the framework of the cell percolation model with probability: а –  $p = 0.5$ ; б –  $0.9$

Отметим, что обычно процесс разрушения твердотельного материала начинается с зарождения микронеоднородностей и дефектов в нем. Однако наш анализ показал, что возможна обратимость таких процессов образования неоднородностей, когда реализуются эффекты самопроизвольного их заживления на известных принципах и представлениях нелинейной динамики и квантовых технологий [10, 11]. Такие рассматриваемые в последнее время удивительные динамические эффекты в возможные их самопроизвольные «заживления» с переходом к другой структуре неоднородностей [12–15] дают принципиальный путь нахождения оптимальных условий и режимов в численных параметрах для управления этими явлениями и повышения надежности работающих теплоэнергетических устройств.

При этом для практических целей должна быть сделана проекция полученных модельных физико-технических принципов на реальные условия эксплуатации энергетических установок разного типа. Это требует обязательного метрологического обеспечения в численных параметрах режимов их работы в разных условиях и с различным составом и эксплуатационным состоянием рабочего вещества в циклических процессах воздействия на него при работе энергоустановки.

Здесь требуется знание как фундаментальных принципов технической термодинамики [16, 17], так и конкретных эксплуатационных характери-



стик для компонент каждой анализируемой теплоэнергетической установки (ср. с [16, 18–20]).

В полной мере эта задача вряд ли может быть решена при мониторинге работы подобных многофункциональных устройств с разными конструкторскими схемами и режимами эксплуатации. Однако даже выявление трендов и тенденций с возможным повышением надежности и долговечности их работы с выбором соответствующих режимов может иметь практическое значение в аспекте предварительного анализа и предсказательного моделирования в условиях нестационарных динамических процессов.

### **Модификации и развитие 3D трещиноватой структуры в материале**

Принципиально, что даже вибрации рабочей установки малой интенсивности способны вызывать кардинальную модификацию 3D-структуры сети трещин, которая может происходить непрерывно даже в рамках в целом устойчивой конфигурации с определенной топологии (с внутренними связями) под действием разных факторов. При подобном воздействии должна происходить полная перестройка всей системы трещин с реализацией новых взаимодействий внутри такой 3D-сети.

Рост трещины и, следовательно, разрушение объекта происходят, как правило, поэтапно, с последовательным переходом от устойчивого состояния к стадии роста. При этом каждый этап характеризуется специфическим энергетическим состоянием как самой трещины, так и всего объекта в целом.

В общем же случае оказывается, что существует граничное (минимальное) значение длины трещины, выше которого величина разрушающего напряжения зависит от длины, а ниже – не зависит [15, 21]. При этом значительную роль играют физико-механические свойства рабочей камеры.

Так, согласно теории Гриффитса, длина равновесной (устойчиво сохраняющейся) трещины  $l$  связывается с разрушающим напряжением  $\sigma$ , характеризующим прочность материала, следующим соотношением [21]:

$$l = \frac{4\gamma E}{p\sigma^2(1-\nu^2)},$$

где  $\gamma$  – поверхностное натяжение материала;  $p$  – константа формы материала;  $E$  – модуль упругости;  $\nu$  – коэффициент Пуассона для упругой деформации.

Считается, что теоретическая прочность монолитного материала без трещин является бесконечной, и не учитывается также скорость роста трещин (не только быстрый рост, но и медленный – даже когда разрывающие нагрузки превосходят предел прочности породы).

Несмотря на то что такое соотношение выведено для пластинки в условиях плоской деформации, тем не менее доказано, что характер данной за-

висимости соответствует и механизму разрушения произвольных объектов [21–23]. Это соотношение помогает понять, какие основные параметры определяют процесс хрупкого разрушения рабочего устройства.

Образование трещины длиной  $l$  снимает напряжение на площади  $\pi l^2/4$ . Поэтому, действительно, появление первичных трещин в рабочей камере означает ее релаксацию к равновесию.

Следует отметить, что на процесс зарождения первичных трещин могут оказывать влияния не только физико-механические параметры материала, но и другие – геометрические факторы формы.

Растущая снизу вверх по телу камеры трещина подобно клину создает в своем окружении некоторую неоднородную энергетическую зону, наиболее интенсивную в области кончика трещины. В этой локальной области начинают развиваться пластические деформации [24, 25].

Как и в кристаллах, где пластические деформации локализуются не в одной, а в нескольких плоскостях (отстоящих друг от друга на некотором расстоянии – линии Людерса), так и в твердых массивах данные нарушения возникают, растут и далее сливаются друг с другом по определенным правилам. Вполне правомерно предположить, что такая активная трещина формирует в породе зону напряжения (для простоты ее можно считать круглой), энергетические характеристики которой увеличиваются с уменьшением размера/радиуса зоны. Здесь усиливаются процессы образования дислокаций и новых трещин (ср. с [15, 24]).

Известно, что концентрация напряжения на краях образовавшейся трещины  $\sigma'$  (или на ее шероховатостях) значительно превышает среднее значение напряжения; при длине трещины  $2l$  и радиусе закругления на ее конце  $r$  напряжение составляет [24, 25]

$$\sigma' = 2\sigma\sqrt{l/r}.$$

Если  $\sigma'$  превышает предел прочности материала при растяжении, трещина растет. Таким образом, происходит дальнейшая стадия разрушения объекта.

Предел прочности или сцепления  $C$ , Па, функционально зависит от величины пределов прочности при сжатии  $\sigma_{сж}$  и растяжении  $\sigma_p$  и вычисляется по формуле

$$C = B\sigma_p,$$

где  $B = \sqrt{\frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} + 1} - 1$ .

Зная величины  $\sigma_{сж}$  и  $\sigma_p$ , легко вычислить пределы прочности  $C$ .

Таким образом, рост трещины действительно происходит с различной эффективностью, определяемой характером материала – толщиной, составом, распределением нагрузки, устойчивостью к деформациям и т. д.

С ростом в материале величины пластической деформации (при фиксированном объеме тела) происходит возрастание дисперсии статистического

распределения микродеформаций по их длинам: сумма этих микродеформаций и составляет собственно проявляющуюся пластическую макродеформацию. Вслед за этим появляется асимметрия пространственного распределения деформации, что является характерным признаком наступления будущего разрушения. Простейшая схема такого развития приводит к возникновению в итоге двухвершинного распределения деформации, т. е. одна трещина в области своего кончика ветвится на две – появляется точка бифуркации деформации [22, 26]. Каждая образовавшаяся трещина далее растет самостоятельно. Этот динамический нелинейный процесс самоорганизации системы происходит под влиянием различных причин.

В результате действия таких динамических нагрузок в твердотельном объекте наблюдается быстрое изменение параметров микротрещиноватости, которое можно представлять, как локальные микровзрывы [24, 27]:

- рост и слияние природных микротрещин в более крупные;
- зарождение новых микротрещин;
- раскрытие крупных микротрещин с образованием дефектов следующего иерархического уровня.

При этом микротрещиноватость наводится на всех иерархических уровнях, и такое динамическое воздействие приводит к резкому увеличению концентрации микротрещин в ближней и средней зоне действия микровзрыва.

Дальнейший анализ устойчивости работы теплоэнергетических установок требует проведения анализа процессов развития дислокаций в теле рабочей камеры с возможным их выходом на ее поверхность при разных режимах эксплуатации.

Однако не будем останавливаться на этом, поскольку это требует решения сложных нелинейных уравнений в определенных приближениях для каждого конкретного случая [16, 17, 28].

### **Самоорганизующиеся системы развития неустойчивостей в алгоритмах нелинейной динамики и квантовых технологий**

Обсудим в обзорном аспекте хорошо известные в математике и физике универсальные режимы функционирования нелинейной динамической системы, которые оказываются пригодными для анализа стабильности и устойчивости работы не только тепловых энергетических установок, но и различных устройств со многими технологическими циклами в условиях развития многофакторных процессов в них. Это позволит рассмотреть в едином целостном контексте базовые явления, которые должны приниматься во внимание при функционировании комплексных динамических систем с нелинейностью и обратной связью. Для энергоустановок разного класса такой подход не является традиционным, но необходим при реализации технологий предсказательного моделирования и прогноза надежности их работы и предупреждения выхода на критические режимы.

В любом случае материал данного раздела может быть полезен для сотрудников энергетического сектора экономики и промышленности/маши-

ностроительных отраслей при повышении их квалификации в этой области знаний.

Кроме того, понимание возникающих здесь ограничений, которые могут быть ассоциированы с закономерностями в области квантовых технологий, также дает алгоритмы для реализации тех или иных маршрутных карт, например, при проведении многопараметрических испытаний по длительности и тестировании состояния оборудования во временном масштабе – как текущего, так и на перспективу.

Материал будем излагать в относительно простом качественном представлении с помощью соответствующих графических схем и изображений. Это позволит оценить:

- 1) явления, способные привести к возможному разрушению изделия (переход в новое состояние);
- 2) циклические процессы (возвращение к исходному состоянию и удаление от него);
- 3) возможность совместимости переходов между различными режимами работы. При этом регулярность и детерминированность, а также стохастичность может реализовываться по разным хорошо известным сценариям (проиллюстрированы ниже с рассматриваемыми режимами на рис. 9–12 [22, 29–31]) с комментариями по процессам в энергоустановках. Происходящие процессы можно связать, например, со следующими разными типами и стратегиями развития неоднородностей – поверхностных и объемных в твердотельном материале (вплоть до его разрушения), такими как:

- коллапс и стагнация;
- устойчивая периодичность;
- параметры «в разнос»;
- хаотическое развитие в определенных рамках;
- срыв/внезапный кризис;
- резкий скачок и рывок в развитии.

Эти возможные комбинации показаны на рис. 9.

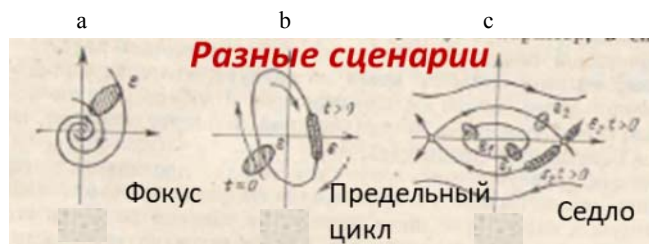


Рис. 9. Эволюция элементарного фазового объема – состояния системы – на плоскости в случаях: а – устойчивого состояния равновесия; б – предельного цикла; с – сепаратрисы, идущей из седла (данные термины приняты в нелинейной динамике, но их смысл, в принципе, понятен)

Fig. 9. Evolution of the elementary phase volume – the state of the system – on a plane in the cases of: а – a stable state of equilibrium; б – limit cycle; с – a separatrix coming from the saddle (these terms are accepted in nonlinear dynamics, but their meaning is clear in principle)

В каждое начальное (время  $t = 0$ ) состояние не является фиксированным числом, а имеет некоторую конечную неточность  $\xi$ . Задача – определить состояние / вероятностное распределение при разных  $t$  в динамике с такой неопределенностью.

Здесь важна последовательность событий: в случае 1, когда  $\xi \rightarrow 0$ , а  $t \rightarrow \infty$ , будет реализовываться полная предсказуемость/детерминированность процесса развития системы.

В случае 2, когда, хотя изначально  $\xi \neq 0$  и поведение траекторий развития представляет поперечное сечение трубки разных траекторий для  $t \rightarrow \infty$  (рис. 10), но при  $\xi \rightarrow 0$  возникают разные варианты, в том числе, например, явления самоорганизации к устойчивому состоянию (рис. 9а). Однако и в случае 2 могут возникнуть состояния как с устойчивым, так и неустойчивым равновесным состоянием, когда (рис. 10) даже малый разброс начальных неточностей при большом промежутке развития во времени приводит к тому, что состояния системы кардинально отличаются. Поэтому малые возмущения на начальном этапе для такого реализуемого сценария так принципиально меняют итоговые результаты и требуют очень деликатного подхода при принятии того или иного режима работы системы. Для изменяющихся режимов это приводит к их существенно разным состояниям в процессе развития, и поэтому возможен переход к несовместимости без возврата назад – в частности, в условиях преодоления пределов прочности объекта.

Другой режим развития показан на рис. 11.



Рис. 10. Эволюция элементарного фазового объема на плоскости в случае неустойчивого состояния равновесия

Fig. 10. Evolution of an elementary phase volume on a plane in the case of an unstable equilibrium state

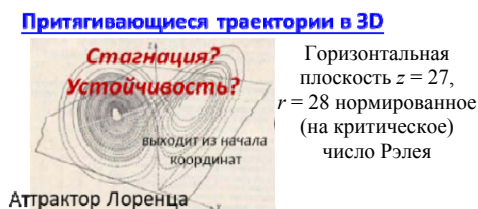


Рис. 11. Жесткий режим (скачком) возникновения стохастических автоколебаний при непрерывном изменении некоторого управляющего параметра

Fig. 11. Hard mode (abruptly) the occurrence of stochastic self-oscillations with a continuous change in some control parameter

Здесь реализуется непериодическое поведение системы с постоянной во времени неустойчивостью: вроде бы идет развитие, но оно происходит с такими неустойчивыми циклами, что его итог не ясен и требует сложного анализа с учетом нелокальных откликов системы. При этом могут реализовываться и уникальные состояния с притягивающим множеством – так называемый аттрактор Лоренца, когда вроде бы при рутинном плавном изменении управляющего параметра состояние системы внезапно меняется скачком. Хотя пути возникновения подобных состояний и каждый из их фрагментов могут быть разными, но число таких сценариев развития в

определенных режимах вполне конечно. Поэтому так важно проводить полноценный анализ с предсказательным моделированием при выборе конкретных режимов работы.

Иная, более простая, ситуация показана на рис. 12.

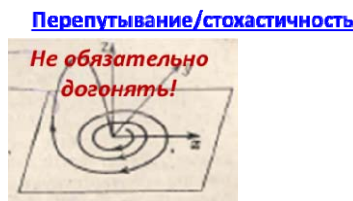


Рис. 12. Простой пример возвращающейся неустойчивой траектории: раскручивающаяся плоская спираль, которая в определенный момент времени выходит из плоскости, но возвращается к ее началу и вновь раскручивается

Fig. 12. A simple example of a returning unstable trajectory, an unwinding flat spiral, which at a certain point in time leaves the plane, but returns to its beginning and unwinds again

Этот выход из плоскости, например при дополнительном привлечении управляющего параметра, приводит к запутанности, хотя и дает возможность возврата к исходному состоянию при достижении определенного управления процессом.

В диссипативной (трение/вязкость – процессы развития с торможением, сопротивлением и потерей ресурсов) системе появление случайности и стохастических черт в поведении динамической системы связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, в определенном смысле случайна почти каждая из незамкнутых траекторий развития, располагающихся внутри ограниченного объема. Во-вторых, естественным образом появляется понятие ансамбля состояний системы в аспекте приложений к теории вероятности. В данном случае оказывается возможным проанализировать, каковы шансы того или иного развития. Разнообразные состояния (отрезки траектории внутри нашего неустойчивого объема) могут сильно влиять на картину работы энергетического устройства.

Для динамических систем вместо рядов статистических метрологических наблюдений рассматривают и мониторят средние по времени характеристики подобных траекторий развития. Такой характеристикой может быть, например, доля времени, проводимая системой в данном состоянии – с промежутком времени  $T$  в определенной ячейке фазового пространства состояний рабочих циклов.

Даже малое число управляющих параметров для ряда процессов (степеней свободы) может приводить к принципиально случайным/хаотическим состояниям системы. Например, отдельные, изолированные, на первый взгляд, технические показатели могут кардинально изменяться в совершенно разных динамических режимах при малых возмущениях и варьировании условий и рабочих режимов. Здесь может происходить разрушение объекта или, наоборот, фиксация состояния системы при росте показателей ее работы.

Если речь идет о принятии определенной стратегии и выборе режима работы, например  $A$  или  $B$ , то тогда становится важной последовательность действий для развития системы: что первично,  $A$  или  $B$ ?

Здесь возможны несовместимые или последовательные процессы с моделью управления  $H = f(A, B, U)$ , где  $U$  – выбранный рабочий управляющий параметр системы. Задача – искать оптимальную/совместимую комбинацию разных факторов. Эти условия важны при выборе последовательных операций при испытаниях и апробировании различных режимов работы теплоэнергетической установки в разных условиях. Именно этот фактор был, по-видимому, проигнорирован во время испытаний в Чернобыле и привел к глобальной катастрофе.

Но важна также и  $v$  – скорость/темп реализации в системе состояний, идущих с процессами  $A$  и  $B$ , для определенного требуемого конечного состояния системы с показателем/индексом  $E$  за промежуток времени  $\Delta t$ :  $\Delta E \Delta t \geq \text{const}$ , где  $v$  определяет  $E$ , которое также зависит и от  $U$ . Если  $v = \text{const}$  (ресурсы для реализации процесса работы, уровень внедрения/развития и т. д.), то, например:

а) требование  $\Delta E \equiv \Delta B \rightarrow 0$ , во-первых, происходит только при  $t \rightarrow \infty$ , и, во-вторых, делает неопределенным параметр  $A$ :  $\Delta A \rightarrow \infty$ , или то же самое и для  $\Delta A \rightarrow 0$ ;

б) желание  $\Delta E \equiv \Delta A \rightarrow \infty$  реализуется при  $\Delta t \rightarrow 0$ , или то же самое – в альтернативе для  $\Delta B \rightarrow \infty$ .

## ВЫВОДЫ

1. Поскольку обычно процесс разрушения твердотельного материала начинается с зарождения микронеоднородностей и дефектов в нем [32], то рассматриваемые динамические эффекты (возможные их самопроизвольные «заживления» с переходом к другой структуре неоднородностей) дают принципиальный путь нахождения оптимальных условий и режимов в численных параметрах для управления этими явлениями и повышения надежности работающих устройств.

2. Проведен качественный анализ на основе процессов самопроизвольного зарастания трещиноватости и дефектов на примере рабочих камер энергетических тепловых установок с газожидкостным рабочим веществом [33]. Предложенные модели и подходы после установления связи их параметров и параметров рабочих камер позволяют в первом приближении производить управление ими.

Частично работа выполнена в рамках государственных заданий в сфере научной деятельности Министерства науки и высшего образования Российской Федерации FZUN-2023-0003 и FZUN-2024-0018.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Strong Interplay Between Stripe Spin Fluctuations, Nematicity and Superconductivity in FeSe / Q. Wang [et al.] // Nature Materials. 2015. Vol. 15, No 2. P. 159–163. <https://doi.org/10.1038/nmat4492>.
2. Беланков, А. Б. Применение клеточных автоматов для моделирования микроструктуры материала при кристаллизации / А. Б. Беланков, В. Ю. Столбов // Сиб. журн. индустр. матем. 2005. Т. 8, № 2. С. 12–19.
3. Formation of Fractal Dendrites by Laser-Induced Melting of Aluminum Alloys / A. Kucherik [et al.] // Nanomaterials. 2021. Vol. 11, No 4. P. 1043. <https://doi.org/10.3390/nano11041043>.
4. Mehrer, H. Diffusion in Intermetallics / H. Mehrer // Materials Transactions, JIM. 1996. Vol. 37, No 6. P. 1259–1280. <https://doi.org/10.2320/matertrans1989.37.1259>.

5. Forgerini, F. L. A Brief Review of Mathematical Models of Thin Film Growth and Surfaces / F. L. Forgerini, R. Marchiori. *Biomater.* 2014. Vol. 4, No 1. P. e28871. <https://doi.org/10.4161/biom.28871>.
6. Björk, M. Discrete Simulation Models of Surface Growth: SA104X Degree Project in Engineering Physics, First Level / M. Björk, E. Deng. Royal Institute of Technology, 2014. 19 pp.
7. Family, F. Scaling of the Active Zone in the Eden Process on Percolation Networks and the Ballistic Deposition model / F. Family, T. Vicsek // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 1985. Vol. 18, No 2. P. L75–L81. <https://doi.org/10.1088/0305-4470/18/2/00>.
8. Москалев, П. В Анализ структуры перколяционного кластера / П. В. Москалев // *Журнал технической физики*. 2009. Т. 79, вып. 6. С. 1–7.
9. Autonomous Healing of Fatigue Cracks via Cold Welding / C. M. Barr [et al.] // *Nature*. 2023. Vol. 620. P. 552–556. <https://doi.org/10.1038/s41586-023-06223-0>.
10. Suresh, S. Oxide-Induced Crack Closure: An Explanation for Near-Threshold Corrosion Fatigue Crack Growth Behavior / S. Suresh, G. F. Zamiski, D. R. O. Ritchie // *Metallurgical and Materials Transactions A*. 1981. Vol. 12, No 8. P. 1435–1443. <https://doi.org/10.1007/bf02643688>.
11. Xu, G. Crack Healing in Nanocrystalline Palladium / G. Xu, M. J. Demkowicz // *Extreme Mechanics Letters*. 2016. Vol. 8. P. 208–212. <https://doi.org/10.1016/j.eml.2016.03.011>.
12. Van Dijk, N. Self-Healing Phenomena in Metals / N. Van Dijk, S. van der Zwaag // *Advanced Materials Interfaces*. 2018. Vol. 5, Iss. 17. Art. 1800226. <https://doi.org/10.1002/admi.201800226>.
13. Хрусталеv, Б. М. Техническая термодинамика: в 2 ч. / Б. М. Хрусталеv, А. П. Несенчук, В. Н. Романюк. Минск: Технопринт, 2004. Ч. 1. 486 с.
14. Техническая термодинамика: учеб для машиностроительных специальностей вузов / В. И. Крутов [и др.]; под ред. В. И. Крутова. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1991. 384 с.
15. Шашин, В. М. Гидромеханика: учеб. для техн. вузов / В. М. Шашин. М.: Высш. шк., 1990. 384 с.
16. Несенчук, А. П. Тепловые расчеты пламенных печей для нагрева и термообработки металла / А. П. Несенчук, Н. П. Жмакин. Минск: Вышэйш. шк., 1974. 295 с.
17. Рекуператор для регенеративного теплоиспользования тепловых отходов промышленных печей: пат. ВУ 13292 / А. П. Несенчук, В. И. Тимошпольский, А. П. Ракомсин, П. С. Гурченко, Н. Л. Мандель, В. Н. Шишков, Т. В. Рыжова, С. М. Кабишов, С. С. Ковалев, В. А. Хлебцевич. Опубл.: 30.06.2010.
18. Стойкость унифицированного модульного чугунного рекуператора нагревательных печей высокотемпературных теплотехнологий машиностроительных и автотракторных предприятий / А. П. Несенчук [и др.] // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2010. № 3. С. 48–54.
19. Рыжова, Т. В. Идентификация математической модели процессов тепло- и массопереноса в псевдооживленном слое по результатам эксперимента // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 1999. № 6. С. 75–78.
20. К расчету унифицированного модульного рекуператора (модули М-I и М-II) для нагревательных и термических печей заготовительного и механосборочного производств машиностроительных и автотракторных заводов Республики Беларусь / А. П. Несенчук [и др.] // *Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ*. 2007. № 4. С. 47–51.
21. Griffith, A. A. (1921). The Phenomena of Rupture and Flow in Solids / A. A. Griffith // *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1921. Vol. 221, N 582–593. P. 163–198. <https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>.
22. Scott, A. Nonlinear Science: Emergence and Dynamics of Coherent Structures / A. Scott. New York: Oxford University Press, 2003. <https://doi.org/10.1093/oso/9780198528524.001.0001>.
23. Mandelbrot, B. B. Fractals and Chaos: The Mandelbrot Set and Beyond / B. B. Mandelbrot. New York: Springer-Verlag, 2004. 308. <https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4017-2>.
24. Чернышев, С. Н. Трещины горных пород / С. Н. Чернышев. М.: Наука, 1983. 293 с.
25. Трифонова, Т. А. Горное речное русло: энергетическая модель формирования / Т. А. Трифонова // *Доклады Академии наук*. 1994. Т. 337, № 3. С. 398–400.
26. Zaitsev, D. A. A Generalized Neighborhood for Cellular Automata / D. A. Zaitsev // *Theoretical Computer Science*. 2017. Vol. 666. P. 21–35. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2016.11.002>.
27. Кулаков, А. В. Введение в физику нелинейных процессов / А. В. Кулаков, А. А. Румянцев; отв. ред. В. Е. Фортов; кол. авт. Академия наук СССР, Ин-т физики высоких давлений имени Л. Ф. Верещагина. М.: Наука, 1988. 160 с.



28. Связь поверхностной самодиффузии и подвижности пузырей в твердом теле: теория и атомистическое моделирование / А. С. Антропов [и др.] // ЖЭТФ. 2019. Т. 156, вып. 1. С. 125–134. <https://doi.org/10.1134/S0044451019070137>.
  29. Рабинович, М. И. Введение в теорию колебаний и волн / М. И. Рабинович, Д. И. Трубецков. М.: Наука, 1984. 432 с.
  30. Арнольд, В. И. Теория катастроф / В. И. Арнольд. Изд. 3-е, доп. М.: Наука, 1990. 128 с.
  31. Путь в синергетику. Экскурс в десяти лекциях / Б. П. Безручко [и др.] // Известия вузов. ПНД. 2005. Т. 13, вып. 6. С. 170–175. <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2005-13-5-170-175>.
  32. Численный анализ характеристик процесса тепловой обработки многослойных композитных изделий в теплотехнологических установках / В. Н. Романюк [и др.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2022. Т. 65, № 1. С. 52–66. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-1-52-66>.
  33. Динамические процессы развития трещиноватости фрактального типа: модели для твердотельного материала камеры энергетической установки в процессе ее эксплуатации / Т. В. Рыжова [и др.] // Энергетика. Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2024. Т. 67, № 2. С. 152–172. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2024-67-2-152-172>.
- Поступила 11.01.2024    Подписана в печать 20.03.2024    Опубликована онлайн 31.07.2024

## REFERENCES

1. Wang Q., Shen Y., Pan B., Hao Y., Ma M., Zhou F., Steffens P., Schmalzl K., Forrest T. R., Abdel-Hafiez M., Chen X., Chareev D. A., Vasiliev A. N., Bourges P., Sidis Y., Cao H., Zhao J. (2015) Strong Interplay Between Stripe Spin Fluctuations, Nematicity and Superconductivity in FeSe. *Nature Materials*, 15 (2), 159–163. <https://doi.org/10.1038/nmat4492>.
2. Belankov A. B., Stolbov V. Yu. (2005) The Use of Cellular Automata for Modeling the Microstructure of a Material during Crystallization. *Sibirskii Zhurnal Industrial'noi Matematiki = Siberian Journal of Industrial Mathematics*, 8 (2), 12–19 (in Russian).
3. Kucherik A., Samyshkin V., Prusov E., Osipov A., Panfilov A., Buharov D., Arakelian S., Skryabin I., Kavokin A. V., Kutrovskaia S. (2021) Formation of Fractal Dendrites by Laser-Induced Melting of Aluminum Alloys. *Nanomaterials*, 2021, 11 (4), 1043. <https://doi.org/10.3390/nano11041043>.
4. Mehrer H. (1996) Diffusion in Intermetallics. *Materials Transactions, JIM*, 37 (6), 1259–1280. <https://doi.org/10.2320/matertrans1989.37.1259>.
5. Forgerini F. L., Marchiori R. (2014). A Brief Review of Mathematical Models of Thin Film Growth and Surfaces. *Biomatter*, 4 (1), e28871. <https://doi.org/10.4161/biom.28871>.
6. Björk M., Deng E. (2014) *Discrete Simulation Models of Surface Growth: SA104X Degree Project in Engineering Physics, First Level*. Royal Institute of Technology. 19.
7. Family F., Vicsek T. (1985). Scaling of the Active Zone in the Eden Process on Percolation Networks and the Ballistic Deposition model. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 18 (2), L75–L81. <https://doi.org/10.1088/0305-4470/18/2/005>.
8. Moskalev P. V. (2009) Analysis of the Percolation Cluster Structure. *Technical Physics*, 54 (6), 763–769. <https://doi.org/10.1134/s1063784209060012>.
9. Barr C. M., Duong T., Bufford D. C., Milne Z., Molkeri A., Heckman A., Adams D. P., Srivastava A., Hattar K., Demkowicz M. J., Boyce B. L. (2023) Autonomous Healing of Fatigue Cracks via Cold Welding. *Nature*, 620, 552–556. <https://doi.org/10.1038/s41586-023-06223-0>.
10. Suresh S., Zamiski G. F., Ritchie D. R. O. (1981). Oxide-Induced Crack Closure: An Explanation for Near-Threshold Corrosion Fatigue Crack Growth Behavior. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 12 (8), 1435–1443. <https://doi.org/10.1007/bf02643688>.
11. Xu G., Demkowicz, M. J. (2016) Crack Healing in Nanocrystalline Palladium. *Extreme Mechanics Letters*, 8, 208–212. <https://doi.org/10.1016/j.eml.2016.03.011>.
12. Van Dijk N., van der Zwaag S. (2018) Self-Healing Phenomena in Metals. *Advanced Materials Interfaces*, 5 (17), 1800226. <https://doi.org/10.1002/admi.201800226>.
13. Khrustalev B. M., Nesenchuk A. P., Romanyuk V. N. (2004) *Technical Thermodynamics. Part 1*. Minsk, Technoprint Publ. 486 (in Russian).
14. Krutov V. I., Isaev S. I., Kozhinov I. A., Kozlov N. P., Kofanov V. I., Mironov B. M., Nikitin V. M., Petrazhitskii G. B., Pylaev A. M., Khvostov V. I., Shishov E. V. (1991) *Technical Thermodynamics*. 3<sup>rd</sup> Ed. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 384 (in Russian).
15. Shashin V. M. (1990) *Fluid Mechanics*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 384 pp. (in Russian).
16. Nesenchuk A. P., Zhmakin N. P. *Thermal Calculations of Flame Furnaces for Heating and Heat Treatment of Metal*. Minsk, Vysheishaya Shkola Publ. 295 (in Russian).

17. Nesenchuk A. P., Timoshpol'skii V. I., Rakomsin A. P., Gurchenko P. S., Mandel' N. L., Shishkov V. N., Ryzhova T. V., Kabishov S. M., Kovalev S. S., Khlebtsevich V. A. (2010) *Recuperator for Regenerative Heat Utilization of Thermal Waste from Industrial Furnaces*. Patent No 13292 Republic of Belarus (in Russian).
18. Nesenchouk A. P., Shidlovsky V. V., Ryzhova T. V., Shklovchik D. I., Kovalev S. S. (2010) Resistance of Cast Iron Unified Module Recuperator of Heating Furnaces with High-Temperature Thermal Technologies at Machine Building, Automotive and Tractor Enterprises. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, (3), 48–54 (in Russian).
19. Ryzhova T. V. (1999) Identification of a Mathematical Model of Heat and Mass Transfer Processes in a Fluidized Bed Based on Experimental Results. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, (6), 75–78 (in Russian).
20. Nesenchuk A. P., Mandel N. L., Shishkov V. N., Novgorodova G. S., Ryzhova T. V., Pshonik M. G., Kachar A. R. (2007) About Calculation of Unified Module Recuperator (Module M-I and M-II) for Heating and Thermal Furnaces at Blanking and Machine Assembling Shops of Engineering, Automotive and Tractor Plants in Republic of Belarus. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, (4), 47–51 (in Russian).
21. Griffith A. A. (1921). The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 221 (582–593), 163–198. <https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>.
22. Scott A. (2003) *Nonlinear Science: Emergence and Dynamics of Coherent Structures*. New York, Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/oso/9780198528524.001.0001>.
23. Mandelbrot B. B. (2004) *Fractals and Chaos: The Mandelbrot Set and Beyond*. New York, Springer-Verlag. 308. <https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4017-2>.
24. Chernyshev S. N. (1983) *Mountain Rock Cracks*. Moscow, Nauka Publ. 293 (in Russian).
25. Trifonova T. A. (1994) Mountain Riverbed: an Energy Model of Formation. *Doklady Akademii Nauk*, 337 (3), 398–400 (in Russian).
26. Zaitsev D. A. (2017). A Generalized Neighborhood for Cellular Automata. *Theoretical Computer Science*, 666, 21–35. <https://doi.org/10.1016/j.tcs.2016.11.002>.
27. Kulakov A. V., Rumyantsev A. A. (1988) *Introduction to the Physics of Nonlinear Processes*. Moscow, Nauka Publ. 160 (in Russian).
28. Antropov A. S., Ozrin V. D., Stegailov V. V., Tarasov V. I. (2019) Relationship between Surface Self-Diffusion and Bubble Mobility in Solids: Theory and Atomistic Simulation. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 129 (1), 103–111. <https://doi.org/10.1134/S1063776119060098>.
29. Rabinovich M. I., Trubetskov D. I. (1984) *Introduction to the Theory of Oscillations and Waves*. Moscow, Nauka Publ. 432 (in Russian).
30. Arnold V. I. (1990) *Catastrophe Theory. 3rd ed.* Moscow, Nauka Publ. 128 (in Russian).
31. Bezruchko B. P., Koronovskii A. A., Trubetskov D. I., Hramov A. E. The way to Synergy. Excursion in ten Lectures. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*, 2005, vol. 13, iss. 6, pp. 170–175 (in Russian). <https://doi.org/10.18500/0869-6632-2005-13-5-170-175>.
32. Romaniuk V. N., Niyakovskii A. M., Chichko A. N., Yatskevich Yu. V., Ryzhova T. N. (2022) Numerical Analysis of the Characteristics of the Heat Treatment Process of Multilayer Composite Products in Heat Technology Installations. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 65 (1), 52–66. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2022-65-1-52-66> (in Russian).
33. Ryzhova T. V., Bukharov D. N., Arakelian M. M., Arakelyan S. M. (2024) Dynamic Processes of 33. Development Jointing of a Fractal Type: Models for a Solid-State Material of the Chamber in a Power Facility during its Operation. *Energetika. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii i Energeticheskikh Ob'edinenii SNG = Energetika. Proceedings of CIS Higher Education Institutions and Power Engineering Associations*, 67 (2), 152–172. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2024-67-2-152-172> (in Russian).