

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ ПОРТФЕЛЯ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ МАРКОВИЦА

О.В. Власенко

Научный руководитель – *В.Д. Барановская*
Белорусский национальный технический университет

В данной работе излагается одна из методик выбора оптимального портфеля ценных бумаг на основе портфельной концепции Марковица. Исходными данными для определения оптимального портфеля послужили курсы акций тридцати компаний, входящие в расчет индекса Доу-Джонса, за период с 15 августа 2003 по 19 сентября 2003г.

Была определена корреляция этих ценных бумаг между собой, средневзвешенная доходность, дисперсия и стандартное отклонение курса каждой акции. Затем была вычислена ковариационная матрица для последующего вычисления стандартного отклонения портфеля, которая в данном случае является мерой риска этого портфеля. Ковариация двух случайных переменных равна корреляции между ними, умноженной на произведение их стандартных отклонений: $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$.

При принятии решения о покупке ценных бумаг инвестор полагает уровень доходности портфелей случайной величиной, характеризующейся ожидаемым значением и стандартным отклонением. Марковиц утверждает, что инвестор должен выбирать свой портфель, основываясь на этих двух его характеристиках. Ожидаемая доходность может быть представлена, как мера потенциального вознаграждения, связанного с данным портфелем, а стандартное отклонение – как мера риска [2].

Суть концепции Марковица в том, что инвестор, стремясь одновременно максимизировать ожидаемую доходность и минимизировать неопределенность, т. е. риск, имеет две противоречащие друг другу цели, которые должны быть сбалансированы при принятии решения о покупке того или иного вида и количества ценных бумаг.

Очевидно, что ожидаемая доходность и стандартное отклонение портфеля зависят от ожидаемых доходностей и стандартных отклонений ценных бумаг, входящих в портфель, а также от удельного веса каждой бумаги в портфеле [1]:

$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^N X_i \bar{r}_i$, где \bar{r}_p – ожидаемая доходность портфеля; X_i – доля начальной стоимости портфеля, инвестированная в ценную бумагу i ; \bar{r}_i – ожидаемая доходность ценной бумаги i ; N – число ценных бумаг в портфеле.

Чтобы определить ожидаемую доходность рискованной ЦБ, необходимо рассмотреть все возможные исходы и вероятность каждого из них в отдельности. Поскольку вероятностным прогнозированием доходностей акций могут заниматься только эксперты, ожидаемая доходность ценных бумаг была заменена средневзвешенной доходностью. Имея рассчитанный вектор доходностей акций и ковариационную матрицу, можно определить доходность портфеля, которая в оптимальном портфеле должна быть максимальной, а также стандартное отклонение портфеля, которое для тридцати ценных бумаг, определяется по формуле:

$\sigma_p = \left[\sum_{i=1}^{30} \sum_{j=1}^{30} X_i X_j \sigma_{ij} \right]^{1/2}$, где σ_{ij} – ковариация ценных бумаг i и j ; σ_p – стандартное отклонение портфеля; X_i – доля начальной стоимости портфеля, инвестированная в ценную бумагу i ; X_j – доля начальной стоимости портфеля, инвестированная в ценную бумагу j .

Компьютерная программа, максимизирующая критерий \bar{r}_p / σ_p , подбирает такие доли определенных видов акций в портфеле, при которых он становится оптимальным.

Литература

1. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Инвестиции: Пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 1999. – 1028 с.
2. Фабоцци Ф. Управление инвестициями; Пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 2000. – 932 с.