

ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ ЗНАК РАДИКАЛА В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

И.С. Гариунович

Научный руководитель – к.п.н., доцент *Т.В. Гуляева*

Белорусский государственный педагогический университет имени М.Танка

Тригонометрия является одной из важнейших тем школьного курса математики. В этот раздел входят такие темы, как преобразование тригонометрических выражений, решение тригонометрических уравнений, неравенств и их систем, исследование свойств и построение графиков тригонометрических функций. Задания по данной теме часто предлагаются абитуриентам на вступительных экзаменах в ВУЗы и на математических олимпиадах различного уровня.

Особый интерес представляет тема «Тригонометрические уравнения». На изучение данной темы общеобразовательной программой отводится незначительное количество часов: 12 ч. – в классах общеобразовательного уровня и 20 ч. – в классах с углубленным изучением предмета.

В учебно-методической литературе не существует однозначного определения понятия «тригонометрическое уравнение». Так, И.Т.Бородуля предлагает следующую формулировку: «Тригонометрическим уравнением называется равенство тригонометрических выражений, содержащее неизвестное (переменную) только под знаком тригонометрических функций», профессор Василевский А.Б. под тригонометрическими уравнениями понимает: «... уравнения, алгебраические относительно тригонометрических функций от переменного kx ».

В школе учащиеся знакомятся со следующими типами тригонометрических уравнений: сводимые к алгебраическим; решаемые разложением на множители; понижением степени тригонометрических функций; методом введения функций вспомогательного угла; однородные; при решении которых используются формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и свойства синуса и косинуса.

Однако, в условиях дифференцированного обучения, имеющего место в республике, мы считаем, что учителю целесообразно обратить внимание на решение таких развивающих задач по тригонометрии, как тригонометрические уравнения, содержащие знак радикала, которые являются наименее изученными школьниками и вызывающими у них определённые трудности.

Уравнением с радикалом называется уравнение, в котором переменная содержится под знаком корня или под знаком операции возведения в дробную степень.

Для успешного решения тригонометрических уравнений, содержащих знак радикала, учащиеся должны иметь прочные знания, умения и навыки решения алгебраических уравнений, содержащих знак радикала. Поэтому, приступая к решению таких тригонометрических уравнений, следует повторить с учениками способы решения уравнений

вида: $\sqrt{f(x)} = g(x)$, $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$, $\sqrt{f(x)^2} = g(x)$. Рассмотрим пример. Пусть надо решить уравнение

$$\sqrt{2 + \cos 2x - 2\cos^2 3x + 2\cos 6x} = \sqrt{2} \sin 2x, \quad -5 \leq x \leq 0.$$

Решение: Преобразуем подкоренное выражение: $2 + \cos 2x - 2\cos^2 3x + 2\cos 6x = 2 + \cos 2x - (1 + \cos 6x) + 2\cos 6x = 1 + \cos 6x + \cos 2x = 1 + 2\cos 4x \cos 2x$. Возведём обе части исходного уравнения в квадрат:

$$\begin{cases} 1 + 2\cos 4x \cos 2x = 2\sin^2 2x, \\ \sin 2x \geq 0. \end{cases} \quad \text{Учитывая, что } -5 \leq x \leq 0, \text{ имеем: } x \in \left\{ -\frac{5\pi}{8}; -\frac{7\pi}{8}; -\frac{2\pi}{3} \right\}.$$

Способы решения тригонометрических уравнений, содержащих знак радикала, разнообразны, их выполнение невозможно без знаний учащимся основных тригонометрических формул, простейших типов и методов решения уравнений. Задания такого типа способствуют развитию познавательной активности школьника, и мы считаем, что их особенно целесообразно рассматривать на факультативах и курсах по выбору.