АНАЛИЗ СИГНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ НЕПРЕРЫВНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С БАЗИСНЫМ СОБОЛЕВСКИМ ВЕЙВЛЕТОМ

А.Г. Дейцева
Научный руководитель – к.ф.-м.н., доцент ***Ю.М. Вувуникян***
Гродненский государственный университет имени Янки Купалы

Вейвлет-анализ, представляя собой гибкий и весьма мощный инструмент временного и спектрального анализа, в последнее время широко применяется для выявления особенностей сигналов различной природы. Фундаментальную роль при этом играет непрерывное вейвлет-преобразование, которое переводит исследуемую функцию $f(x) \in L_2(R)$ в набор вейвлет-коэффициентов $W_\psi(a,b)$ по правилу:

$$(W_\psi f)(a,b) = \frac{1}{\sqrt{C_\psi}} \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \overline{\psi(\frac{x-b}{a})} dx, \qquad (1)$$

где a и b — параметры, определяющие соответственно масштаб и смещение функции $\psi(x) \in L_2(R)$, называемой базисным вейвлетом, C_ψ — нормировочный множитель. При этом $\psi(x)$ должна удовлетворять условию допустимости $C_\psi = \int \frac{|\hat{\psi}(\xi)|^2}{|\xi|} d\xi < \infty$. Выбор конкретного вейвлета обуславливается как видом анализируемого сигнала, так и теми свойствами, которые планируется выявить.

В качестве базисного вейвлета $\psi(x)$ предлагается рассмотреть вторую производную функции Соболева $\omega(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x^2-1}}, |x| < 1 \\ 0, \quad |x| \ge 1 \end{cases}$. Назовем его соболевским вейвлетом. Можно показать, что $\psi(x) = \begin{cases} \frac{6x^4-2}{(x^2-1)^4} e^{\frac{1}{x^2-1}}, |x| < 1 \\ 0, \quad |x| \ge 1 \end{cases}$ удовлетворяет условию допустимости.

Соболевский вейвлет является бесконечно-дифференцируемой четной функцией, имеющей компактный носитель и неограниченное число нулевых моментов. Вышеуказанные свойства могут сделать его более предпочтительным при анализе сигналов, поскольку компактный носитель обеспечивает конечность интеграла (1), а наличие неограниченного числа нулевых моментов позволяет вейвлет-преобразованию лучше дифференцировать особенности сигнала [1]. Кроме того, соболевский вейвлет обеспечивает частотно-временное окно конечной площади, т. к. обе функции ψ и $\hat{\psi}$ являются функциями-окнами, следовательно, непрерывное вейвлет-преобразование дает локальную информацию об анализируемом сигнале [2].

Анализ особенностей сигналов осуществляется на основе вейвлет-спектрограмм, которые визуализируют информацию о значениях вейвлет-коэффициентов $W_\psi(a,b)$ в плоскости масштаб – время. В работе для построения вейвлет-спектрограмм с базисным соболевским вейвлетом использовались возможности пакета Wavelet Toolbox системы Mathlab.

Литература

1. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения. // Успехи физических наук, 1996. Т.166. №11 – с. 1145–1170.

2. Чуи Ч. Введение в вэйвлеты: Пер. С англ.-М.: Мир, 2001.-412с.