$$k_1\partial^2T/\partial x^2+k_2\partial^2T/\partial y^2+k_3\partial^2T/\partial z^2=0;$$

где k_i - коэффициенты теплопроводности.

На основе специального представления компонент напряжений и перемещений через квазигармонические функции $\Phi_k=\Phi_k(x,\ \mu_k y,\ \lambda_k z)$ и некоторые дифференцируемые функции $F_i=F_i(x,\ y,\ z)$ показано, что закон Гука для ортотропного тела и уравнения равновесия могут быть удовлетворены, если положить, что напряжения σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{zx} и перемещения u, v, w выражаются по формулам

$$\sigma_x=(\partial^2/\partial y^2+\xi_k\partial^2/\partial z^2)\Phi_k+\partial^2F_1/\partial y^2+\partial^2F_3/\partial z^2,$$
$$\tau_{xy}=-\partial^2\Phi_k/\partial x\partial y-\partial^2\mathrm{F}_1/\partial x\partial y,$$
$$\sigma_y=(\partial^2/\partial x^2+\eta_k\partial^2/\partial z^2)\Phi_k+\partial^2F_1/\partial x^2+\partial^2F_2/\partial z^2,$$
$$\tau_{xz}=-\xi_k\partial^2\Phi_k/\partial x\partial z-\partial^2\mathrm{F}_3/\partial x\partial z,$$
$$\sigma_z=(\xi_k\partial^2/\partial x^2+\eta_k\partial^2/\partial y^2)\Phi_k+\partial^2F_3/\partial x^2+\partial^2F_2/\partial y^2,$$
$$\tau_{yz}=-\eta_k\partial^2\Phi_k/\partial y\partial z-\partial^2\mathrm{F}_2/\partial y\partial z,$$
$$u=P_{k1}\partial\Phi_k/\partial x-0{,}5\partial/\partial x(a_{66}F_1-a_{44}F_2+a_{55}F_3,$$
$$v=P_{k2}\partial\Phi_k/\partial y-0{,}5\partial/\partial y(a_{66}F_1+a_{44}F_2-a_{55}F_3,$$
$$w=P_{k3}\partial\Phi_k/\partial z-0{,}5\partial/\partial z(-a_{66}F_1+a_{44}F_2+a_{55}F_3,$$

где $P_{k1}=0{,}5(\eta_k a_{44}-\xi_k a_{55}-a_{66})$, $P_{k2}=0{,}5(\xi_k a_{55}-\eta_k a_{44}-a_{66})$, $P_{k1}=0{,}5(a_{66}-\eta_k a_{44}-\xi_k a_{55})$, k - индекс суммирования, принимающий значения 1, 2, 3; $\xi_k,\eta_k,\mu_k,\lambda_k$ - выражаются через a_{ij}.

Полученные формулы удовлетворяют принципу предельного перехода к изотропному телу и служат базовыми соотношениями при решении основных граничных задач термоупругости ортотропного тела.

ОБ ОПЕРАТОРНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ СВАРКЕ

С.В. Акимова

Научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор ***Ю.В. Василевич***

Белорусский национальный технический университет

В результате действия сварочной дуги происходит сильный сосредоточенный нагрев свариваемых материалов. Тепло передается от точки к точке, и температурное поле в теле изменяется. Задача заключается в том, чтобы найти это изменяющееся температурное поле, т.е. найти совокупность температуры во всех точках тела в любой последующий момент времени. Чтобы найти температурное поле, надо кроме уравнения теплопроводности знать еще распределение температуры внутри тела в начальный момент времени (начальное условие) и тепловой режим на границе тела (граничное условие).

Пусть в пластине неограниченных размеров действует сосредоточенный источник тепла мощностью

$$W=\frac{Q}{r}\delta_+(r)\delta_+(\varphi)\delta_+(z)\delta_+(t)$$

где $\delta_+(r)$, $\delta_+(\varphi)$, $\delta_+(z)$, $\delta_+(t)$ - асимметричные единичные импульсные функции. В этом случае температурное поле в пластине описывается дифференциальным уравнением вида [1]:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r}+\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}-\frac{1}{a}\frac{\partial\theta}{\partial t}=-\frac{Q}{\lambda_0 r}\delta_+(r)\delta_+(\varphi)\delta_+(z)\delta_+(t)\,. \qquad (1)$$

Решение этой задачи приведено в [1]

$$\theta=\frac{2Q}{c\rho(4\pi at)^{3/2}}\exp\left(-\frac{R^2}{4at}\right) \qquad (2)$$

где $R^2=r^2+z^2$.

Так как тепло сосредоточенно в точке с координатами $r=0$, $z=0$ и приложено импульсно, т.е. в момент $t<0$ и $t>0$ его еще или уже нет, то в дальнейшем температурное поле будет уже описываться однородным уравнением

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r}+\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}=\frac{1}{a}\frac{\partial\theta}{\partial t} \qquad (3)$$

в совокупности из граничных условий. При этом, полученная по формуле (2) температура является начальной для дальнейшего протекания процесса. Решение уравнения (3) предлагается записать в операторном виде

$$\theta=[A(\Delta)\sin(\sqrt{\Delta}z)+B(\Delta)\cos(\sqrt{\Delta}z)]f(r,t)$$

где $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}-\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial t}$; $f(r,t)$ - произвольная функция. Такой подход обеспечивает наибольшую общность получаемых аналитических решений.

Литература

1. Недосека А.Я. Основы расчета и диагностики сварных конструкций. – Киев, 1998. – 640с.

ПРО-р-ГРУППЫ С КОНЕЧНОЙ ГРУППОЙ $H^1(G, \boldsymbol{F}_p[[G]])$.

А.А. Коренев

Научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор ***О.В. Мельников***

Белорусский государственный университет

Группа когомологий $H^1(G, \boldsymbol{F}_p[[G]])$ про-р-группы G, упомянутая в названии, является про-р-аналогом дискретной группы концов (см. 1). Здесь $\boldsymbol{F}_p[[G]]$ означает пополненное групповое кольцо над полем из p элементов $\boldsymbol{F}_p$ (см. 2). Сама же группа $H^1(G, \boldsymbol{F}_p[[G]])$ определяется как группа классов непрерывных скрещенных гомоморфизмов из G в $\boldsymbol{F}_p[[G]]$.

Целью работы является доказательство для про-р-группы G следующих “классических” (в случае дискретных групп) результатов о группе концов.

Теорема 1. Если группа $H^1(G, \boldsymbol{F}_p[[G]])$ конечна, то она изоморфна $\boldsymbol{F}_p$ или нулю.

Теорема 2. Группа $H^1(G, \boldsymbol{F}_p[[G]])$ изоморфна $\boldsymbol{F}_p$ тогда и только тогда, когда G является расширением своего конечного нормального делителя N с помощью факторгруппы G/N, изоморфной либо кольцу целых р-адических чисел, либо, если р=2, бесконечной диэдральной группе $D\left(2^{\Gamma\ddagger}\right)=Z/2Z*Z/2Z$.

Теорема 3. Если про-р-группа G содержит бесконечный конечно порождённый нормальный делитель N и индекс N в G бесконечен, то $H^1(G, \boldsymbol{F}_p[[G]])=0$.

На самом деле получено более сильная теорема, чем **теорема 1** и **теорема 2,** доказательство которой использует методы гомологической алгебры. Прежде чем её формулировать заметим, что группа $H^1(G, \boldsymbol{F}_p[[G]])$ обладает естественным правым действием G.

Теорема 4. Если правый G-модуль $H^1(G, \boldsymbol{F}_p[[G]])$ содержит ненулевой конечный подмодуль, то группа $H^1(G, \boldsymbol{F}_p[[G]])$ изоморфно $\boldsymbol{F}_p$.