$$\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r}+\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}-\frac{1}{a}\frac{\partial\theta}{\partial t}=-\frac{Q}{\lambda_0 r}\delta_+(r)\delta_+(\varphi)\delta_+(z)\delta_+(t). \qquad (1)$$

Решение этой задачи приведено в [1]

$$\theta=\frac{2Q}{c\rho(4\pi at)^{3/2}}\exp\left(-\frac{R^2}{4at}\right) \qquad (2)$$

где $R^2=r^2+z^2$.

Так как тепло сосредоточенно в точке с координатами $r=0$, $z=0$ и приложено импульсно, т.е. в момент $t<0$ и $t>0$ его еще или уже нет, то в дальнейшем температурное поле будет уже описываться однородным уравнением

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r}+\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}=\frac{1}{a}\frac{\partial\theta}{\partial t} \qquad (3)$$

в совокупности из граничных условий. При этом, полученная по формуле (2) температура является начальной для дальнейшего протекания процесса. Решение уравнения (3) предлагается записать в операторном виде

$$\theta=[A(\Delta)\sin(\sqrt{\Delta}z)+B(\Delta)\cos(\sqrt{\Delta}z)]f(r,t)$$

где $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}-\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial t}$; $f(r,t)$ - произвольная функция. Такой подход обеспечивает наибольшую общность получаемых аналитических решений.

Литература

1. Недосека А.Я. Основы расчета и диагностики сварных конструкций. – Киев, 1998. – 640с.

ПРО-p-ГРУППЫ С КОНЕЧНОЙ ГРУППОЙ $H^1(G, F_p[[G]])$.

А.А. Коренев

Научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор ***О.В. Мельников***

Белорусский государственный университет

Группа когомологий $H^1(G, F_p[[G]])$ про-p-группы G, упомянутая в названии, является про-p-аналогом дискретной группы концов (см. 1). Здесь $F_p[[G]]$ означает пополненное групповое кольцо над полем из p элементов F_p (см. 2). Сама же группа $H^1(G, F_p[[G]])$ определяется как группа классов непрерывных скрещенных гомоморфизмов из G в $F_p[[G]]$.

Целью работы является доказательство для про-p-группы G следующих "классических" (в случае дискретных групп) результатов о группе концов.

Теорема 1. Если группа $H^1(G, F_p[[G]])$ конечна, то она изоморфна F_p или нулю.

Теорема 2. Группа $H^1(G, F_p[[G]])$ изоморфна F_p тогда и только тогда, когда G является расширением своего конечного нормального делителя N с помощью факторгруппы G/N, изоморфной либо кольцу целых p-адических чисел, либо, если p=2, бесконечной диэдральной группе $D(2^{\infty}) = Z/2Z * Z/2Z$.

Теорема 3. Если про-p-группа G содержит бесконечный конечно порождённый нормальный делитель N и индекс N в G бесконечен, то $H^1(G, F_p[[G]])=0$.

На самом деле получено более сильная теорема, чем **теорема 1** и **теорема 2,** доказательство которой использует методы гомологической алгебры. Прежде чем её формулировать заметим, что группа $H^1(G, F_p[[G]])$ обладает естественным правым действием G.

Теорема 4. Если правый G-модуль $H^1(G, F_p[[G]])$ содержит ненулевой конечный подмодуль, то группа $H^1(G, F_p[[G]])$ изоморфно F_p.

Из **теоремы 3** сразу следует, что $H^1(G, F_p[[G]])=0$, если G имеет вид $G_1 \times G_2$, где G_1 и G_2 бесконечные про-р-группы и хотя бы одна из них конечно порождена. Однако, это утверждение можно усилить, сняв условие конечной порождённости.

Полученные результаты позволяют надеяться, что с помощью группы $H^1(G, F_p[[G]])$, можно получить про-р-аналог результатов Столлингса (см. 3) о структуре группы G с бесконечной группой концов $H^1(G, F_p[[G]])$.

Литература

1. Масси У., Столлингс Дж. Алгебраическая топология. Введение. Перев. с англ. М.: Мир, 1977.

2. Ж.-П. Серр. Когомологии Галуа. М.: Мир, 1968.

3. Stallings J. Group Theory and Three-Dimensional Manifolds. Yale Univ. Press, New Haven-London.

О ПРИМЕНЕНИИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

А.П. Андрукевич

Научный руководитель – к.ф.-м.н., доцент ***И.Н. Мелешко***

Белорусский национальный технический университет

Система обыкновенных дифференциальных уравнений электрических цепей с помощью операционного исчисления может быть приведена к системе линейных алгебраических уравнений [1]. Таким образом соотношение входа-выхода электрической цепи получается путем решения этой системы алгебраических уравнений, а зависимость входа-выхода представляется в виде рациональной дроби [2]

$$L(K;z) = \int_0^\infty e^{-zt} K(t)dt = \frac{P(z)}{Q(z)},$$

где L – обозначает оператор Лапласа, $K(t)$ – импульсная реакция цепи, а $P(z)$ и $Q(z)$ – алгебраические многочлены.

Для определения функции K(t) применяют метод Хевисайда.

Если многочлен Q(z) не имеет кратных корней, то разлагая рациональную дробь на простые дроби

$$\frac{P(z)}{Q(z)} = \sum_1^n \frac{a_k}{z-\lambda_k}$$

получаем импульсную реакцию цепи в виде

$$K(t) = \sum_1^n a_k e^{\lambda_k t},$$

где λ_k - корни $Q(z)$, а коэффициенты разложения a_k определяются формулами [1]

$$a_k = \frac{P(\lambda_k)}{Q'(\lambda_k)}, \quad k=1,2,...n.$$

Как известно, функция $K(t)$ играет важную роль при анализе переходных процессов в электрических цепях.

Литература

1.Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комклексного переменного.- М.: Наука, 1973.- 736 с. - М.:

2. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. – М.: Физматгиз, 1961. – 524 с.