

КАНОНИЧЕСКИЕ f -СТРУКТУРЫ НА ФЛАГОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

А.С. Сакович

Научный руководитель – к.ф.-м.н., доцент В.В. Балащенко
Белорусский государственный университет

Многообразия флагов представляют собой интересный объект для изучения. Например, множество всех ориентированных флагов вида $L_1 \subset L_3 \subset \dots \subset L_{2k+1} \subset L_n$ векторного пространства L размерности n (L_i обозначает подпространство размерности i) с действием специальной ортогональной группы изоморфно $SO(n) / \underbrace{SO(2) \times \dots \times SO(2)}_k \times SO(n - 2k - 1)$.

Как многообразие оно является однородным Φ -пространством [1], причем может быть порождено автоморфизмами любого четного порядка m , где $m \geq 2k - 2$. Это обстоятельство гарантирует существование большого запаса канонических f -структур на данном многообразии [1].

В контексте обобщенной эрмитовой геометрии наибольший интерес представляет вопрос о принадлежности f -структуры тому или иному классу. Напомним, что эти классы выделяются на основании свойств так называемой присоединенной Q -алгебры [2], причем особо выделяют классы G_1f -структур, эрмитовых f -структур (класс Hf), приближенно келеровых f -структур (класс NKf) (см. [2], [3], [4]).

Существует ряд теорем, помогающих устанавливать принадлежность f -структур на естественно редуцированных однородных Φ -пространствах основным классам обобщенной эрмитовой геометрии (см. [3], [4]). На основании этих теорем, а также с использованием непосредственных определений классов были установлены некоторые факты. Приведем их, используя обозначения работы [1].

Теорема.

1) Для однородного Φ -пространства порядка 6 $SO(n) / SO(2) \times SO(n - 3)$ все канонические f -структуры являются эрмитовыми и все, кроме $f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\theta^2 - \theta^4)$, принадлежат классу NKf .

2) Для однородного Φ -пространства порядка 6 $SO(n) / SO(2) \times SO(2) \times SO(n - 5)$ имеем: $f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\theta - \theta^5)$ принадлежит классу Hf , но не принадлежит классу NKf , $f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\theta^2 - \theta^4)$ не принадлежит классам Hf и NKf , $f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}(-\theta^2 + \theta^4 \mp \theta \pm \theta^5)$ являются как приближенно келеровыми, так и Hf -структурами.

Отметим также одну важную деталь. Известно, что все канонические метрические f -структуры на естественно редуцированных однородных Φ -пространствах порядков 4 и 5 являются как NKf -, так и Hf -структурами. Перечисленные выше результаты дают возможность утверждать, что уже на порядок 6 это утверждение не распространяется.

Литература

1. Балащенко В.В., Степанов Н.А. Канонические аффинорные структуры классического типа на регулярных Φ -пространствах // Мат. сборник. 1995. Т. 186. №11. С.3-34.
2. Кириченко В.Ф. Методы обобщенной эрмитовой геометрии в теории почти контактных многообразий // Итоги науки и техники. Проблемы геометрии. Т. 18. М.: ВИНТИ, 1986. С. 25-71.
3. Балащенко В.В. Однородные приближенно келеровы f -многообразия // Доклады РАН. 2001. Т. 376. № 4. С. 439-441.
4. Балащенко В.В. Однородные эрмитовы f -многообразия // УМН. 2001. Т. 56, вып.3. С. 159-160.