РАШЭННЕ КРАЯВОЙ ЗАДАЧЫ ДЛЯ АДНОЙ СІСТЭМЫ ДЫФЕРЭНЦЫЯЛЬНЫХ РАЎНАННЯЎ

А.Л. Тумінская, Г.В. Хадкевіч
Навуковы кіраўнік – к.ф.-м.н., дацэнт ***У.А. Шылінец***
Беларускі дзяржаўны педагагічны універсітэт імя Максіма Танка

Няхай A – асацыятыўна-камутатыўная алгебра з адзінкай 1 над полем камплексных лікаў з базай 1, ε, ε^2, ε^3 і законам множання $\varepsilon^4=0$; клас (D,A) – мноства ўсіх функцый выгляду $f=\sum_{k=0}^{3}u_k\varepsilon^k$, дзе кожная функцыя $u_k=u_k(x,y)$ – камплексная функцыя рэчаісных зменных x,y, вызначаная ў некаторым аднازвязным абсягу D. Заўсёды мяркуем $p=z+\varepsilon\bar{z}$, $z=x+iy$, $\bar{z}=x-iy$.

Функцыя $f(z)=u_0(z)+u_1(z)\varepsilon+u_2(z)\varepsilon^2+u_3(z)\varepsilon^3$ называецца манагеннай у сэнсе У. С. Фёдарава (F–манагеннай) адносна функцыі $t(z)=t_0(z)+t_1(z)\varepsilon+t_2(z)\varepsilon^2+t_3(z)\varepsilon^3$ у абсягу D, калі існуе такая функцыя $\varphi(z)=\varphi_0(z)+\varphi_1(z)\varepsilon+\varphi_2(z)\varepsilon^2+\varphi_3(z)\varepsilon^3$, што ўсюды ў абсягу D выконваецца ўмова $df(z)=\varphi(z)dt(z)$.

Разгледзім сістэму дыферэнцыяльных раўнанняў

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial u_2}{\partial z}-\frac{\partial u_3}{\partial\bar{z}}=0,\frac{\partial u_1}{\partial z}-\frac{\partial u_2}{\partial\bar{z}}=0,\\&\frac{\partial u_0}{\partial z}-\frac{\partial u_1}{\partial\bar{z}}=0,\frac{\partial u_0}{\partial\bar{z}}=0\end{aligned}\right\},\qquad(1)$$

якая з'яўляецца ўмовай манагеннасці ў сэнсе У. С. Фёдарава функцыі $f=u_0+u_1\varepsilon+u_2\varepsilon^2+u_3\varepsilon^3$ па функцыі $p=z+\varepsilon\bar{z}$. Тут $\frac{\partial}{\partial z}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x}-i\frac{\partial}{\partial y}\right)$, $\frac{\partial}{\partial\bar{z}}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x}+i\frac{\partial}{\partial y}\right)$, $z=x+iy$, $\bar{z}=x-iy$, $i^2=-1$, $\varepsilon^4=0$. Рашэннем сістэмы (1) у абсягу D з'яўляюцца наступныя функцыі: $u_0=h_0(z)$, $u_1=h_0'(z)\bar{z}+h_1(z)$, $u_2=h_0''(z)\frac{\bar{z}^2}{2}+h_1'(z)\bar{z}+h_2(z)$, $u_3=h_0'''(z)\frac{\bar{z}^3}{3!}+h_1''(z)\frac{\bar{z}^2}{2}+h_2'(z)\bar{z}+h_3(z)$, дзе $h_j(z)$ $(j=0,1,2,3)$ – адвольныя аналітычныя функцыі ад z у абсягу D.

Натуральны інтарэс выклікае вывучэнне сістэмы

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial u_2}{\partial z}-\frac{\partial u_3}{\partial\bar{z}}=a_0(x,y),\frac{\partial u_1}{\partial z}-\frac{\partial u_2}{\partial\bar{z}}=a_1(x,y),\\&\frac{\partial u_0}{\partial z}-\frac{\partial u_1}{\partial\bar{z}}=a_2(x,y),\frac{\partial u_0}{\partial\bar{z}}=a_3(x,y)\end{aligned}\right\},\qquad(2)$$

дзе a_k $(k=0,1,2,3)$ – вядомыя рэчаісныя або камплексныя функцыі класа $C^1(D)$.

Была даследавана наступная краявая задача: знайсці рашэнне сістэмы (2), калі вядомы значэнні гэтага рашэння на граніцы C абсягу $D_c\subset D$.