

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОЛЕСНОЙ МАШИНЫ С БОЛЬШИМИ УГЛАМИ ПОВОРОТА УПРАВЛЯЕМЫХ КОЛЕС

Метод расчета параметров кругового движения колесной машины излагается без упрощающих допущений об углах увода, используемых обычно в теории поворота колесных машин [ 1, 2 ].

Машина схематизируется одномассовой пространственной моделью с системой координат, зафиксированной в центре масс. Ось  $x$  системы координат направлена вперед вдоль продольной оси машины, а  $z$  — вниз перпендикулярно к дороге.

Для удобства исследования разложим скорость центра масс  $v_a$  на две составляющие:  $v_x$ , направленную вдоль оси  $x$ , и  $v_y$ , направленную вдоль оси  $y$ . Угол  $\psi_a$ , который образует вектор скорости  $\vec{v}_a$  с осью  $x$  (угол дрейфа), определяется из равенства

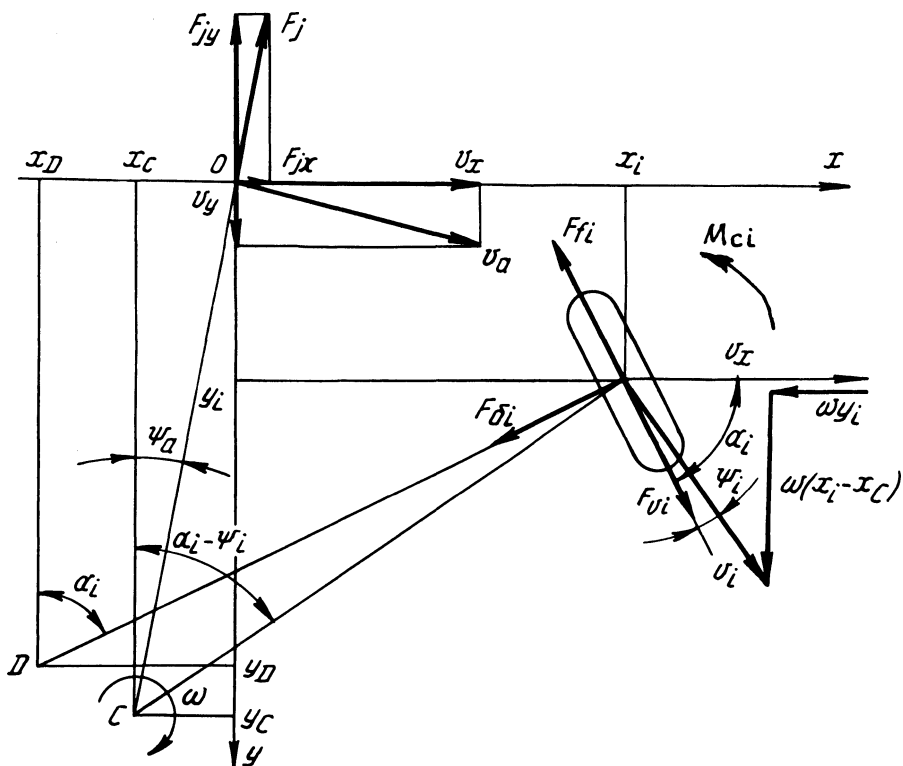


Рис. 1. Модель для исследования поворота колесной машины

$$\operatorname{tg} \psi_a = \frac{\omega x_C}{\omega y_C} = \frac{x_C}{R}, \quad (1)$$

где  $\omega$  – угловая скорость поворота машины:  $\omega = v_x/R$ ;  $x_C$  и  $y_C$  – координаты центра поворота  $C$ ;  $R$  – радиус поворота:  $R = y_C$ .

На рис. 1 в плоскости  $xOy$  подвижной системы координат изображена проекция  $i$ -го колеса с координатами его центра  $x_i$  и  $y_i$ , повернутого на угол  $\alpha_i$ , а также силы и момент, действующие на колесо в плоскости дороги и составляющие вектора скорости движения колеса  $\bar{v}_i$ .

Из рис. 1 видно, что угол увода  $i$ -го колеса  $\psi_i = \alpha_i - \nu_i$ , где  $\nu_i$  – угол между векторами  $\bar{v}_x$  и  $\bar{v}_i$ :

$$\nu_i = \operatorname{arctg} \frac{x_i - x_C}{R - y_i}$$

или

$$\nu_i = \frac{x_i - x_C}{R - y_i} - \operatorname{inv} \nu_i.$$

Тогда

$$\psi_i = \alpha_i + \operatorname{inv} \nu_i - \frac{x_i - x_C}{\beta_i R}, \quad \beta_i = 1 - \frac{y_i}{R}, \quad (2)$$

Касательная сила (окружная) колеса  $F_{\kappa i}$  и боковая сила  $F_{\sigma i}$  связаны с его кинематическими параметрами – соответственно с коэффициентом буксования  $\delta_i$  и углом увода  $\psi_i$  – следующими зависимостями [1]:

$$F_{\kappa i} = \varphi_i G_i \left\{ 1 - \frac{\delta_{0i}}{2|\delta_i|} [1 - \exp(-\frac{2|\delta_i|}{\delta_{0i}})] \right\} \operatorname{sgn} \delta_i; \quad (3)$$

$$F_{\sigma i} = \varphi_i G_i \operatorname{th} \frac{\psi_i}{\psi_{0i}}, \quad (4)$$

где  $\varphi_i$  – коэффициент сцепления;  $\delta_{0i}$  – характеристический коэффициент буксования;  $\psi_{0i}$  – характеристический угол увода.

При выводе уравнений движения используется линеаризация функций (3) и (4) в расчетных точках [1].

Линеаризованная зависимость касательной силы от буксования имеет вид

$$F_{\kappa i} = C_{xi} + K_{xi} \delta_i, \quad (5)$$

где

$$K_{xi} = \frac{dF_{\kappa i}}{d\delta_i} = \frac{\psi_i G_i \delta_{0i}}{2\delta_i^2} [1 - (1 - \frac{2|\delta_i|}{\delta_{0i}}) \exp(-\frac{2|\delta_i|}{\delta_{0i}})]; \quad (6)$$

$$C_{xi} = F_{\kappa i}(\delta_i) - K_{xi} \delta_i.$$

Линеаризованная зависимость боковой силы от угла увода:

$$F_{\sigma i} = C_{yi} + K_{yi} \psi_i, \quad (7)$$

где

$$K_{yi} = \frac{\xi_i \varphi_i G_i}{\psi_{0i}} \left(1 - \text{th}^2 \frac{\psi_i}{\psi_{0i}}\right); \quad (8)$$

$$C_{yi} = \xi_i F_{\sigma i}(\psi_i) - K_{yi} \psi_i;$$

$$\xi_i = \sqrt{1 - [F_{\kappa i} / (\varphi_i G_i)]^2};$$

$\xi_i$  — корректирующий коэффициент, учитывающий влияние касательной силы.

Коэффициенты  $\varphi_i$ ,  $\delta_{0i}$ ,  $\psi_{0i}$  связаны с размерами площадки контакта колеса и с прогибом  $u_i$  шины:

$$\varphi_i = \mu + 4c_0 b_i a_i / G_i;$$

$$\delta_{0i} = \epsilon_{\delta i} \varphi_i \sqrt{u_i / D_i};$$

$$\psi_{0i} = \epsilon_{\psi i} \varphi_i \sqrt{u_i / D_i},$$

где  $\mu$  — коэффициент трения шины о дорожное покрытие;  $c_0$  — связность;  $b_i$  — полуцирлина беговой дорожки шины (протектора);  $a_i$  — полудлина контакта;  $a_i = \sqrt{u_i D_i}$ ;  $u_i$  — прогиб шины;  $D_i$  — диаметр шины;  $\epsilon_{\delta i}$  и  $\epsilon_{\psi i}$  — коэффициенты пропорциональности.

Коэффициенты  $\mu$ ,  $c_0$ ,  $\epsilon_{\delta i}$  и  $\epsilon_{\psi i}$  должны определяться экспериментально. Прогиб шины можно рассчитать по зависимости

$$u = B \left( \frac{3G}{2K_q (3-c) \sqrt{BD}} \right)^{1/(c+0,5)},$$

где  $B$  — ширина профиля шины;  $K_q$  — коэффициент удельной нагрузки;  $c$  — показатель закона изменения удельной нагрузки;  $K_q$  и  $c$  определяются по экспериментальной нагрузочной характеристике шины.

Сопротивление качению  $i$ -го колеса можно приближенно вычислить, задаваясь коэффициентом гистерезисных потерь  $\zeta$ :

$$F_{fi} \approx \frac{2\zeta K_{qi} u_i^{c_i+1}}{(c_i+1) B_i}$$

Наиболее точная зависимость между кинематическими параметрами отдельного двухколесного моста и полным стабилизирующим моментом шин

обоих колес предложена в работе [1]. Применительно к одному колесу эту формулу можно записать в следующем виде:

$$M_{ci} = \frac{b_i^2 (1 - \delta_i) K_{xi}}{3R\beta_i} + \frac{a_i \psi_i K_{yi}}{3} \quad (9)$$

Коэффициенты  $K_{xi}$  и  $K_{yi}$  в формуле (9) определяются по зависимостям (6) и (8).

В соответствии с рис. 1 можно записать уравнения равновесия машины в плоскости  $xOy$ :

$$\sum_{i=1}^n [(F_{\kappa i} - F_{fi}) \cos \alpha_i - F_{\sigma i} \sin \alpha_i] + \frac{mv_x^2}{R} \operatorname{tg} \psi_a = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n [(F_{\kappa i} - F_{fi}) \sin \alpha_i + F_{\sigma i} \cos \alpha_i] - \frac{mv_x^2}{R} = 0; \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n [(F_{\kappa i} - F_{fi}) (x_i \sin \alpha_i - y_i \cos \alpha_i) + F_{\sigma i} (x_i \cos \alpha_i + y_i \sin \alpha_i) - M_{ci}] = 0. \quad (11)$$

Для определения нормальных сил  $G_i$ , действующих на колеса машины, используются уравнения равновесия машины в плоскостях  $xz$  и  $yOz$ , выведенные с учетом конструкции и характеристики подвески.

Задаваясь законом распределения касательной силы по колесам машины, можно решить первое уравнение относительно  $F_{\kappa i}$ . Например, в случае дифференциальной кинематической связи колес

$$F_{\kappa i} = \frac{k_i}{\sum_{i=1}^n k_i \cos \alpha_i} \left( \sum_{i=1}^n (F_{fi} \cos \alpha_i + F_{\sigma i} \sin \alpha_i - \frac{mv_x^2 \operatorname{tg} \varphi_a}{R}) \right), \quad (12)$$

где  $k_i$  — коэффициент распределения касательных сил по колесам:

$$k_i = F_{\kappa i} / \left( \sum_{i=1}^n F_{\kappa i} \right).$$

Подставив в уравнения (10) и (11) найденное выражение для определения  $F_{\kappa i}$  и преобразовав их с учетом выражений (2), (5), (7), (9), получим:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}R + a_{12}x_C &= a_{10}; \\ a_{21}R + a_{22}x_C &= a_{20}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где

$$a_{11} = \sum_{i=1}^n [C_{yi} + K_{yi}(a_i + \text{inv}\nu)] (\cos a_i + H_A \sin a_i) + H_{11} ;$$

$$a_{12} = \sum_{i=1}^n K_{yi} (\cos a_i + H_A \sin a_i) / \beta_i ;$$

$$a_{10} = \sum_{i=1}^n K_{yi} x_i (\cos a_i + H_A \sin a_i) / \beta_i + (1 + H_A \text{tg} \psi_a) m v_x^2 ;$$

$$a_{21} = \sum_{i=1}^n \left\{ [C_{yi} + K_{yi}(a_i + \text{inv}\nu)] [x_i \cos a_i + (y_i + H_B) \sin a_i] - \right. \\ \left. - \frac{1}{3} K_{yi} a_i (a_i + \text{inv}\nu_i) \right\} + H_{21} ;$$

$$a_{22} = \sum_{i=1}^n \left\{ K_{yi} [x_i \cos a_i + (y_i + H_B) \sin a_i] / \beta_i - \frac{1}{3} K_{yi} a_i / \beta_i \right\} ;$$

$$a_{20} = \sum_{i=1}^n \left\{ K_{yi} x_i [x_i \cos a_i + (y_i + H_B) \sin a_i] / \beta_i + \frac{1}{3\beta_i} \times \right. \\ \left. \times [K_{xi} b_i^2 (1 - \delta_i) - K_{yi} x_i a_i] \right\} + m v_x^2 H_B \text{tg} \psi_a ;$$

$$H_A = \frac{\sum_{i=1}^n k_i \sin a_i}{\sum_{i=1}^n k_i \cos a_i} ;$$

$$H_{11} = \sum_{i=1}^n F_{fi} (H_A \cos a_i - \sin a_i) ;$$

$$H_B = \frac{\sum_{i=1}^n k_i (x_i \sin a_i - y_i \cos a_i)}{\sum_{i=1}^n k_i \cos a_i} ,$$

$$H_{21} = \sum_{i=1}^n F_{fi} [(H_B + y_i) \cos a_i - x_i \sin a_i] .$$

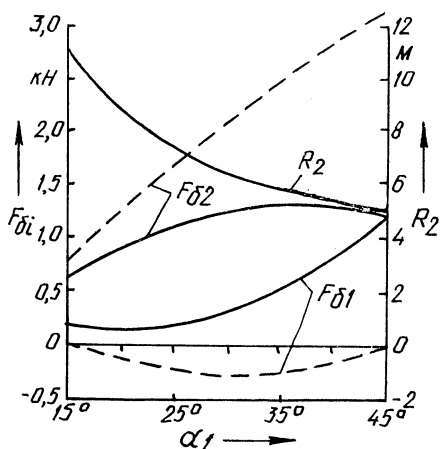
При других схемах кинематической связи колес изменяются выражения для коэффициентов  $H_A$ ,  $H_{11}$ ,  $H_B$  и  $H_{21}$ .

Решая уравнения (13), получим:

$$R = \frac{a_{10} a_{22} - a_{12} a_{20}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}} ; \quad x_c = \frac{a_{11} a_{20} - a_{10} a_{21}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}} .$$

Рис. 2. Изменение радиуса поворота по следу внешнего переднего колеса трактора МТЗ-100 и боковых сил на управляемых колесах в зависимости от угла поворота внутреннего управляемого колеса при колее 1800 мм:

----- при  $\theta = 7^\circ$ ; — при  $\theta = 14,8^\circ$



Далее вычисляем углы увода  $\psi_i$  по формуле (2), боковые силы  $F_{\delta i}$  по формуле (7), касательные силы  $F_{\kappa i}$  по формуле (12), коэффициенты буксования из уравнения (5). Вычисления производятся методом последовательных приближений.

При первом расчетном шаге задаемся углом поворота переднего внутреннего колеса  $\alpha_1$  и находим углы поворота остальных управляемых колес, используя геометрические соотношения для принятой конструкции рулевого привода. Находим координаты центра рулевого управления  $x_D$  и  $y_D$ . Принимаем в качестве первого приближения  $x_C = x_D$ ,  $R = y_D$ ,  $\beta_i = 1 - y_i/y_D$ ,  $\text{inv} \nu_i = 0$ ,  $\psi_i = 0$ ,  $\delta_i \rightarrow 0$ ,  $F_{jx} = 0$ ,  $F_{jy} = 0$ . Вычисляем  $G_i$ , а затем, определив коэффициенты  $\varphi_i$ ,  $\delta_{0i}$  и  $\psi_{0i}$ , находим  $K_{xi}$ ,  $C_{xi}$ ,  $K_{yi}$ ,  $C_{yi}$  в предположении, что  $\delta_i \rightarrow 0$  и  $\psi_i \rightarrow 0$ . Рассчитываем кинематические параметры движения машины и каждого колеса, а также силы, действующие на каждое колесо.

При втором расчетном шаге вычисляется тангенс угла дрейфа машины по формуле (1), уточняются параметры  $\beta_i$  и  $\text{inv} \nu_i$ , составляющие силы инерции  $F_{jx}$  и  $F_{jy}$ , нормальная нагрузка на каждое колесо  $G_i$ . Затем уточняются коэффициенты  $\varphi_i$ ,  $\delta_{0i}$  и  $\psi_{0i}$  и вычисляются параметры  $K_{xi}$ ,  $C_{xi}$ ,  $K_{yi}$  и  $C_{yi}$  при значениях  $\delta_i$  и  $\psi_i$ , найденных на предыдущем расчетном шаге. Далее расчет выполняется в той же последовательности, которая указана выше.

Третий расчетный шаг повторяет второй, и так далее до достижения необходимой точности.

В качестве примера были вычислены параметры установившегося поворота трактора МТЗ-100, движущегося со скоростью 1,5 м/с (5,4 км/ч) по горизонтальной поверхности дороги с жестким покрытием.

На рис. 2 показано изменение радиуса поворота трактора и боковых сил на его управляемых колесах в зависимости от угла поворота внутреннего управляемого колеса. Из рисунка видно, что при существующей конструкции рулевого привода боковая сила внешнего колеса значительно превышает боковую силу на внутреннем колесе. Это расхождение можно уменьшить, подобрав угол установки поворотных рычагов рулевой трапеции  $\theta$  так, чтобы

обеспечить равенство боковых сил на управляемых колесах при максимальном угле поворота  $\alpha_{1 \max}$ .

Предложенный расчетный метод определения параметров движения колесных машин при больших углах поворота управляемых колес позволяет определить с достаточной точностью силы и стабилизирующие моменты, действующие на каждое колесо машины, и анализировать конструктивные параметры ее рулевого привода.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев А.Ф., Ванцевич В.В., Лефаров А.Х. Дифференциалы колесных машин. М., 1987.
2. Фаробин Я.Е. Теория поворота транспортных машин. М., 1970.

УДК 629.114.2

А.Х. ЛЕФАРОВ, д-р техн. наук,  
В.С. ВОЙТЕШОНОК, канд. техн. наук (БПИ)

### ВЛИЯНИЕ НАКЛОНА ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ПОВОРАЧИВАЕМОСТЬ ГОРНОГО ТРАКТОРА

Известно, что параметры движения, размеры и форма траектории движения определяются силами, действующими на трактор. При повороте на горизонтальной поверхности силы постоянны по значению и направлению (если не рассматривается вход в поворот и выход из него), что обуславливает форму траектории поворота — окружность.

Поворот на наклонной опорной поверхности характеризуется непрерывным изменением касательных, нормальных и боковых реакций колес. В связи с этим траектория поворота на склоне имеет петлевидную форму, непрерывно смещающуюся вдоль оси, называемой осью смещения. Петля траектории характеризуется размерами  $a$  и  $c$ , измеряемыми вдоль оси смещения, поперечным размером  $b$  и углом смещения  $\beta$  [1].

Изменение реактивных сил имеет гармонический характер. С ростом угла склона увеличиваются амплитуды колебаний сил. На рис. 1 приведены графики предельных суммарных боковых реакций колес переднего и заднего мостов трактора в зависимости от угла склона. Расчеты проведены для трактора с механизмом стабилизации одностороннего типа [2], у которого блокированный межосевой привод, дифференциальный привод колес заднего моста, блокирующийся дифференциал переднего моста. Как видно из рис. 1, с увеличением угла склона боковые реакции возрастают линейно. При этом диапазон боковых реакций заднего моста при всех углах склона больше, чем переднего, и растет интенсивнее.

Однако предельные значения углов увода заднего моста изменяются с увеличением угла склона в меньшей степени, чем переднего (рис. 2). Например, на склонах  $5^\circ$  и  $10^\circ$  диапазоны угла увода середины заднего моста составляют