ном превышении частоты собственных колебаний над частотой возмущающих импульсов и принятое при выводе расчетных зависимостей [3], заведомо выполняется для элементов с плановыми размерами до 2—3 м, для расчета которых поэтому и правомерно применение предложенного метода. Поскольку при этом, как следует из анализа данных рис. 3, экспериментально установлено отсутствие в условиях плоской задачи влияния линейных размеров элементов на диапазон изменения St, можно полагать, что ориентация элементов в данном случае не влияет на расчет и сопоставление диапазонов частот, а полученные результаты справедливы как для квадратных, так и для прямоугольных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буханов В.В. О динамическом взаимодействии жестких плит крепления нижнего бьефа с подплитной областью. — Изв. ВНИИГ, 1974, т. 105. 2. Лятхер В.М., Черных О.Н. Оценка колебаний и устойчивости плит водобоя. — Изв. вузов. Сер. Строительство и архитектура, 1979, № 6. 3. Поваляев М.К. Исследование устойчивости сборного крепления отводящего русла за водовыпусками. — В сб.: Водное хозяйство и гидротехническое строительство. Минск, вып. 11, 1981. 4. Рекомендации по определению гидродинамических нагрузок, воздействующих на плиты водобоев и рисберм водосливных плотин. — Л., 1979. 5. Логинов В.Н. Электрические измерения механических величин. — М., 1976. 6. Юдицкий Г.А. Пульсация гидродинамической нагрузки на плиты водобоя и рисбермы в условиях пространственной задачи. — Изв. ВНИИГ, 1963, т. 73. 7. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. — М., 1971. 8. Власов В.З., Леонтьев Н.Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. — М., 1960.

УДК 532.543

**Ф.Д.ШНИПОВ, мл. науч.сотр.
(ЦНИИКИВР)**

ОБОБЩЕНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО РАСПРЕДЕЛЕНИЮ НА СРЕДНЕЙ ВЕРТИКАЛИ КИНЕМАТИЧЕСКОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ

При решении трехмерной задачи о распределении осредненных скоростей в турбулентных потоках используется, как правило, система уравнений движения Рейнольдса, которая, однако, оказывается незамкнутой даже в простейших случаях. Для уменьшения числа неизвестных в систему обычно вводится кинематический коэффициент турбулентной вязкости. Как отмечает К.В.Гришанин [4], "составить гипотезу о поведении K легче, чем составить гипотезу о величине самого турбулентного напряжения". Имеется ряд предложений, позволяющих рассчитать распределение по сечению кинематического коэффициента турбулентной вязкости [1, 8], но особенно много гипотез по расчету распределения K на вертикали [2, 4, 5, 7, 11, 12, 14].

Существующие предложения отличаются применительно к одним и тем же условиям движения не только количественно, но и качественно. В связи с этим возникла необходимость сравнения между собой и с экспериментальными данными результатов расчета по различным зависимостям применительно к условиям эксперимента. Конечной целью этих сравнений является выбор достаточно обоснованной зависимости для расчета распределения K по сечению и на вертикали.

Простейшая гипотеза о величине K состоит в том, что ее можно считать постоянной по сечению. При решении внешней задачи гидродинамики такое допущение приводит к удовлетворительным результатам [10]. Для внутренних задач предположение о постоянстве K ведет к параболическому закону распределения осредненной скорости. Наиболее же обоснованным, по крайней мере в значительной части сечения, является логарифмический закон распределения скоростей.

Существуют предположения о пропорциональности K продольной осредненной скорости [5], ее квадрату [7]. Большинство же зависимостей для расчета распределения K в плоском канале (на средней вертикали) [4, 14, 12] имеет вид

$$K = \varkappa f(x_2, U_*),$$

где U_* — динамическая скорость; $\varkappa$ — постоянная Кармана; x_2 — вертикальная координата.

Гришанин К.В. [4] предположив, что логарифмическому закону распределения продольной осредненной скорости соответствует параболическое распределение кинематического коэффициента турбулентной вязкости, получил простую формулу для K:

$$K = \varkappa U_* x_2 \left(1 - \frac{x_2}{H}\right). \qquad (1)$$

Зависимость (1) дает нулевые значения на дне и свободной поверхности и максимальное при H/2.

Kleinstein G. [12] для достаточно больших чисел Re предложил универсальную модель турбулентной вязкости

$$K/\nu = \varkappa R^{-1} \left[\exp\left(\varkappa \frac{\bar{U}_1}{U_*}\right) - \left(1 + \varkappa \frac{\bar{U}_1}{U_*} + \varkappa^2 \frac{\bar{U}_1^2}{U_*^2}\right)\right] \left(1 - \frac{x_2}{H}\right), \qquad (2)$$

где R = 11 — эмпирическая константа; $\bar{U}_1$ — продольная осредненная скорость.

В работах [2, 11] сделана попытка получить зависимость для K через другие турбулентные характеристики. Следует отметить, что полученные выражения содержат величины, определение которых представляет собой задачу не менее трудную, чем исходная.

Существует ряд работ [1, 8], позволяющих рассчитать распределение K по сечению продольно-однородных потоков ограниченных размеров. В работе [1] сделано обобщение полуэмпирического подхода Прандтля—Кармана на случай произвольного трехмерного потока жидкости. Используя идею локального подобия, а также гипотезу о взаимодействии движущегося моля с окружающей жидкостью, автором [1] получено интегральное выражение для

$$K_{ij}(M_0) = \mu \int_D F(M_0) f_0 f_1 \varphi(M \to M_0) \cos(s\hat{}x_i) \cos(s\hat{}x_j). \qquad (3)$$

Практическое использование (3) затруднено, поэтому для каждого конкретного случая оно упрощается.

Если в уравнениях Рейнольдса выразить турбулентные напряжения через турбулентную вязкость и осредненные скорости, то K окажется связанным с $\bar{U}_1$ посредством дифференциального уравнения. Воспользовавшись полуэмпирической формулой для распределения по сечению осредненных продольных скоростей, расчеты по которой удовлетворительно согласовываются с экспериментальными данными, автор [8] проинтегрировал полученное уравнение и получил зависимость для расчета распределения по сечению кинематического коэффициента суммарной вязкости

$$K+\nu = \frac{F_1}{\sqrt{P \cdot N}} \cdot \frac{x_2^2}{x_2+\delta_2} \cdot \frac{x_3^2}{x_3+\delta_3} \left\{ \ln \frac{\dfrac{B-\delta_3+\sqrt{(B-\delta_3)^2-(x_3-\delta_3)^2+P/N(x_2-\delta_2)^2}}{}}{(x_3-\delta_3)+\sqrt{P/N}\,(x_2-\delta_2)+a} + \right.$$

$$+\frac{B+\delta_3}{B^2}\, e^{G[(B-\delta_3)^2-(x_3-\delta_3)^2+P/N(x_2-\delta_2)^2]} \times$$

$$\times \left[H\sqrt{P/N}-\sqrt{(B-\delta_3)^2-P/N(x_2-\delta_2)^2}+\frac{G}{3}[(B-\delta_3)^2-(x_3-\delta_3)^2+\right.$$

$$\left.+P/N(x_2-\delta_2)^2]^{3/2}\right\}, \qquad (4)$$

где $G=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{B^2}+\frac{2\delta_3}{B^3}\right)$; $N = 2{,}98\,\dfrac{R^{3/2}(F+\lg\frac{R}{\delta})}{H^{3/2}(F+\lg H/\delta_2)}$; $P = 2{,}98 \times$
$\times \dfrac{R^{3/2}(F+\lg R/\delta)}{B^{3/2}(F+\lg B/\delta_3)}$; δ_1, δ_2 — толщина пристенного слоя соответственно вертикального и горизонтального плоских потоков; $f = gi$, $F = 3{,}89$ — в квадратичной области сопротивления; $F = 4{,}91$ — в переходной области.

Многочисленность выдвигаемых гипотез о характере изменения турбулентной вязкости объясняется ограниченностью и противоречивостью имеющихся экспериментальных данных. Одни авторы [5] получили максимальное значение K на поверхности, другие [6, 9, 13, 15] — в середине потока, третьи [3] — говорят о существовании нескольких локальных максимумов на вертикали.

А.В.Караушевым [5] обработаны данные многочисленных измерений продольной осредненной скорости в естественных и лабораторных условиях. В преобладающем большинстве опытов получено монотонное возрастание K к поверхности.

Распределение характеристик турбулентности в круглой трубе (плоском канале) и пограничном слое качественно совпадают [10]. В монографии [10] представлено распределение безразмерной величины $K_м/U_*\delta$ в поперечном сечении пограничного слоя, по данным Клебанова и Таунсенда, и по радиусу круглой трубы, по данным Лауфера и Нуммера. Получено качественное сходство. В пристенной зоне величина K аппроксимируется степенным законом. Далее K линейно возрастает, достигая максимума в области $0{,}3 < x_2/H < 0{,}4$, после чего несколько убывает и при $x_2/H = 0{,}5$ принимает приблизительно постоянное значение. По данным же Никурадзе [9], максимальное значение K находится на $x_2/H = 0{,}5$ и к поверхности монотонно убывает.

Е.Н.Минским [6] впервые опубликованы данные о распределении кинематического коэффициента турбулентной вязкости в гладком канале прямоугольного сечения. Максимальное значение K получено на глубине $x_2/H = 0{,}303$, на поверхности — равно нулю. Аналогичный характер изменения K получили Рейхардт [9], Govinda [15], Mäsiar [13], лишь максимум находится на $x_2/H = 0{,}50$.

А.А.Букиной и др. [3] выполнена серия экспериментов по определению K на средней вертикали. Получено уменьшение кинематического коэффициента турбулентной вязкости к поверхности и ко дну, существование трех локальных максимумов на глубине $x_2/H = 0{,}30$; $0{,}50$; $0{,}82$. Результаты [3] частично подтверждают данные других авторов, а получение нескольких локальных максимумов следует отнести, пожалуй, за счет погрешности эксперимента.

Ограниченный и противоречивый характер существующих экспериментальных исследований приводит к необходимости в обработке новейших экспериментальных данных по турбулентным характеристикам с целью получения распределения K как в плоском потоке, так и в потоке ограниченных размеров. Накопление материала позволит, во-первых, экспериментально обосновать особенности распределения турбулентной вязкости и, во-вторых, проверить существующие полуэмпирические зависимости для расчета K.

Методика обработки экспериментальных данных заключалась в следующем. Распределение по вертикали кинематического коэффициента турбулентной вязкости рассчитывалось по формуле

$$K_э = -\overline{U_1'U_2'}/\frac{d\bar{U}_1}{dx_2}.$$

Вычисление производных выполнялось следующим образом. По экспериментальным точкам строился интерполяционный полином, который затем дифференцировался. В процессе вычислений установлено, что наилучшие результаты в области быстрого изменения функции (у дна) дает интерполяция сплайнами 3-го порядка, а в области медленного изменения (у поверхности) — полином Лагранжа. Поэтому, для более точного вычисления, в придонной области дифференцировался полином, построенный сплайном 3-го порядка, а у поверхности — полином Лагранжа 2-й степени. В точках наложения бралось среднее значение производной. Предложенный метод увеличивает точность вычисления производных dU_1/dx_2 и, следовательно, — значения K.

Получено распределение K на средней вертикали для 34 опытов. Результаты, частично представленные в табл. 1, позволяют выявить некоторые особенности в распределении кинематического коэффициента турбулентной вязкости на вертикали. Максимальное значение K находится, как правило, в области $(0{,}50 \div 0{,}75)$ H от стенки, причем существенно влияние отношения B/H на его положение. При больших B/H (> 5,0) K имеет максимум: для течений у гладкой стенки — 0,50H, шероховатой — 0,60H. Причем в первом случае при приближении к поверхности монотонно стремится к нулю, а во втором — принимает значения, отличные от нуля. При B/H < 5,0 максимум K расположен выше 0,5H и при приближении к поверхности значение кинематического коэффициента турбулентной вязкости меняется незначительно. В придонной области для любых отношений B/H получено линейное возрастание K. Следует отметить, что для течений у шероховатых стенок на распределение кинематического коэффициента турбулентной вязкости должны оказывать влияние как отношение B/H, так и степень шероховатости стенки. Ограниченность экспериментальных данных не позволяет установить характер влияния последнего.

Выполнено сравнение теоретического распределения кинематического коэффициента турбулентной вязкости по зависимостям (1, 2, 4) с экспериментальными данными (см. табл. 1). Отклонение расчетного значения K от экспериментального вычислялось по формуле относительной погрешности

$$\delta = \frac{K_э - K_п}{K_э} 100\%,$$

где $K_э$ и $K_т$ — соответственно, экспериментальное и расчетное значения кинематического коэффициента турбулентной вязкости.

Согласование расчетного распределения K по (4) с экспериментальным следует признать удовлетворительным. В среднем величина отклонения δ не превышает 20%, причем расчетные значения, как правило, превосходят экспериментальные. Максимальное отклонение наблюдается у свободной поверхности и достигает 80%. Последнее объясняется определенной сложностью получения экспериментального значения K в этой области. Отметим, что зависимость (4) учитывает влияние отношения B/H, степень шероховатости стенки и, кроме того, позволяет рассчитать распределение K по сечению, что важно при решении трехмерной задачи. Для течений у гладкой стенки согласование расчетного значения K по (1) с экспериментальными в основном удовлетворительное. Величина отклонения δ в среднем не превышает 25%. Для течений у шероховатой стенки δ достигает 100—150%, максимальное отклонение наблюдается в придонной области. Расчетные значения кинематического коэффициента турбулентной вязкости по (2) значительно отличаются от экспериментальных. Расчетное распределение K по (3) качественно совпадает с экспериментальным [1], но неопределенность вычисления характерного масштаба L не позволила выполнить количественное сравнение. Сравнение по остальным, представленным в обзоре зависимостям не приводится, так как расчет по одним из них дает качественно не согласующиеся с экспе-

Сравнение расчетного распределения кинематического коэффициента турбулентной вязкости с экспериментальными данными

Таблица 1

Опыт 1						Опыт 3				
x_2/H	$K_э$, $см^2/с$	$K_т$, (5)	δ, %	$K_т$, (1)	δ, %	$K_э$, $см^2/с$	$K_т$, (5)	δ, %	$K_т$, (1)	δ, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
					По А.Г.Марченко					
0,05	0,0067	0,007	4,4	0,010	–49,2	0,055	0,050	9,1	0,050	9,1
0,10	0,02	0,0135	2,5	0,035	–42,8	0,116	0,105	9,5	0,106	8,6
0,15	0,033	0,028	15,1	0,047	–42,4	0,135	0,135	0	0,134	0
0,20	0,043	0,040	7,0	0,065	–51,1	0,160	0,180	–12,6	0,180	–12,6
0,30	0,0722	0,065	9,7	0,088	–22,2	0,200	0,230	–15,0	0,242	–21,0
0,40	0,093	0,081	12,8	0,100	–7,5	0,218	0,275	–26,1	0,290	–33,0
0,50	0,0935	0,086	8,0	0,103	–10,2	0,218	0,290	–33,0	0,312	–43,1
0,60	0,091	0,085	6,6	0,100	–9,9	0,208	0,275	–32,2	0,292	–40,4
0,70	0,088	0,080	9,4	0,095	–7,9	0,193	0,240	–24,3	0,257	–33,2
0,80	0,075	0,061	18,7	0,075	0	0,180	0,180	0	0,198	–10,0
0,90	0,055	0,041	25,4	0,048	12,7	0,150	0,100	33,3	0,100	33,3
1,00	0,044	0,010	77,2	0,010	–77,3	0,035	0,015	57,1	0,010	71,4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	По Ж.Конт-Белло					По Никитину И.К.				
0,05						0,200	0,190	–5,0	0,350	–75,0
0,10	15,20	11,20	26,30	17,0	–11,80	0,450	0,396	12,0	0,600	–33,3
0,15						0,750	0,820	–9,3	0,950	–26,7
0,20	19,20	20,10	–4,70	22,70	–18,20	1,050	1,115	–6,2	1,250	–19,00
0,30	21,20	26,50	–25,00	27,30	–28,80	1,500	1,849	–23,2	1,720	–14,7
0,40	25,20	30,40	–20,60	30,30	–20,20	1,900	2,480	–30,5	2,040	–7,4
0,50	25,50	31,70	–24,30	32,50	–27,40	2,180	2,955	–35,5	2,270	–4,0
0,60	23,40	30,50	–30,30	31,00	–32,50	2,319	3,247	–40,0	2,090	9,9
0,70	21,40	26,80	–25,20	27,00	–26,20	2,200	3,340	–46,5	1,800	18,2
0,80	17,00	20,50	–20,60	20,80	–22,35	1,750	3,224	–84,2	1,500	14,3
0,90	11,30	11,70	–3,50	11,70	–3,50					

риментальными данными результаты, расчет по другим невыполнимым из-за невозможности определения входящих в них параметров.

Обобщение теоретических и экспериментальных исследований по распределению на средней вертикали кинематического коэффициента турбулентной вязкости в потоках прямоугольного сечения позволяет сделать некоторые выводы:

1. Характер изменения $K_э$ зависит, в основном, от соотношения поперечных размеров потока (B/H) и от степени шероховатости поверхности.

2. В плоском потоке (B/H > 5) не выявлено влияние отношения B/H на положение максимума $K_э$: для течений у гладкой $x_2/H|_{K_{max}} \approx 0{,}50$, у шероховатой – $x_2/H|_{K_{max}} \approx 0{,}60$. В потоках ограниченных размеров (B/H = = 5,0–1,0) $x_2/H|_{K_{max}}$ изменяется от 0,50 до 0,75. При малых отношениях B/H (< 1,0) возможно максимальное значение $K_э$ на поверхности.

3. Для расчета распределения K представляется целесообразным использование зависимостей (1), (4), расчет по которым удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными. Область применения (1) следует ограничить плоским потоком с гладкими стенками.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булеев Н.И. Теоретическая модель турбулентного обмена в потоках жидкости. – В сб.: Теплопередача. М., 1962. 2. Бобков В.П., Ибрагимов М.Х. Применение модели однородной диффузии к расчету касательных напряжений и поля скорости в турбулентном потоке жидкости. – Теплофизика высоких температур, 1970, № 2. 3. Букина А.А., Шелковников Н.К., Миронов П.В. О структуре коэффициента турбулентной вязкости в открытом потоке. Вестн.Моск.ун-та. Сер. Физика. Астрономия, 1975, 16, №5. 4. Гришанин К.В. Динамика русловых потоков. – Л., 1962. 5. Караушев А.В. Распределение скоростей и коэффициентов турбулентного обмена по вертикали. – Тр.ГГИ, 1947, вып. 2 (56). 6. Минский Е.М. Турбулентность руслового потока. – М., 1952. 7. Назарян А.Г. О расчете изотах при равномерном турбулентном течении в прямоугольных каналах. – Тр. ГГИ, 1955, вып. 49 (103). 8. Рогунович В.П. Распределение суммарной вязкости в потоке прямоугольного сечения. Проблемы использования водных ресурсов. – Минск, 1971. 9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М., 1974. 10. Хинце И.О. Турбулентность. – М., 1963. 11. Atesman K. Phillips.xypothesis for turbulent Viscosity. – AIChE Jornal, 1971, 17, N 5. 12. Kleinstein G. Eddy viscosity model for turbulent pipe flow. – AJAA Jornal, 1971, v. 9, p. 8. 13. Mäsiar E. Contribution to the distribution of the turbulent exchage coefficient along the stream dept in an open channel. – Vodohosp. cäs, 1971. XIX, 4. 14. Mei J., Squere W. A simple eddy viscosity model turbulent pipe and channel flow. – AJAA Jornal, 1972, v. 10, p. 3. 15. Govinda Rao. Turbulence charachteries of open channel flow. – J. the of Eng. (India). Civ. Eng. Div., 1964, v. 44, p. 5.