УДК 532.516

ВИХРЬ СКОРОСТИ И ПРОИЗВОДСТВО ЭНТРОПИИ В РЕЛАКСИРУЮЩЕМ ПОТОКЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ

Докт. физ.-мат. наук, проф. ШАБЛОВСКИЙ О. Н.

Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого

Изучение неизотермических свойств вихревого поля в потоке вязкой жидкости является актуальной задачей теории теплообмена. Это объясняется широким распространением неоднородных вихревых течений в различных физико-энергетических устройствах и повышением требований к точности расчета при конструировании и доводке элементов теплотехнического оборудования. Для таких устройств характерно резкое изменение шероховатости обтекаемой поверхности (выступы, неровности, препятствия). Следовательно, необходимо учитывать способность турбулентного сдвигового потока запоминать особенности течения выше изучаемой области. Релаксационная теория турбулентных сдвиговых течений основана на уравнении Хинце – Лойцянского [1, 2], которое имеет своим «метагидродинамическим» аналогом реологическое уравнение состояния вязкоупругой жидкости Максвелла. В данной работе проводится теоретическое исследование движения жидкости с релаксирующими вязкими напряжениями, причем рассматриваются задачи, для которых теория пограничного слоя неприемлема.

Плоское двумерное стационарное течение несжимаемой сплошной среды определяется уравнениями [3]:

$$\rho v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} + \rho F_i; \tag{1}$$

$$\frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0;$$

$$\rho c_p v_k \frac{\partial T}{\partial x_k} = -\frac{\partial q_k}{\partial x_k} + \Phi + q_\upsilon; \tag{2}$$

$$\Phi = \tau_{11}\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \tau_{22}\frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \tau_{12}\left(\frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2}\right);$$

$$q_i = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x_i};\ i, k = 1, 2;\ \rho,\ c_p,\ \lambda,\ \mu - \text{const}.$$

Реологическое уравнение состояния вязкоупругой жидкости Максвелла [4] возьмем в следующей форме записи:

$$\tau_{ij} + \gamma\left[v_k\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} + m(\tau_{ik}\omega_{kj} - \omega_{ik}\tau_{kj})\right] = 2\mu e_{ij}; \tag{3}$$

$$2e_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i};\ 2\omega_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i}.$$

Здесь $x_1 = x$; $x_2 = y$ – декартовы прямоугольные координаты; $\mathbf{v}(v_1, v_2)$ – вектор скорости; ρ – плотность; p – давление; $\mathbf{F}(F_1, F_2)$ – вектор массовой силы; T – температура; $\mathbf{q}(q_1, q_2)$ – вектор удельного теплового потока; c_p – удельная теплоемкость; λ – коэффициент теплопроводности; q_υ – объемная мощность внутренних источников энергии; τ_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений; e_{ij} – компоненты тензора скоростей деформации; μ – коэффициент динамической вязкости; γ – время релаксации вязких напряжений; Φ – диссипативная функция. Дважды повторяющийся индекс k означает суммирование. Дифференциальный оператор в (3) при $m = 0$ – обычная субстанциональная производная. При $\gamma = 0$ формула (3) описывает свойства вязкой ньютоновской жидкости.

Внешняя сила трения Рэлея $\mathbf{F} = \mathbf{F}^R$: $F_i^R = -\zeta v_i$, где $\zeta > 0$ – коэффициент сопротивления, дает возможность моделировать широкий круг термогидродинамических явлений, представляющих практический интерес: периодические течения в тонких слоях жидкости [5], вихревые структуры в задачах промышленной экологии и прикладной геофизики [6], тепломассоперенос при выращивании кристаллов [7]. В [6, 7] применялся линейный вариант силы трения: $\zeta = \text{const}$. В рамках приближения $\zeta \sim |\mathbf{v}|$ в [5] построены гидродинамические системы, описывающие каскадный процесс преобразования энергии в турбулентном потоке.

Далее полагаем, что коэффициент сопротивления монотонно растет при увеличении $|\mathbf{v}|$ и является четной функцией скорости

$$\zeta = \zeta(\mathbf{v}^2, T); \ \partial\zeta / \partial(\mathbf{v}^2) > 0.$$

Аналитическое решение, которое изучается в данной работе, получено при $\mu \equiv \text{const}$, $\partial\zeta / \partial T \neq 0$. Поэтому естественно считать, что температурная зависимость коэффициента сопротивления коррелирует с термовязкими свойствами жидкости. Вариант $\partial\zeta / \partial T < 0$ соответствует вязкости l-типа, $\partial\mu / \partial T < 0$. Вариант $\partial\zeta / \partial T > 0$ соответствует вязкости g-типа, $\partial\mu / \partial T > 0$. Эти термины и обозначения (g-gas, l-liquid) применяются в теории тепловой конвекции [8]. Далее при обсуждении знака производной $\partial\zeta / \partial T$ будем говорить о g- и l-типах сопротивления. Объемный источник энергии $q_\upsilon(\mathbf{v}^2, T)$ моделирует воздействие внутренних источников теплоты и теплообмен жидкости с внешней средой. Производство энтропии подсчитываем по формулам [3, 9]:

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_i;$$
$$\sigma_e = q_\upsilon / T; \ \sigma_i = \mathbf{q}^2 / (\lambda T^2),$$

где σ_e – производство энтропии за счет энергообмена с внешней средой; σ_i – то же за счет внутренних необратимых процессов.

Будем изучать течение вида:

$$v_1 \equiv u = u(y); \ v_2 \equiv 0; \ p = p(y); \ T = T(y). \tag{4}$$

Рассматриваем процессы, для которых можно пренебречь выделением теплоты за счет вязкой диссипации энергии: $\Phi << |q_v|$.

Цель работы: 1) изучить неизотермические свойства вихря скорости и производство энтропии в релаксирующем сдвиговом потоке вязкой жидкости; 2) дать аналитическое описание периодического вихревого поля, сформировавшегося в результате конкурентного взаимодействия двух источников импульса.

Неизотермическое сдвиговое течение. В классе движений (4) уравнения (1), (2) записываются в форме:

$$d\tau_{12} / dy = -\rho F_1; \tag{5}$$

$$d^2 T / dy^2 = -q_\upsilon / \lambda; \tag{6}$$

$$\tau_{11} = \gamma m \tau_{12} \dot{u}; \ \tau_{11} + \tau_{22} = 0; \ p - p_0 = \tau_{22}; \ \tau_{12} = \tau_{21};$$
$$\dot{u} = du / dy; \ \nu = \mu / \rho; \ \tau_{12} = \mu \dot{u} / [1 + (\gamma m \dot{u})^2],$$

где $p_0 \equiv \text{const}$ – равновесное (отсчетное) давление. Нетрудно видеть, что

$$\frac{d\tau_{12}}{dy} = \mu \frac{d^2 u}{dy^2} \frac{1-(\gamma m \dot{u})^2}{[1+(\gamma m \dot{u})^2]^2}. \tag{7}$$

Здесь и в дальнейшей записи сохраняем $m = 1$. Это дает возможность подчеркнуть роль производной Яуманна, для которой реологическое уравнение состояния (3) удовлетворяет принципу материальной объективности [4]; в случае $m = 0$ этот принцип не выполняется. Вихрь скорости $\boldsymbol{\omega}$ = = (1/2)rot**v** имеет одну нетривиальную составляющую $\omega_z \equiv \omega = (-1/2)\dot{u}$, направленную перпендикулярно плоскости (x, y).

Возьмем за основу дальнейших аналитических построений следующий математический результат. Система двух дифференциальных уравнений:

$$d^2\tau_i / d\xi^2 = Q_i(\tau_1, \tau_2); \tag{8}$$

$$Q_1 = 2\tau_1(k^2 - \tau_1^2 + 3\tau_2^2); \;\; Q_2 = 2\tau_2(k^2 - 3\tau_1^2 + \tau_2^2);$$

$$\tau_i = \tau_i(\xi); \;\; i = 1{,}2; \;\; k \equiv \mathrm{const}$$

имеет точное решение [10]:

$$\tau_1 = k(1-\varepsilon^2)/\delta; \;\; \tau_2 = 2k\varepsilon[\sin(2k\xi)]/\delta; \tag{9}$$

$$\delta = 1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon\cos(2k\xi); \;\; \xi \in (-\infty, \infty); \;\; \varepsilon^2 \neq 1,$$

где ε, k – произвольные постоянные.

Рассмотрим частный вариант системы уравнений (5), (6), который соответствует динамической системе (8) и ее точному решению (9). Для этого обозначим $\tau_1 = \tau$; $\tau_2 = u$; $\xi = y/(y_1 u_1)$; $k = u_1$; $\tau = (c_1/u_1)(T - T_0)$; $T_0 \equiv \mathrm{const}$, учтем (7) и возьмем источниковые члены в виде:

$$q_\upsilon c_1/(\lambda u_1) = -Q_1/(y_1 u_1)^2; \;\; Q_1 = 2\tau(u_1^2 - \tau^2 + 3u^2); \tag{10}$$

$$d^2u/dy^2 = Q_2/(y_1 u_1)^2; \;\; Q_2 = 2u(u_1^2 - 3\tau^2 + u^2); \tag{11}$$

$$F_1 = -\zeta u.$$

Здесь T_0 – отсчетное значение температуры; c_1 – произвольная положительная постоянная, имеющая размерность удельной теплоемкости, Дж/(кг·град); y_1, u_1 – положительные константы, имеющие размерности длины и скорости соответственно; линейный масштаб релаксации $L_1 = \gamma u_1$. Безразмерные величины будем отмечать чертой сверху. Скорость и температура жидкости определяются по формулам:

$$\bar{u} \equiv u/u_1 = 2\varepsilon[\sin(2\bar{y})]/\delta; \;\; \bar{\tau} \equiv \tau/u_1 = (1-\varepsilon^2)/\delta; \tag{12}$$

$$\delta = 1 + \varepsilon^2 + 2\varepsilon\cos(2\bar{y}); \;\; \bar{y} = y/y_1; \;\; y_1 > 0; \;\; u_1 > 0.$$

Ясно, что $\delta > 0$ при $\varepsilon^2 \neq 1$; ε – параметр решения. Если $\varepsilon^2 < 1$, то $\tau > 0$, течение происходит в «горячей» области, $T > T_0$. Если $\varepsilon^2 > 1$, то $\tau < 0$, имеем «холодную» область, $0 < T < T_0$. Изотермический процесс $\varepsilon^2 = 1$;

$\tau \equiv 0$; $u = u(y)$; $y \in [0, y_2]$; $0 \le u < \infty$ здесь не рассматриваем. Конечную связь между скоростью и температурой (первый интеграл) можно представить в следующей форме:

$$(\bar{\tau} - \bar{\tau}_1)^2 + \bar{u}^2 = R^2(\varepsilon^2) \equiv 4\varepsilon^2 / (1 - \varepsilon^2)^2; \tag{13}$$

$$\bar{\tau}_1 = (1 + \varepsilon^2)/(1 - \varepsilon^2); \ \bar{\tau}_1^2 - R^2 = 1.$$

На плоскости $(\bar{\tau}, \bar{u})$ имеем окружность радиуса R с центром в точке $(\bar{\tau}_1, 0)$. В горячей области $\bar{\tau}_1 > 0$, $d(R^2)/d(\varepsilon^2) > 0$; в холодной области $\bar{\tau}_1 < 0$, $d(R^2)/d(\varepsilon^2) < 0$. Тепловой поток подсчитывается по формуле:

$$q = -\lambda dT / dy; \ \bar{q} \equiv q c_1 y_1 / (\lambda u_1^2) = -2\bar{u}\bar{\tau}. \tag{14}$$

Решение (12) позволяет изучить течение Куэтта между параллельными плоскими непроницаемыми стенками; одна стенка неподвижна, а другая перемещается в своей плоскости с постоянной скоростью $u_2 = u(y_2) > 0$; $2y_2 / y_1 = \pi/2$. Изучаем два интервала. Левый интервал: $2\bar{y} \in [0, \pi/2]$, левая граница неподвижна. Правый интервал: $2\bar{y} \in [\pi/2, \pi]$, правая граница неподвижна. Для обоих интервалов неподвижная стенка теплоизолирована, а температура подвижной стенки $\tau(y = y_2)$; расстояние между стенками есть $y_1\pi/4$.

Из формул (5), (11) получаем коэффициент сопротивления:

$$\bar{\zeta} \equiv \zeta y_1^2 / \nu = D_1 D_2; \tag{15}$$

$$D_1 = (1 - 4\Gamma)/(1 + 4\Gamma)^2; \ \Gamma = (\bar{\gamma} m \bar{\varpi})^2; \tag{16}$$

$$D_2 = 2(1 - 3\bar{\tau}^2 + \bar{u}^2); \tag{17}$$

$$\bar{\gamma} = \gamma u_1 / y_1; \ \bar{\varpi} = \varpi y_1 / u_1; \ d\bar{u} / d\bar{y} = -2\bar{\varpi}.$$

Функция $\Gamma(\bar{y})$ характеризует неравновесные свойства вихревого поля. Первый интеграл (13) позволяет записать следующие температурные зависимости:

$$d\bar{u} / d\bar{y} = 2\bar{\tau}(\bar{\tau}_1 - \bar{\tau}); \ D_2 = 4\bar{\tau}(\bar{\tau}_1 - 2\bar{\tau}).$$

Функция источника энергии имеет вид

$$\bar{q}_\upsilon \equiv q_\upsilon c_1 y_1^2 / (\lambda u_1^2) = 2\bar{\tau}(\bar{\tau}^2 - 3\bar{u}^2 - 1) = 4\bar{\tau}(-3\bar{\tau}_1\bar{\tau} + 2\bar{\tau}^2 + 1). \tag{18}$$

На обоих интервалах $\varepsilon < 0$ профили скорости и температуры монотонные по координате $\bar{y}$.

Обсудим исходное допущение о слабом влиянии вязкой диссипации энергии на теплоперенос. Составим выражение $\Phi / q_v = 2\,\mathrm{Pr}\,E$; $E(\varepsilon, y) = \bar{\varpi}^2 / [\bar{\tau}(\bar{\tau}^2 - 3\bar{u}^2 - 1)]$, где $\mathrm{Pr} = c_1\mu/\lambda$ – эффективное число Прандтля в системе «жидкость – источник энергии». Вне конечной окрестности значения $\varepsilon^2 = 1$ функция $E(\varepsilon, y)$ – ограниченная во всей области решения. Поэтому подходящим выбором константы c_1 (числа Pr) можно обеспечить с заданной точностью выполнение условия $\Phi << |q_\upsilon|$.

Тепловой режим на границах обладает следующими свойствами. Левый интервал: в холодной области на неподвижной стенке имеем объемный сток энергии, $q_\upsilon(y=0) < 0$, теплота подводится через подвижную стенку, $q(y = y_2) < 0$ и $q_\upsilon(y = y_2) > 0$; в горячей области на неподвижной стенке имеем объемное выделение энергии, $q_\upsilon(y=0) > 0$, теплота отводится через подвижную стенку, $q(y = y_2) > 0$ и $q_\upsilon(y = y_2) < 0$.

Правый интервал: в холодной области имеем объемное выделение энергии на обеих стенках, $q_\upsilon(2\overline{y} = \pi/2) > 0;$ $q_\upsilon(2\overline{y} = \pi) > 0$, и теплота отводится через подвижную стенку, $q(2\overline{y} = \pi/2) < 0$; в горячей области происходит объемный сток энергии на обеих стенках, и теплота подводится через подвижную стенку, $q(2\overline{y} = \pi/2) > 0$.

Анализ условия $\zeta > 0$ приводит к следующим оценкам. Левый интервал: $\Gamma > 1/4$, т. е. $D_1 < 0$ и $D_2 < 0$, откуда следует, что $\overline{\gamma}^2 m^2 > > (1+\varepsilon^2)^2/(64\varepsilon^4)$; в холодной области $\varepsilon < \varepsilon_1$, в горячей области $\varepsilon_2 < \varepsilon < 0$, где $\varepsilon_1 = -(3+2\sqrt{2})^{1/2};$ $\varepsilon_2 = -(3-2\sqrt{2})^{1/2}$. Релаксационные свойства коэффициента сопротивления характеризуются неравенствами: $\partial\overline{\zeta}/\partial\overline{\gamma} > 0$ при $1/4 < \Gamma < 3/4$; $\partial\overline{\zeta}/\partial\overline{\gamma} < 0$ при $\Gamma > 3/4$. Правый интервал: $D_1 > 0$, т. е. $0 < \Gamma < 1/4$ и $D_2 > 0$, откуда следует, что $\overline{\gamma}^2 m^2 < (1+\varepsilon^2)^2/[16\varepsilon^2(\varepsilon-1)^4]$; в холодной области $\varepsilon_1 < \varepsilon < (-1)$, в горячей области $(-1) < \varepsilon < \varepsilon_2$, числовые значения ε_1, ε_2 указаны выше. Для этого течения $\partial\overline{\zeta}/\partial\overline{\gamma} < 0$.

Рассмотрим производство энтропии на стенках. На неподвижной теплоизолированной стенке: $\sigma_i \equiv 0;$ $\sigma = \sigma_e$. Производство энтропии полностью определяется температурой стенки $\overline{\tau}_w$ и нелинейными свойствами источника энергии $\overline{q}_\upsilon$. Для левого интервала $\overline{\tau}_w = \overline{\tau}(\overline{y} = 0)$, для правого интервала $\overline{\tau}_w = \overline{\tau}(2\overline{y} = \pi)$. Расчеты показали, что в горячей области функция $\sigma = \sigma(\overline{\tau}_w)$ не имеет экстремума ни в левом, ни в правом интервалах. В холодной области функция $\sigma(\overline{\tau}_w)$ является немонотонной, она имеет экстремум. Этот экстремум достигается при следующих значениях безразмерного параметра $u_{11} = u_1^2/(c_1 T_0)$:

- левый интервал, $\sigma = \sigma_{\max}$:

$$u_{11} = (6\overline{\tau}^2 - 6\overline{\tau}_1\overline{\tau} + 1)(\varepsilon^2 - 1)/[\overline{\tau}^2(\varepsilon^2 - 8\varepsilon + 1)] > 0;$$

$$\overline{\tau} = \overline{\tau}(\overline{y} = 0) = (1-\varepsilon)/(1+\varepsilon) < 0, \ \varepsilon < \varepsilon_1;$$

- правый интервал, $\sigma = \sigma_{\min}$:

$$u_{11} = (6\overline{\tau}^2 - 6\overline{\tau}_1\overline{\tau} + 1)(\varepsilon^2 - 1)/[\overline{\tau}^2(\varepsilon^2 + 8\varepsilon + 1)] > 0;$$

$$\overline{\tau} = \overline{\tau}(2\overline{y} = \pi) = (1+\varepsilon)/(1-\varepsilon) < 0, \ \varepsilon_1 < \varepsilon < (-1).$$

Параметр u_{11} несет информацию о соотношении между кинетической и тепловой энергиями в системе «жидкость – источник энергии». На подвижной стенке имеем: $2\overline{y} = \pi/2$; $\overline{\tau} = 1/\overline{\tau}_1$; $\partial\overline{\tau}/\partial\overline{y} = 4\overline{\tau}\varepsilon/(1+\varepsilon^2)$. Производство энтропии $\sigma = \sigma(u_{11})$ достигает экстремума при $u_{11} = \overline{\tau}_1^2$: для обоих интервалов в горячей области $\sigma = \sigma_{\min}$, в холодной области $\sigma = \sigma_{\max}$.

Вязкоупругий аналог динамической скорости $u_\tau = (\tau_{12}/\rho)^{1/2}$, которая применяется в теории турбулентности, удовлетворяет неравенству

$$\frac{u_\tau^2}{w^2} = \frac{2\Gamma^{1/2}}{m(1+4\Gamma)} < 1,$$

где $w^2 = \nu/\gamma$ – квадрат скорости распространения волны сдвига. Значит, в данном классе решений динамическая скорость «дозвуковая». При экспериментальном изучении изотермических турбулентных течений жидкости в плоском канале применяют так называемые индикаторные функции [11]:

$$\varphi_1 = \overline{y}d\overline{u}/d\overline{y};\ \ \varphi_2 = (\overline{y}/\overline{u})(d\overline{u}/d\overline{y}).$$

Физический смысл индикаторов состоит в том, что если $\varphi_1 = \mathrm{const}$, то профиль скорости логарифмический; если $\varphi_2 = \mathrm{const}$, то профиль скорости степенной. В изотермическом варианте $(\varepsilon^2 = 1;\ \tau \equiv 0)$ для тригонометрического профиля скорости (12) индикаторная функция есть

$$\varphi_3 = (d\overline{u}/d\overline{y})/(1+\overline{u}^2) = 1.$$

При $\varepsilon^2 \neq 1$ из формулы (14) для теплового потока получаем индикатор

$$\varphi_4 = \overline{q}/(\overline{u}\,\overline{\tau}) = -2.$$

Расчеты показывают, что профили скорости и температуры (12), формирующиеся под воздействием нелинейной внешней силы трения, существенным образом отличаются во всех своих точках и от логарифмического и от степенного законов.

Свойства неизотермического течения ньютоновской жидкости $(\gamma = 0;$ $p = p_0 \equiv \mathrm{c\,o\,n\,s}$ не являются формальным следствием результатов, полученных при $\gamma > 0$. При $\gamma = 0$ формула (15) принимает вид $\overline{\zeta} = 2(1-3\overline{\tau}^2 + \overline{u}^2) = 4\overline{\tau}(\overline{\tau}_1 - 2\overline{\tau})$, и ограничение $\overline{\zeta} > 0$ дает совсем другие физически содержательные интервалы значений ε. Итоги исследования ньютоновского варианта здесь не приводятся.

Периодическое течение. Уравнение движения (5) запишем в форме, содержащей два источника импульсов. Для этого воспользуемся выражениями (11), (16), (17):

$$\frac{d}{d\overline{y}}\left(\frac{y_1\tau_{12}}{\mu u_1}\right) = -(\overline{F}_{11} + \overline{F}_{12});$$

$$\overline{F}_{11} = -\overline{u}\overline{\zeta}_r;\ \ \overline{\zeta}_r = 2D_1(1+\overline{u}^2);\ \ \overline{F}_{12} = 6D_1\overline{\tau}^2\overline{u}. \qquad (19)$$

Здесь $\overline{\zeta}_r$ – коэффициент сопротивления; $\overline{F}_{11}$ – внешняя сила трения (сток импульса); $\overline{F}_{12}$ – источник импульса, конкурирующий с силой сопротивления. Оба эти источника мультипликативным образом зависят от $D_1 = D_1(\Gamma)$, (16), где Γ определяет неоднородные и неравновесные свойства вихревого поля, имеющего линейный масштаб релаксации $L_1 = \gamma u_1$. В математическом отношении исходная динамическая система:

$$d^2T/dy^2 = Q_1/(u_1c_1y_1^2);\ \ d^2u/dy^2 = Q_2/(y_1u_1)^2$$

и ее точное решение (12) остаются прежними, но теперь меняется физическое содержание задачи, и уже нет ограничений на координату y. Мы получаем возможность изучать периодическое течение при: $y \in (-\infty, \infty)$; $\varepsilon^2 \neq 1$. Условие $\zeta_r \geq 0$ выполнено при $\Gamma(y) \leq 1/4$, а это приводит к неравенству $\overline{\gamma}^2 m^2 \overline{\omega}^2_{\max} \leq 1/4$, которое справедливо при подходящем выборе γ. Формулы (13), (14), (18) полностью сохраняют свой смысл.

Течение Колмогорова [5] – это плоское периодическое изотермическое течение вязкой жидкости, возникающее под действием пространственно-периодической силы. Данное решение (12) заключает в себе как частный случай течение Колмогорова, осложненное присутствием внешней нелинейной силы трения. Чтобы убедиться в этом, примем $\gamma = 0$ и возьмем малое число $\varepsilon^2 << 1$. Тогда (12) описывает движение, близкое к изотермическому: $\overline{\tau} \sim 1$; $\overline{u} \sim 2\varepsilon\sin(2y/y_1)$; $\overline{F}_{12} \sim 12\varepsilon\sin(2y/y_1)$. При $\varepsilon \sim (1/12)$ получаем источник $\overline{F}_{12} \sim \sin(2y/y_1)$, соответствующий массовой периодической силе, инициирующей течение Колмогорова.

Для дальнейшего анализа важно, что вихрь скорости $\overline{\omega} = \overline{\tau}(\overline{\tau} - \overline{\tau}_1)$ нелинейно зависит от температуры жидкости и существенно влияет на сток и источник импульса посредством D_1 (16), (19): $\overline{\zeta}_r = 2D_1(2\overline{\tau}_1\overline{\tau} - \overline{\tau}^2)$; $D_1 > 0$; $\partial D_1/\partial\Gamma < 0$; $\Gamma = \overline{\gamma}^2 m^2(\overline{\tau}_1\overline{\tau} - \overline{\tau}^2)^2$. Неизотермические свойства вихря скорости, проявляющиеся на фоне переменного коэффициента динамической вязкости $\mu(T)$, изучены в [12]. Отметим еще, что в формуле (18) для $\overline{q}_\upsilon$ разность $\overline{\tau}^2 - 3\overline{u}^2$ ассоциируется с конкуренцией между выделением тепловой энергии и потерями кинетической энергии.

Обсудим вихревые и энтропийные свойства линий неподвижности течения $\overline{u} = 0$; $2y/y_1 = \pi n_0$, где $n_0 = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ любое целое число. Параметр $\varepsilon > 0$ характеризует $|\overline{\omega}|$ на линиях неподвижности: $\overline{\omega} = -2\varepsilon < 0$ – при четном n_0 (далее для краткости – линия ω^-); $\overline{\omega} = 2\varepsilon > 0$ – при нечетном n_0 (далее – линия ω^+). На этих линиях $d\overline{\omega}/dy = 0$, поэтому знакопеременная функция $\overline{\omega}(y)$ имеет точку перегиба $(d^2\overline{\omega}/dy^2 = 0)$, расположенную между двумя соседними линиями неподвижности. Точки перегиба профиля температуры $T(y)$ также находятся между теплоизолированными ($q = 0$) линиями $\overline{u} = 0$. Точка экстремума ($d\overline{\omega}/d\overline{\tau} = 0$) существует при $\overline{\tau} = \overline{\tau}_* = \overline{\tau}_1/2$. Следовательно, максимум $(\overline{\omega}^2)_{\max}$ достигается на той изотерме $\overline{\tau} = \overline{\tau}_*$, на которой уравновешиваются сток и источник импульса, $\overline{F}_{11} + \overline{F}_{12} = 0$. Линия равновесия импульсов существует в холодной области при $2 \le \varepsilon \le 3$, в горячей области при $0{,}3 \le \varepsilon \le 0{,}6$. Линиям неподвижности ω^- и ω^+ соответствуют температуры $\overline{\tau}_0^- = (1-\varepsilon)/(1+\varepsilon)$ и $\overline{\tau}_0^+ = (1+\varepsilon)/(1-\varepsilon)$, которые будем рассматривать как аргументы производства энтропии $\sigma = \sigma_e$; $\sigma_i \equiv 0$. Холодная область: на линиях ω^- происходит сток энергии $q_\upsilon < 0$ и отсутствует экстремум функции $\sigma(\overline{\tau}_0^-)$. На линиях ω^+ имеем $q_\upsilon > 0$ и существует $\sigma_{\min}$ при $1 < \varepsilon < (2+\sqrt{3})$; справа от порогового значения $\varepsilon = 2+\sqrt{3}$ существует $\sigma_{\max}$ при $(2+\sqrt{3}) < \varepsilon < (5+2\sqrt{6})$; дальнейший рост $\varepsilon = \overline{\omega}/2$ приводит к исчезновению экстремума функции $\sigma(\overline{\tau}_0^+)$. Горячая область: на линиях ω^+ происходит сток энергии, $q_\upsilon < 0$, и существует $\sigma_{\min}$ при $(5-2\sqrt{6}) < \varepsilon < (2-\sqrt{3})$; справа от порогового значения $\varepsilon = 2-\sqrt{3}$ существует $\sigma_{\max}$ при $(2-\sqrt{3}) < \varepsilon < 1$. На линиях ω^- при всех $\varepsilon \in (0,\ 1)$ имеем $\sigma_{\min}$ и $q_\upsilon > 0$. Значит, в горячей области при $(5-2\sqrt{6}) < \varepsilon < (2-\sqrt{3})$ на всех линиях неподвижности имеем $\sigma_{\min}$; по мере роста ε получаем для $(2-\sqrt{3}) < \varepsilon < 1$ перемежаемость типов экстремума $\sigma_{\min}$ и $\sigma_{\max}$ на линиях неподвижности с разными знаками $\overline{\omega}$. В холодной области нет перемежаемости типов экстремума. Общее свойство для холодной и горячей областей: на линиях ω^+ в соответствующих интервалах ε при возрастании ε происходит смена типа экстремума $\sigma_{\min}$ на $\sigma_{\max}$.

Теперь рассмотрим линии нулевой завихренности (НЗ) $\omega = 0$:

$$2y/y_1 = 2\pi n_0 \pm \arccos[-2\varepsilon/(1+\varepsilon^2)]; \tag{20}$$

$$\overline{\tau} = \overline{\tau}_1,\ (\overline{u}^2)_{\max} = 4\varepsilon^2/(1-\varepsilon^2)^2.$$

Ясно, что $d\overline{\zeta}_r/d\overline{\tau} = 0$; $d\Gamma/d\overline{\tau} = 0$ именно на линиях $\omega = 0$. Следовательно, знак производной $d\overline{\zeta}_r/d\overline{\tau}$ меняется при переходе через линию НЗ: имеем перемежаемость l и g типов сопротивления. Обсудим энтропийные свойства линий НЗ (20). В обеих температурных областях $d(q^2)/d[(\overline{u}^2)_{\max}] > 0$. В холодной области на этих линиях: $q_\upsilon > 0$; $\sigma > 0$, а функция $\sigma(u_{11})$, $u_{11} = u_1^2/(c_1 T_0)$ не имеет экстремума. В горячей области в ходе производства энтропии преобладает сток энергии ($q_\upsilon < 0$; $\sigma < 0$), а функция $\sigma(u_{11})$ имеет минимум при $u_{11} = 1/\overline{\tau}_1$. Согласно (14) на линиях НЗ модуль теплового потока постоянен, а знак изменяется и совпадает со знаком выражения $(-\overline{u}\overline{\tau}_1)$. Зафиксируем q_1^2 и изучим поведение функции $\overline{\sigma} = \overline{\sigma}(f^2)$, где

$$\overline{\sigma} = \sigma\lambda T_0^2 / q_1^2; \; f^2 = 4(\lambda T_0)^2 / (y_1^2 q_1^2); \; (\overline{\tau}_1^2 - 1)\overline{\tau}_1^2 = 1/(u_{11}^2 f^2); \; (\overline{u}^2)_{\max} + 1 = \overline{\tau}_1^2;$$

f – безразмерная частота колебаний по координате y. Анализ показал, что в горячей области $d\overline{\sigma}/d(f^2) < 0$, $\overline{\sigma} < 0$, экстремум отсутствует. В холодной области функция $\overline{\sigma}(f^2) > 0$ имеет минимум при $1 + 3\overline{\tau}_1 u_{11} = 0$, что соответствует частоте $f = 3/(\overline{\tau}_1^2 - 1)^{1/2}$.

Если рассматривать решение (12) на отрезке $2\overline{y} \in [0,\ \pi]$, то получим течение в плоском канале с непроницаемыми теплоизолированными стенками. В этом случае линия НЗ разделяет вихревой поток на два интервала с l- и g-типами сопротивления.

В ньютоновском $(\gamma = 0)$ варианте вихревые и энтропийные свойства движения (12) сохраняются. Различия между решениями при $\gamma = 0$ и $\gamma > 0$ в том, что ньютоновский вариант существует для других конкурирующих источников импульса. А именно в формулах (19) надо взять $D_1 = 1$.

ВЫВОДЫ

Представлено новое точное решение стационарных уравнений неизотермического движения жидкости с релаксирующими вязкими напряжениями. Решены две задачи: неизотермическое течение Куэтта с поперечным основному потоку градиентом давления; периодическое по координате плоское течение. Отличительная черта рассмотренных процессов – наличие внешней силы сопротивления, действующей на фоне неравновесного поля. Получены тригонометрические профили скорости и температуры, построены соответствующие этим профилям индикаторные функции. Представлено периодическое течение, которое есть результат конкуренции стока и источника импульса. Обнаружена перемежаемость двух типов сопротивления, различающихся температурными свойствами. Установлены закономерности влияния линий неподвижности течения и линий нулевой завихренности на экстремальные свойства производства энтропии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л о й ц я н с к и й, Л. Г. Наследственные явления в турбулентных движениях / Л. Г. Лойцянский // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1982. – № 2. – С. 5–19.

2. К о р н и л о в, В. И. Пространственные пристенные турбулентные течения в угловых конфигурациях / В. И. Корнилов. – Новосибирск: Наука, Сибирская изд. фирма РАН, 2000. – 399 с.

3. С е д о в, Л. И. Механика сплошной среды / Л. И. Седов. – М.: Наука, 1973. – Т. 1. – 536 с.

4. А с т а р и т а, Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей / Дж. Астарита, Дж. Марруччи. – М.: Мир, 1978. – 309 с.

5. Г л е д з е р, Е. Б. Системы гидродинамического типа и их применение / Е. Б. Гледзер, Ф. В. Должанский, А. М. Обухов. – М.: Наука, 1981. – 368 с.

6. Д о л ж а н с к и й, Ф. В. О механических прообразах фундаментальных гидродинамических инвариантов и медленных многообразий / Ф. В. Должанский // Успехи физических наук. – 2005. – Т. 175, № 12. – С. 1257–1288.
7. К л а с т е р н а я модель структуры расплавов в погранслое и ее гидродинамическое описание при моделировании процессов кристаллизации полупроводников в космосе / А. В. Картавых [и др.] // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. – 2004. – № 6. – С. 91–98.
8. Г е т л и н г, А. В. Конвекция Рэлея–Бенара / А. В. Гетлинг. – М.: Эдиториал УРСС, 1999. – 248 с.
9. Ж о у, Д. Расширенная необратимая термодинамика / Д. Жоу, Х. Касас–Баскес, Дж. Лебон. – Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. – 528 с.
10. Ш а б л о в с к и й, О. Н. Нелинейные волновые уравнения и конкуренция источников энергии в двухкомпонентных системах / О. Н. Шабловский // Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем. – М.: Янус, 2010. – Вып. 13. – С. 78–89.
11. W o s n i k, M. A theory for turbulent pipe and channel flows / M. Wosnik, L. Castillo, W. K. George // J. Fluid Mech. – 2000. – Vol. 421. – P. 115–145.
12. Ш а б л о в с к и й, О. Н. Динамика вихрей и теплоперенос в потоке вязкой жидкости / О. Н. Шабловский. – Гомель: ГГТУ им. П. О. Сухого, 2001. – 142 с.

Представлена кафедрой
технической механики — Поступила 03.03.2011

УДК 621.9

СТРУКТУРИЗАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РЕСУРСОВ И СТРАТЕГИЯ РАЗВИТИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ ВЬЕТНАМА

Асп. НГУЕН Тху Нга

Научный энергетический институт Вьетнамской академии наук и технологий

Как показывают исследования, во Вьетнаме наблюдается непрерывный прирост потребления первичной энергии. Если в 1990 г. потребление первичных энергоресурсов составляло 53364 KTOE*, то уже в 2005-м оно составило 44247 и в 2008 г. достигло уровня 53364. При этом темпы роста потребления за период 1990–2005 гг. составили 5,6 %, и за 2006–2008 гг. потребление увеличилось до 6,4 %.

Темпы роста потребления горючего газа в этот период были выше среднестатистических по первичным энергоресурсам (прирост составил 20,5 % в промежутке 2000–2008 гг.). Изменение потребления первичных видов энергии представлено в табл. 1.

---

* TOE – топливная эквивалентная единица; TOE = Tonne of oil equivalent; KTOE = Kilotonne of oil equivalent; MTOE = Megatonne of oil equivalent.