

И.И. Леонович, Н.П. Вьрко,
В.С. Лейтес

К ВОПРОСУ ОБ ОЧЕРТАНИИ ЛИНИИ СКОЛЬЖЕНИЯ В ИДЕАЛЬНО-СВЯЗНОМ ОТКОСЕ

Рассматривается плоская задача устойчивости откоса из идеально-связного (идеально-пластического) материала. Эта модель соответствует грунту, где решающим фактором прочности является коэффициент сцепления c , а углом внутреннего трения можно пренебречь.

Полагая, что грунт основания откоса устойчив, приходим к известному решению [1], согласно которому центр вращения жесткого клина определяется пересечением линий, проведенных под углами α_1 и β из концов линии откоса, а радиус окружности обрушения — расстоянием от центра A до подошвы (рис. 1).

Так как суммарный угол $\alpha + \alpha_1$ меньше $\pi/2$ [1, табл. 4.2], то окружность, проведенная радиусом AC , обязательно пересечется с горизонтом основания, что противоречит исходной предпосылке об устойчивости грунта основания. Для преодоления этого противоречия центр окружности скольжения A' следует располагать в точке пересечения перпендикуляра и линии Фелениуса или левее на линии Фелениуса. При этом обрушение по круглоцилиндрической поверхности скольжения возможно не произойдет.

Предположение, что кривая обрушения (выпираия) грунта соответствует какой-либо аналитической линии скольжения (характеристике разрешающей системы уравнений гиперболического типа), является общепринятым [2...4].

Как известно [5, 6], при конструировании полей линий скольжения (траекторий максимальных касательных напряжений) идеально-пластической среды широкое применение находит замкнутое решение в виде логарифмической спирали (рис. 2).

Уравнение логарифмической спирали в полярных координатах r, φ

$$r = r_0 \exp b\varphi$$

включает параметры r_0 и b . Величина $b = \text{ctg } \theta$ определяется постоянным углом пересечения θ спирали с радиус-вектором. При $\theta = \pi/2$, $b = 0$ логарифмическая спираль вырождается в окружность; если при этом r_0 стремится к бесконечности, получаем прямую линию.

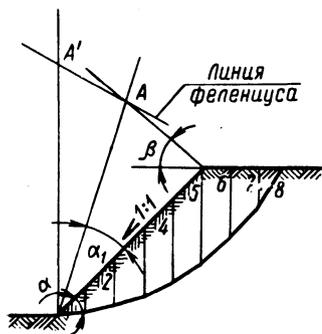


Рис. 1.

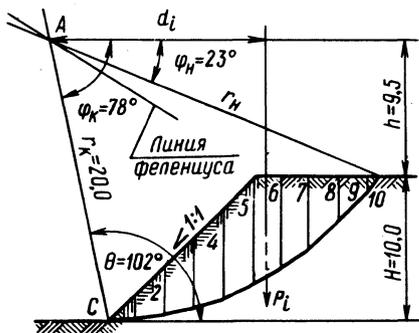


Рис. 2.

Таким образом, уравнение логарифмической спирали аналитически включает решения в виде круглоцилиндрической и плоской поверхностей обрушения.

Следует отметить, что и окружность и прямая также являются характеристиками указанной гиперболической системы уравнений равновесия невесомой среды.

Рассмотрим соответствующие зависимости. Задаваясь центром вращения на линии Фелениуса, определим уравнение логарифмической спирали. Параметр b находится из соотношения $b = \text{ctg } \theta$, где $\theta \geq \pi/2$ — угол между радиус-вектором, проведенным к подошве скольжения откоса, и основанием. Таким образом, линия скольжения не только проходит через подошву, но и касается более прочного основания в этой точке, что является физически наиболее правдоподобным (особенно учитывая пренебрежение трением).

Окружность можно однозначно определить по этому условию, но логарифмическая спираль благодаря лишней "степени свободы" позволяет варьировать центр вращения и выбирать наиболее опасную кривую.

Второй параметр r_0 находим из условия $r_0 = r_k \exp(-b \varphi_k)$, т.е. из условия прохождения спирали через подошву откоса. Определив уравнение линии обрушения, получим соответствующий коэффициент устойчивости откоса.

Удерживающий момент определяется дифференциальным соотношением $dM_{уд} = cr \sin\theta ds$. Так как $ds = \sqrt{r'^2 + r^2} d\varphi$;

$$r' = br_0 \exp b\varphi = br; \quad ds = \sqrt{1+b^2} r d\varphi,$$

$$\text{получаем } dM_{уд} = cr^2 \sin\theta \sqrt{1+b^2} d\varphi,$$

$$\text{Отсюда } M = c \sin\theta \sqrt{1+b^2} \int_{\varphi_H}^{\varphi_K} r^2 d\varphi,$$

где φ_H, φ_K — углы между горизонталью и радиус-вектором соответственно начала и конца линии обрушения.

Учитывая, что

$$\sin\theta \sqrt{1+b^2} \equiv 1,$$

получаем выражения для удерживающего момента

$$\begin{aligned} M_{уд} &= \frac{c}{2b} r_0^2 [\exp 2b\varphi_K - \exp 2b\varphi_H] = \\ &= \frac{c}{2b} r_K^2 [1 - \exp 2b(\varphi_H - \varphi_K)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Для определения φ_H необходимо воспользоваться соотношениями

$$\begin{aligned} \frac{h}{r_H} &= \sin \varphi_H \\ \text{и } r_H &= r_0 \exp b\varphi_H, \end{aligned}$$

$$\text{откуда } h = r_0 \exp b\varphi_H \sin \varphi_H. \quad (2)$$

Решая последнее уравнение подбором, находим значения φ_H при заданных h, r_0, b . При графическом построении логарифмической спирали угол φ_H измеряется непосредственно на чертеже, что служит контролем вычислений.

Сдвигающий момент $M_{сдв}$ находим обычным графо-аналитическим способом, разбивая клин на 8...10 отсеков и вычисляя площадь каждого из них P_i , а также измеряя плечо относительно центра вращения d_i (рис. 2):

$$M_{\text{сдв}} = \gamma \sum_{i=1}^n P_i d_i.$$

Коэффициент устойчивости откоса определится по формуле

$$K = \frac{M_{\text{уд}}}{M_{\text{сдв}}} = \frac{c r_k^2}{2b\gamma \sum P_i d_i} \left[1 - \exp 2b(\varphi_H - \varphi_K) \right].$$

Покажем на конкретных примерах, что коэффициент устойчивости (КУ), вычисленный по этой формуле, меньше чем КУ, соответствующий круглоцилиндрической поверхности обрушения. На рис. 2 изображена логарифмическая спираль, проведенная через точку С из полюса А. Замеряя угол $\theta = 102^\circ$, находим $b = \text{ctg } \theta = -0,212$. Из условия $r_k = 20,0$ при $\varphi_k = 78^\circ = 1,37$ рад получаем $r_0 = 26,7$.

Для построения логарифмической спирали

$$r = 26,7 \exp(-0,212 \varphi)$$

составим таблицу

| | | | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 10° | 20° | 30° | 40° | 50° | 60° | 70° | 78° |
| 25,7 | 24,8 | 24,0 | 23,1 | 22,2 | 21,4 | 20,6 | 20,0 |

Сдвигающий момент $M_{\text{сдв}}$ определяем в табличной форме, разбив клин на 10 зон. Площадь каждой зоны вычисляем по площади трапеции (табл. 1).

По формуле (2) определим φ_H :

$$9,5 = 26,7 \exp(-0,212 \varphi_H) \sin \varphi_H ; \quad \varphi_H = 23^\circ.$$

Измерение угла φ_H на чертеже также дает $\approx 23^\circ$. Подставляя все известные параметры в формулу (1), находим $M_{\text{уд}} = 480 \text{ С}$.

Таким образом, коэффициент устойчивости

$$K = \frac{480 \text{ С}}{1114,9 \gamma} = 0,431 \frac{\text{С}}{\gamma}.$$

Коэффициент устойчивости, вычисленный для круглоцилиндрической поверхности откоса по рис. 1, равен $K = 0,65 \frac{\text{С}}{\gamma}$;

Таблица 1

| Номер участка | Высота зоны | Сумма оснований | Площадь зоны | Плечо d_i | $M_{сдв}$ относительно А |
|---------------|-------------|-----------------|--------------|-------------|---------------------------|
| 1 | 2,0 | 1,9 | 1,9 | 5,33 | 10,1 |
| 2 | 2,0 | 5,6 | 5,6 | 7,00 | 39,2 |
| 3 | 2,0 | 8,9 | 8,9 | 9,00 | 80,0 |
| 4 | 2,0 | 11,7 | 11,7 | 11,00 | 129,0 |
| 5 | 2,0 | 14,2 | 14,2 | 13,00 | 185,0 |
| 6 | 2,0 | 14,2 | 14,2 | 15,00 | 212,0 |
| 7 | 2,0 | 11,5 | 11,5 | 17,00 | 196,0 |
| 8 | 2,0 | 8,3 | 8,3 | 19,00 | 158,0 |
| 9 | 2,0 | 4,5 | 4,5 | 21,00 | 94,5 |
| 10 | 0,8 | 1,2 | 0,5 | 22,27 | 11,1 |
| | | | | | $\Sigma M_{сдв} = 1114,9$ |

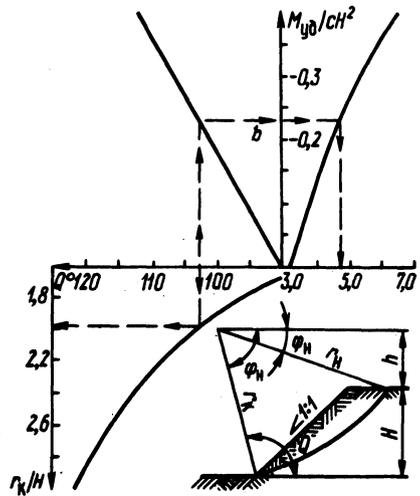


Рис. 3.

при перемещении точки влево по линии Фелениуса он возрастает.

Указанный М.Н. Гольдштейном коэффициент устойчивости данного откоса [1] имеет значение

$$K = \frac{c}{\gamma} \frac{B}{H} = \frac{c}{\gamma} \frac{5,79}{10,0} = 0,579 \frac{c}{\gamma},$$

т.е. он тоже больше, чем полученный по линии скольжения -- логарифмической спирали.

Таким образом, поверхность обрушения в виде цилиндрической с направляющей -- логарифмической спиралью является вполне вероятной. Практически диапазон изменения угла θ

невелик ($90^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$), что позволяет для определения безразмерных параметров по формуле (1) использовать график (рис. 3).

Л и т е р а т у р а

1. Леонович И.И., Вырко Н.П. Механика земляного полотна. Минск, 1975. 2. Новоторцев В.Э. Опыт применения теории пластичности к задачам об определении несущей способности оснований сооружений. -- Изв. ВНИИ гидротехники, 1938, т. 22. 3. Евдокимов П.Д. Устойчивость гидротехнических сооружений и прочность их оснований. М., 1966. 4. Григорян С.С., Иоселевич В.А. Механика грунтов. -- В сб.: Механика в СССР за 50 лет. Т. 3. М., 1972. 5. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М., 1969. 6. Генниев Г.А., Лейтес. Некоторые вопросы статики идеально-пластической среды. -- Исследования по теории сооружений, 1975, вып. XXI.

УДК 626.862.3

Э.И. Михневич

РАСЧЕТ МЕСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ ОСУШИТЕЛЬНЫХ КАНАЛОВ

Откосы мелиоративных каналов, глубина которых обычно не превышает 2...3,5 м, разрушаются, главным образом, из-за потери местной устойчивости, обусловленной деформациями отдельных зон откоса, находящихся под воздействием грунтовых и наземных вод. Проверки общей устойчивости таких откосов, как правило, не требуется [1].

Зона высачивания грунтовых вод является наиболее неустойчивой частью откоса. Процесс разрушения откоса обусловлен здесь сложным взаимодействием скелета грунта с фильтрационным и поверхностным потоками и особенно интенсивно протекает в несвязных и малосвязных неустойчивых грунтах. Рядом ученых [2...5] проводилась оценка местной устойчивости откосов при действии фильтрационного потока. Г.И. Покровский [6] предпринял попытку учесть дополнительно силы поверхностных вод, предполагая, что они движутся по откосу сплошным потоком в условиях турбулентного режима. Изучение устойчивости песчаного откоса при ламинарном и турбулентном режимах [6] показало, что поток стекает равномерно