

Превышение концентрации некоторых ингредиентов вызвано прежде всего воздействием значительно загрязненных, так называемых условно чистых вод, сбрасываемых промышленными предприятиями, недостаточной очисткой коммунально-бытовых и промышленных сточных вод, а также поступлением в реки ядохимикатов, используемых в сельском хозяйстве.

Следует отметить, что среднесезонные величины таких ингредиентов, как фосфаты, кремний, сульфаты, реакция среды мало изменяются по сезонам года. Величины большинства контролируемых ингредиентов (натрий + калий, гидрокарбонаты, сульфаты, магний, жесткость, кальций и др.), изменяя свою величину при уменьшении водности рек, в остальные периоды изменяются незначительно, оставаясь в пределах нормы.

Л и т е р а т у р а

1. Гатилло П.Д. и др. Анализ возможностей охраны рек бассейна Верхнего Днепра от загрязнения сточными водами. — В сб.: Проблемы использования и охраны водных ресурсов. Минск, 1972. 2. Гатилло П.Д. Лимитирующие показатели загрязнения рек-приемников сточных вод. — В сб.: Очистка сточных и природных вод. Минск, 1970. 3. Правила охраны поверхностных вод от загрязнения сточными водами. М., 1975.

УДК 532.543

И.М.Лившиц,
Я.М.Вильнер,
Н.Е. Бонч-Осмоловская

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОРРЕКТИВА КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ПО ДАННЫМ РЕЧНОЙ ГИДРОМЕТРИИ

Целью работы является установление рациональной методики определения корректива кинетической энергии α_{ω} по результатам фиксации поля скоростей в естественном открытом потоке.

Корректив α_{ω} , обычно называемый коэффициентом Кориолиса, учитывает различие кинетической энергии массы жидкости, протекающей через данное живое сечение и условной кинетической энергии той же массы при замене поля переменных скоростей постоянной величиной, равной средней скорости потока

$$\alpha_{\omega} = \frac{\int_{\omega} v^3 d\omega}{\bar{v}_{\omega}^3 \omega}, \quad (1)$$

где v — осредненная скорость в различных точках живого сечения; \bar{v}_{ω} — средняя скорость для всего живого сечения; ω — площадь живого сечения.

Так как $\frac{\int_{\omega} v^3 d\omega}{\omega} = (v^3)_{\text{ср}}$, то уравнение (1) можно представить в виде [1]

$$\alpha_{\omega} = \frac{(v^3)_{\text{ср}}}{\bar{v}_{\omega}^3}. \quad (1')$$

Коэффициент Кориолиса для открытых потоков обычно принимается равным 1,0...1,1. Однако для естественных потоков α_{ω} может достигать величины 2 и более [2,3].

Данный вопрос рассматривается для открытых русел, где величины v определяются точечным замером их, ω — путем непосредственных измерений геометрических элементов сечения, а \bar{v}_{ω} как отношение расхода Q к площади сечения ($\bar{v}_{\omega} = \frac{Q}{\omega}$).

Заметим, что числитель формулы (1) должен вычисляться тем же способом, каким вычисляется расход Q (то же \bar{v}). Так, если расход определяется по эпюрам скоростей на вертикалях, то и числитель формулы (1) находится по тем же эпюрам.

Рассмотрим кратко особенности наиболее распространенного метода вычисления числителя формулы (1). Существующая методика определения числителя формулы (1) обычно базируется на использовании изотах [2, 3] или их модификации в виде тахиграфических кривых [4]. Основой для нанесения изотах являются результаты точечного замера скоростей на отдельных вертикалях и соответствующие им эпюры $v = \varphi(h)$. Отметим, что при обычных измерениях с помощью вертушек определение скоростей непосредственно у дна не представляется возможным (из-за конструктивных особенностей вертушек, неровностей дна).

При нанесении изотах и последующем использовании их для определения α_{ω} возникает ряд затруднений, а именно:

1) для проведения изотах необходим многоточечный замер скоростей на вертикалях и в прибрежных зонах живого сечения, что не всегда возможно. Часто скорость на вертикалях и

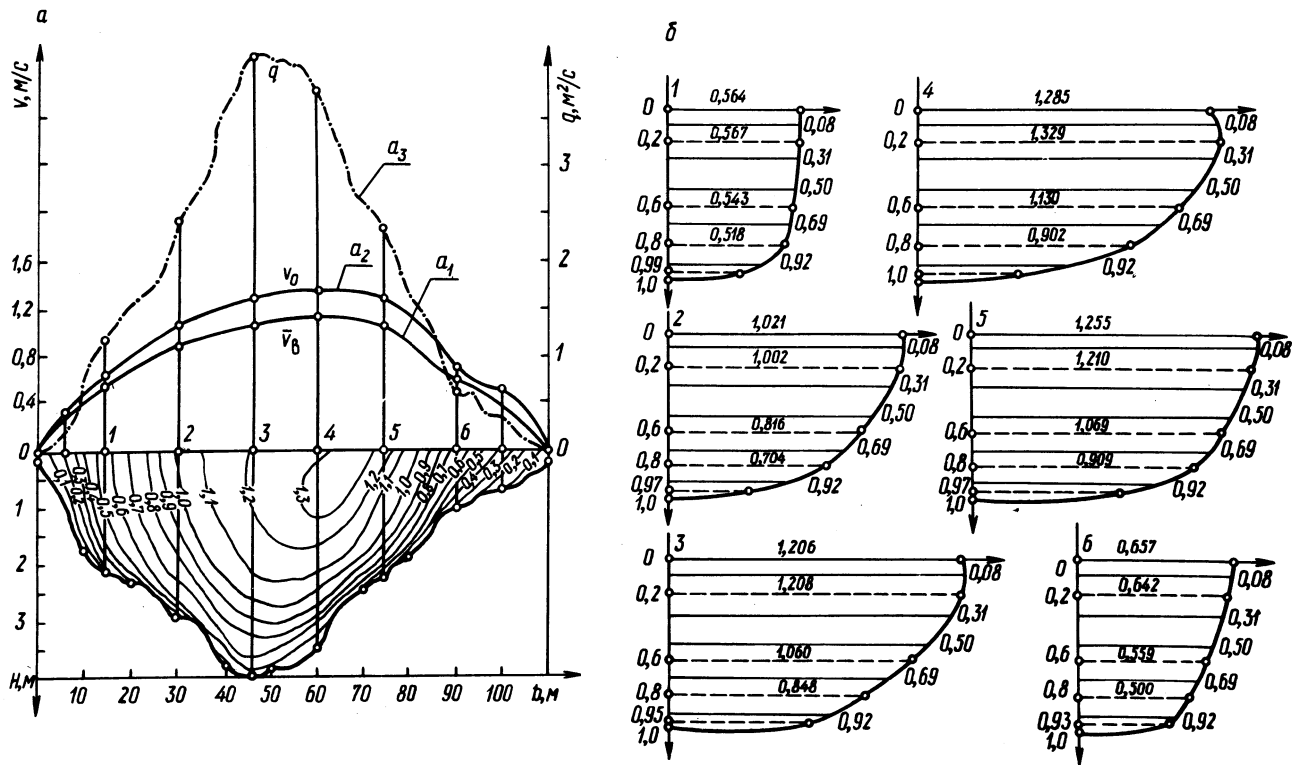


Рис. 1. Графо-аналитический метод вычисления расхода реки Неман (п. Бирштонас); для а: a_1 — эпюра распределения средних скоростей течения на вертикалях по ширине потока ($V_B, \text{m/s}$); a_2 — эпюра распределения максимальных поверхностных скоростей ($V_O, \text{m/s}$); a_3 — эпюра элементарных расходов ($q = V_B H, \text{m}^3/\text{s}$); для б: 1 — 6 эпюры распределения скоростей по вертикалям на клетчатках Чебышева ($V, \text{m/s}$).

прибрежных зонах фиксируется одноточечным замером (малые глубины и скорости);

2) при неодинаковых по ширине потока донных скоростях в размываемом русле изотакхи пересекают линию дна. В этом случае прибрежные изотакхи получаются обычно разомкнутыми и определение площадей их затруднительно. Примером такого начертания изотакх может служить рис. 1 [13];

3) на равнинных реках в случае наличия пойм и нескольких стрежней, формирующих вершины и седловины на модели расходов.

Со всеми указанными обстоятельствами приходится встречаться при использовании изотакх в речной гидрометрии. Это, по-видимому, является основной причиной того, что разработанная еще в середине прошлого столетия принципиальная методика вычисления расходов по изотакхам (предложенная Кульманом и усовершенствованная Гарляхером) не нашла практического применения в гидрометрии.

Заметим, что иллюстрация скоростного поля в виде изотакх используется при изучении гидравлической структуры потока для целей регулирования русла.

Как известно, основным методом определения расхода Q и средней скорости потока \bar{v}_ω является точечный замер скоростей на отдельных вертикалях и приближенное вычисление расхода по эпюрам $v = \varphi(h)$ и замерам глубин ($Q = \int_0^B \int_{f(b)}^H v dh db$).

Таким образом, стандартные методы определения расходов дают возможность установить величину знаменателя формулы (1). Для определения же числителя нами разработана методика, аналогичная методике нахождения компонентов знаменателя. Суть ее в следующем.

В формуле (1) числитель I_ω можно представить в виде

$$I_\omega = \int_\omega v^3 d\omega = \int_0^B \int_{f(b)}^H v^3 dh db = \int_0^B db \int_{f(b)}^H v^3(h,b) dh. \quad (2)$$

Сначала для данного b определяем интеграл

$$F = \int_{f(b)}^H v^3(h,b) dh, \quad (3)$$

т.е. площади эпюр $v^3 = \varphi^3(h)$ на отдельных вертикалях. После второго интегрирования получаем

$$I_\omega = \int_0^B F db. \quad (4)$$

При плавной форме эпюры $v = \varphi(h)$ соответствующая ей эпюра $v^3 = \varphi^3(h)$ имеет также плавное очертание (рис. 2) и площадь ее может быть найдена теми же способами, какими в гидрометрии определяют площадь эпюры скоростей на вертикали. Весьма удобным и достаточно точным способом определения площадей эпюр Ω_v и F является графо-аналитический вариант приближенного вычисления определенных интегралов по Чебышеву при числе ординат, равном пяти. Для этой формулы легко построить стандартную сетку (рис. 2, в). Здесь высота скоростной вертикали принимается равной единице, а скорости (абсциссы) откладываются в нужном масштабе [5].

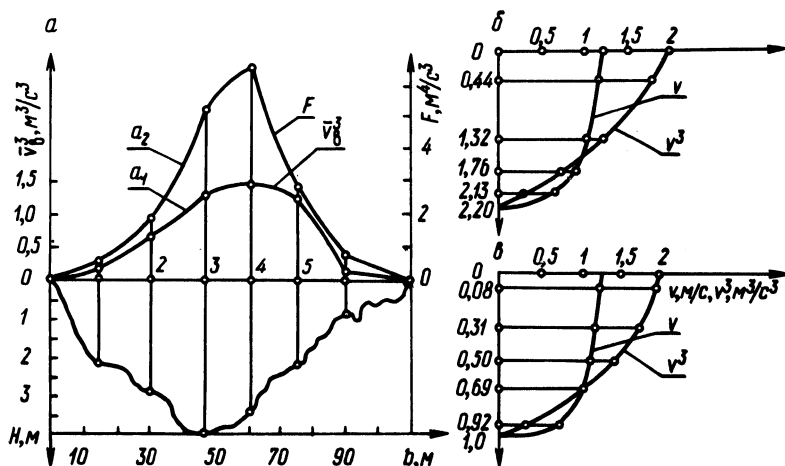


Рис. 2. Графо-аналитический метод вычисления коэффициента Кориолиса реки Неман (п. Бирштонас); для а: a_1 — эпюра распределения кубов средних скоростей течения по ширине потока ($v_B^3, \text{м}^3/\text{с}^3$); a_2 — эпюра распределения F по ширине потока ($F, \text{м}^4/\text{с}^3$); б — эпюра распределения по вертикали осредненных скоростей и их кубов в размерном выражении ($v, \text{м}/\text{с}$; $v^3, \text{м}^3/\text{с}^3$; $H, \text{м}$); в — эпюра распределения по вертикали осредненных скоростей и их кубов на сетке Чебышева ($H = 1, v, \text{м}/\text{с}, v^3, \text{м}^3/\text{с}^3$).

Для эпюры скоростей площадь находят по формуле

$$\Omega_v = 0,2 (v_{0,08H} + v_{0,31H} + v_{0,5H} + v_{0,69H} + v_{0,92H}) H, \quad (5)$$

где абсциссы снимаются с жирных линий, соответствующих индексам формулы (5). Средняя скорость на вертикали $\bar{v}_B =$

$$= \frac{\Omega_v}{H}.$$

При наличии измеренных скоростей в пяти стандартных точках на вертикали Ω_B можно также определять по сумме четырех трапеций [6] или по формуле Симпсона для пяти ординат [4].

Для приближенного определения интеграла (3), т.е. площади ($F \text{ м}^4/\text{с}^3$), при плавной эпюре скоростей $v = \varphi(h)$ саму эпюру $v^3 = \varphi'(h)$ не вычерчивают. Достаточно снять со стандартной сетки, на которой вычерчена эпюра $v = \varphi(h)$, пять абсцисс по Чебышеву, возвести их в куб и определить F по формуле

$$F = 0,2 (v_{0,08H}^3 + v_{0,31H}^3 + v_{0,5H}^3 + v_{0,69H}^3 + v_{0,92H}^3) H = \bar{v}_B^3 H \quad (6)$$

Второе интегрирование, т.е. определение $I_\omega = \int_0^B F db$, про-

изводим графически путем построения эпюры $F = f(b)$, т.е. графика распределения F по ширине потока (по аналогии с эпюрой распределения элементарных расходов). Площадь этой эпюры находим планиметрированием или суммированием площадей трапеций. Заметим, что применение других способов приближенного вычисления определенных интегралов (площадей эпюр) не вносит изменений в принципиальную схему расчетов.

Все сказанное относится и к определению коэффициента

$$\text{Буссинеска } \alpha_0 = \frac{\int_\omega v^2 d\omega}{\bar{v}^2 \omega}.$$

Алгоритмы расчета. Нахождение α_ω включает следующие элементы расчета.

1. Определение знаменателя формулы (1) сводится к применению известного в практической гидрометрии графо-аналитического метода вычисления расхода [6...8].

2. Определение числителя формулы (1) включает следующие операции:

а) величину F для каждой скоростной вертикали определяем по формуле (6). Для этого значения характерных абсцисс (по Чебышеву), снятых с эпюры $v = \varphi(h)$, возводим в куб. На рис. 2, в показаны эпюры $v = \varphi(h)$ и $v^3 = \varphi'(h)$. Заметим, что эпюру $v^3 = \varphi'(h)$ можно не вычерчивать;

б) строим эпюру распределения F по ширине потока. Площадь эпюры $F = f_1(b)$ дает приближенное значение числителя

$$I_{\omega} = \int_0^B F db = \int_{\omega} v^3 d\omega.$$

По аналогии со способом уточнения кривой элементарных расходов [8] возможно и уточнение кривой $F = f_1(b)$. Для этого строим дополнительную кривую $\bar{v}^3 = f_3(b)$ и используем все промерные вертикали для получения $\bar{v}_B^3 H = F$.

На рис. 1 и 2 в качестве примера приведены все необходимые построения и расчеты для определения α_{ω} по формуле (1) (для р.Неман у п.Бирштонас). Приведем исходные данные для определения α_{ω} : $Q = 203 \text{ м}^3/\text{с}$; $\omega = 237 \text{ м}^2$; $B = 112 \text{ м}$; $v = 0,879 \text{ м/с}$; $v^3 = 0,679 \text{ м}^3/\text{с}^3$; знаменатель в (1) $\bar{v}_{\omega}^3 = 161 \text{ м}^5/\text{с}^3$; числитель в (1) $\int_{\omega} v^3 d\omega = 245 \text{ м}^5/\text{с}^3$; $\alpha_{\omega} = 1,52$ по (1).

Возможное упрощение предлагаемого метода. Изложенный метод определения α_{ω} предполагает наличие результатов многоточечного (обычно пятиточечного) замера скоростей на каждой вертикали. В прибрежных же зонах равнинных рек многоточечный замер скоростей в большинстве не представляется возможным. В этих случаях применяется так называемый "сокращенный способ", предусматривающий измерение двух или одной скорости на вертикали и вычисление средней скорости на ней приближенными способами [6...8, 10]. Сокращенный способ измерения скоростей применяется часто и для всех скоростных вертикалей живого сечения.

Возникает вопрос, какова примерная величина корректива кинетической энергии α_B для отдельной скоростной вертикали, что равносильно для вертикальной полоски $\Delta \omega$ при $b = 1,0$.

Для решения данной задачи воспользуемся уравнением параболы m -й степени с осью, совпадающей с вертикалью и вершиной на дне потока. Получаем

$$v = v_0 \sqrt[m]{1 - \frac{h}{H}} = v_0 \left(1 - \frac{h}{H}\right)^{\frac{1}{m}}, \quad (7)$$

где h — расстояние от точки до поверхности; v_0 — скорость на поверхности; H — высота вертикали.

При начале координат у основания вертикали получим

$$v = v_0 \left(\frac{h}{H}\right)^{\frac{1}{m}} = v_0 \eta^{\frac{1}{m}}. \quad (7')$$

Таблица 1

m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{v_{0,99H}}{v_0}$	0,10	0,22	0,32	0,40	0,47	0,52	0,56	0,60	0,63
$\frac{v_{0,99H}}{\bar{v}_B}$	0,15	0,29	0,40	0,47	0,55	0,59	0,63	0,67	0,69
$\frac{v_{0,95H}}{v_0}$	0,22	0,37	0,47	0,55	0,60	0,65	0,69	0,72	0,77
$\frac{v_{0,95H}}{\bar{v}_B}$	0,33	0,49	0,59	0,66	0,70	0,74	0,78	0,80	0,81
C_B	7	14	22	30	40	51	62	75	86
α_B	1,35	1,19	1,12	1,08	1,06	1,04	1,03	1,03	1,02

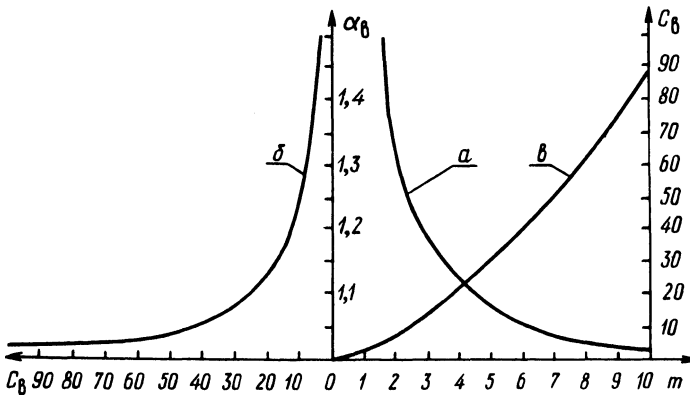


Рис. 3. Зависимость коэффициента Кориолиса от степени корня параболы и коэффициента Шези: а - $\alpha_B = f_1(m)$; б - $\alpha_B = f_2(C_B)$; в - $C_B = f_3(m)$.

Формула (7) для эпюры осредненных скоростей по вертикали широко применяется в гидравлико-гидрометрических исследованиях [4,8]. Вычисленная по ней донная скорость равна нулю; она становится значительной при весьма малом удалении от дна.

Для иллюстрации возможных величин придонных скоростей, получаемых по формуле (7) при различных значениях m , v

табл. 1 приведены отношения $v_{0,99H}$ и $v_{0,95H}$ к v_0 а также к \bar{v}_B (т.е. к средней скорости на вертикали). Проведенные исследования натуральных эпюр для ряда равнинных рек Белоруссии показали, что непосредственно измеренные скорости у дна дают отношения $\frac{v_D}{v_0}$ и $\frac{v_D}{\bar{v}_B}$, лежащие в диапазоне величин $v_{0,99H}$ и $v_{0,95H}$ к v_0 и \bar{v}_B (при соответствующем m). Это подтвердило возможность применения уравнения параболы для решения поставленной задачи.

На рис. 3 приведены значения коэффициентов Шези C_B для скоростных вертикалей, соответствующих значениям m по формуле, предложенной Г.В.Железняковым [4]. При обычном для естественных потоков изменениях C_B от 10 до 70 значение m по формуле Г.В.Железнякова соответственно возрастает от 2,5 до 8,6. С.Колупайло [13] приводит для естественных русел данные по m , изменяющиеся в пределах 3...10, т.е. близко к приведенным значениям по [4].

Рассмотрим методику определения коэффициента Кориолиса для скоростной вертикали. Площадь эпюры скоростей в соответствии с формулой (7)

$$\Omega_v = \int_0^H v dh = v_0 \int_0^H \sqrt{1 - \frac{h}{H}} dh = v_0 H \frac{m}{m+1} \quad (8)$$

При этом средняя скорость на вертикали

$$\bar{v}_B = v_0 \left(\frac{m}{m+1} \right) \quad (9)$$

Куб средней скорости на вертикали

$$\bar{v}_B^3 = v_0^3 \left(\frac{m}{m+1} \right)^3 \quad (10)$$

Площадь эпюры кубов скоростей

$$\Omega_{v^3} = \int_0^H v^3 dh = v_0^3 \int_0^H \left(1 - \frac{h}{H}\right)^m dh = v_0^3 H \frac{m}{m+3} \quad (11)$$

Таблица 2

Пределы m	2	2...3	3...4	4...5	5...6	6...7	7...8	8...9	9...10	10	Сум- ма	При- меча- ние
Частота	3	8	15	21	25	19	16	3	4	1	115	Верх- ние преде- лы ин- терва- лов не вклю- чены
Относи- тельная частота, %	2,6	7,0	13,0	18,3	21,8	16,5	13,9	2,6	3,5	0,9	100	

Соответственно среднее из кубов скоростей на вертикали

$$(\bar{v}^3)_{\text{ср}} = v_0^3 \frac{m}{m+3}. \quad (12)$$

Корректив на неравномерность распределения скоростей по вертикали

$$\alpha_B = (\bar{v}^3)_{\text{ср}} / \bar{v}_B^3 = \frac{m}{m+3} / \left(\frac{m}{m+1} \right)^3. \quad (13)$$

В табл. 1 приведены значения α_B , вычисленные по формуле (13) в зависимости от возможных значений m или C_B .

В табл. 2 показана частота наблюдения величины m^* , полученная по материалам измерения расходов на реках Зап. Двина, Неман, Днепр, Улле, Горынь (многоточечным замером скоростей в коренном русле) при общем числе скоростных вертикалей 115.

Из табл. 2 видно, что наиболее часто показатель m наблюдается в пределах 3...8, что примерно соответствует данным [4, 13].

При этом значения α_B изменяются от 1,19 до 1,03. Среднее значение для данной совокупности m равно примерно 6,0 и соответственно $\alpha_B = 1,06$.

Заранее можно было ожидать, что величины m будут уменьшаться по мере приближения к берегам в соответствии с тенденцией уменьшения C_B (увеличение сопротивлений движению, уменьшение глубин), а это должно было сказаться и на увеличении показателя неравномерности α_B . Однако исходные материалы не подтверждают данное предположение. Здесь возможно влияние ряда неучтенных гидравлических условий (воз-

* Значения m по эпюрам скоростей вычислены студентом факультета гидротехнического и дорожного строительства БПИ А.Е.Елисеевым (НИРС) способом наименьших квадратов.

можные поперечные течения и пр.). Кроме того, объем материалов, использованный для табл. 2, недостаточен и требуется проведение специальных исследований.

Установим примерный порядок величины показателя неравномерности распределения скоростей по горизонтали α_{Γ} (по ширине потока). Для этого примем приближенную модель эпюры $v_{\Gamma} = \psi(b)$ в виде полуэллипса, малой полуоси которой соответствует $v_{\max} = b$, большой полуоси — $\frac{B}{2} = a$ (B — ширина горизонтали).

Форма полуэллипса выбрана в качестве модели распределения скоростей по горизонтали на основе визуального исследования эпюр $v_{\Gamma} = f(b)$ ряда равнинных рек. Для этой модели значение коэффициента Кориолиса является постоянной величиной, что легко доказать:

$$\alpha_{\Gamma} = \frac{(\overline{v_{\Gamma}})^3}{\overline{v_{\Gamma}^3}} = \frac{12}{\pi^2} = 1,22. \quad (14)$$

Полученное значение коэффициента α_{Γ} (1,22) для распределения скоростей по горизонтали оказалось выше среднего его значения для распределения по вертикали $\alpha_{\text{В}}$ (1,06). Величины же α_{Γ} для естественных потоков обычно выше α_{Γ} для эллиптической модели.

Исследовался нами и вопрос аппроксимации натуральных эпюр распределения скоростей по горизонтали уравнением параболы вида (7'). Достаточно близки к натурным во многих случаях оказались параболы при $m < 2$ и соответственно $\alpha_{\Gamma} > 1,35$. Так, для расхода на р. Зап. Двина у п. Витебск, измеренного 10 мая 1950 г., установлено: а) для эпюры поверхностных скоростей $\alpha_{\Gamma} = 1,57$; б) для эпюры на глубине 1,0 м от поверхности $\alpha_{\Gamma} = 1,50$; в) для эпюры на глубине 1,5 м от поверхности $\alpha_{\Gamma} = 1,42$.

При этом для 11 скоростных вертикалей указанного расхода $\alpha_{\text{В}}$ изменяется только от 1,04 до 1,31.

Еще больше разница между α_{Γ} и $\alpha_{\text{В}}$ для расхода, измеренного на р. Неман у п. Бирштонас (рис. 1), а именно: а) для

эпюры поверхностных скоростей $\alpha_{\Gamma} = 1,75$; б) для эпюры на глубине 1,0 м от поверхности $\alpha_{\Gamma} = 1,46$. При этом для шести скоростных вертикалей расхода р.Неман величина $\alpha_{\text{В}}$ изменяется от 1,01 до 1,14.

Таким образом, на величину коэффициента Кориолиса влияет в основном неравномерность распределения скоростей по ширине потока. Подобные выводы содержатся в [12].

Следовательно, при "сокращенном способе" замера скоростей на вертикали (двухточечным, одноточечным) замена на данной вертикали $\int_0^H v^3 dh$ величиной $\bar{v}_{\text{В}}^3 H$ (т.е. $\alpha_{\text{В}} = 1,0$)

не должна значительно влиять на общий коэффициент Кориолиса α_{ω} и в первом приближении может быть учтена введением коэффициента $K = \frac{\alpha_{\omega}}{\alpha'_{\omega}}$, где приближенное значение α'_{ω} определено по значениям $\bar{v}_{\text{В}}^3 = \varphi_3$ (б).

Проверка данного положения на 38 расходах, измеренных на 19 различных реках БССР, показала, что для 95% случаев значение K изменяется в пределах 1,0...1,11. В среднем K равен 1,04. Поправочный коэффициент $K = 1,04$ может быть принят для упрощения метода подсчета корректива α_{ω} . Это не исключает необходимости уточнения его на более обширном материале при разнообразных условиях гидравлической структуры потока.

Вполне понятно, что интеграл (2) можно было бы решать, изменив последовательность интегрирования (суммирования),

т.е. вначале определить $\int_0^B v^3 db = R$, а затем $\int_{f(b)}^H R dh$.

Применение эпюр скоростей (и их кубов) на горизонталях показано Н.М.Щаповым [11] для одного из использованных им вариантов определения коэффициента Кориолиса. При этом автор указал, что данный вариант применен для канала прямоугольного сечения при использовании горизонтальных вертушечных рядов с одинаковым числом точек измерения скоростей. Вполне понятно, что для поперечных сечений речных потоков такой способ измерения не представляется возможным.

В заключение следует указать, что на основе предлагаемой методики нами разработаны и косвенные методы вычисления коррективов кинетической энергии для равнинных рек.

Л и т е р а т у р а

1. Караушев А.В. Речная гидравлика. Л., 1969.
2. Морозов Л.А. О коэффициенте кинетической энергии естественных водотоков. -- Гидротехническое строительство, 1964, № 7.
3. Никитина Л.С. О величинах коэффициентов Кориолиса и Буссинеска открытых безнапорных потоков. -- Вест. Моск. ун-та. География, 1973, вып. 4.
4. Железняков Г.В. Теория гидрометрии. Л., 1976.
5. Лившиц И.М., Юркшто - вич Н.А. Рационализация техники приближенного вычисления определенных интегралов по формулам численных квадратур. -- В сб.: Сб. науч. тр. Белорус. политех. ин-та, 1957, вып. 60.
6. Железняков Г.В. Гидрометрия. М., 1972.
7. Быков В.Д., Васильев А.В. Гидрометрия. Л., 1972.
8. Гириллович Н.Я. Гидрометрия. Л.-М., 1937.
9. Павловский Н. Н. Собрание сочинений. Т.1. М.-Л., 1955.
10. Федоров Н.Н. Гидрометрия рек и каналов. Методы измерения расхода воды. Обнинск, 1947.
11. Щапов Н.М. Гидрометрия гидротехнических сооружений и гидромашин. М., 1957.
12. Бочева М.М. Изследване неравномерността на разпределение на скоростите в напречните сечения на открити речни течения. -- Водни проблеми, 1976, № 4.
13. Kolupaila S. Hidrometrija. T.2. Kaunas, 1939.
14. Štrauss V. Študia ko - řěčněho factora kinetickej energie a kořěčněho factora hybnosti prudenja v otvoreých korytách. - Vodohospodàrsky časopis, 1963, № 1.

УДК 551.482.215

Г.И.Залужный, А.П.Станкевич

ОСОБЕННОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПО ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫМ СПЛАЙНАМ ФУНКЦИИ РАСХОДА И ВЕКТОРА ПЛОЩАДЕЙ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ОТКРЫТЫХ РУСЕЛ

В случае гладких течений для численного расчета неустановившегося движения воды можно использовать систему уравнений вида [1]:

$$\left. \begin{aligned} B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} &= q, \\ -\frac{\partial Q}{\partial t} + 2v \frac{\partial Q}{\partial x} + (c^2 - v^2) B \frac{\partial z}{\partial x} &= \phi, \end{aligned} \right\} (1)$$