9. Мирцхулава Ц.Е. Инженерные методы расчета и прогноза водной эрозии. М., 1970. 10. Чугаев Р.Р. Гидравлика. Л., 1971. 11. Зубец В.М., Саплюков Ф.В. Исследование и расчет устойчивости низовых откосов плотин и берегов отводящих русл в нижних бьефах водохранилищ, совмещенных с рыбхозами. — В сб.: Комплексное использование малых водоемов. Елгава, 1977.

УДК 624.131.552.6

Н.Д. Банников, Ю.А. Соболевский, $\boxed{\text{П.И. Харитоненко}}$

К ВОПРОСУ О ЗАТУХАНИИ ИЗБЫТОЧНЫХ НАПОРОВ ПРИ КОНСОЛИДАЦИИ АНИЗОТРОПНЫХ ПО ВОДОПРОНИЦАЕМОСТИ ОСНОВАНИЙ

Прогнозирование во времени величины избыточного напора обеспечивает предпосылки для получения графиков протекания осадок сооружений, возведенных на водонасыщенных грунтах.

Процесс затухания напоров при приложении нагрузки к ограничивающей поверхности анизотропного по водопроницаемости основания для случая плоской задачи описывается уравнением Фурье [1] вида

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1+\varepsilon_{cp}}{\gamma_o a} \left(K_x \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right), \qquad (1)$$

где H — избыточный напор в грунтовой массе; t — текущая координата времени; ε_{cp} — средний коэффициент пористости; γ_o — объемная масса воды.

Вводим следующие допущения: 1) грунт находится в состоянии двухфазной системы; 2) твердая и жидкая фазы несжимаемы; 3) характеристики грунта (коэффициенты фильтрации как по горизонтали K_x, так и по вертикали K_y, а также коэффициент сжимаемости a постоянны; 4) грунт изотропен в механическом отношении; 5) передача нагрузки осуществляется через дренажную прослойку.

Решение уравнения (1) с использованием указанных допущений при соответствующих краевых условиях дает возможность определить значения напорной функции H для любого момента времени t после нагружения основания.

Полуплоскость загружена сосредоточенной силой (рис. 1,а). При решении данной задачи используем следующие начальные и граничные условия:

1) при $t = 0$ напорная функция $H = \dfrac{P\sqrt{K_x/K_y}\,y}{\gamma_0 \pi\, x^2 + K_x/K_y \cdot y^2}$ [2];

2) при $t = \infty$ функция $H = 0$ во всей рассматриваемой области;

3) при $y = 0$ и $t > 0$ функция $H = 0$;

4) при $r = \infty$ и $t > 0$ функция $H(r, t) = H(\infty, t) = 0$,

где $r = x^2 + y^2$.

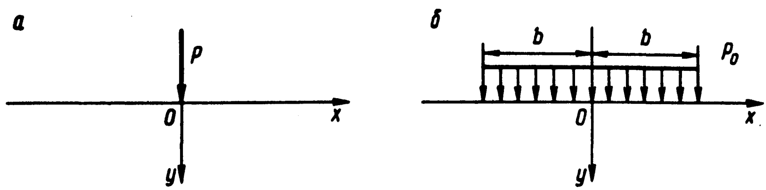

Рис. 1. Полуплоскость загружена сосредоточенной силой (а) и равномерно распределенной нагрузкой (б).

Введем новую систему координат

$$x = x_1, \; y_1 = y\sqrt{\frac{K_x}{K_y}} \; . \qquad (2)$$

Учитывая, что

$$\frac{\partial^2 H}{\partial y_1^2} = \frac{K_y}{K_x}\,\frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \; ,$$

приведем анизотропную область к фиктивной изотропной, а параболическое уравнение (1) к виду

$$\frac{\partial H}{\partial t} = c\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x_1^2} + \frac{\partial H}{\partial y_1^2}\right), \qquad (3)$$

где c — коэффициент консолидации, определенный выражением

$$c = \frac{K_x(1 + \varepsilon_{cp})}{\gamma_0\, a} \; .$$

Решение уравнения (3) впервые было получено В.Г. Короткиным [3]. Для однородно-анизотропного по водопроницаемости грунта путем замены координат из его решения может быть записано выражение для напорной функции в виде

$$H = \frac{P}{\gamma_o \pi} \frac{y\sqrt{K_x/K_y}}{x^2 + \frac{K_x}{K_y} y^2} \left[1 - \exp\left(- \frac{x^2 + \frac{K_x}{K_y} y^2}{4\,ct} \right) \right], \tag{4}$$

удовлетворяющее уравнению (1)

Полуплоскость загружена равномерно-распределенной полосовой нагрузкой (рис. 1,б). Интегрируя уравнение (4) в пределах участка загружения, т.е. от $-b$ до $+b$, получим

$$H = \frac{p_o}{\gamma_o \pi} \left(\operatorname{arctg} \frac{x+b}{\sqrt{K_x/K_y}\, y} - \operatorname{arctg} \frac{x-b}{\sqrt{K_x/K_y}\, y} \right) + \frac{p_o}{2\gamma_o} \left[B\left(\frac{y\sqrt{K_x/K_y}}{2\sqrt{ct}} ; \frac{x-b}{y\sqrt{K_x/K_y}} \right) - B\left(\frac{y\sqrt{K_x/K_y}}{2\sqrt{ct}} ; \frac{x+b}{y\sqrt{K_x/K_y}} \right) \right]. \tag{5}$$

Функция $B\left(\frac{y}{2\sqrt{ct}} ; \frac{x \pm b}{y} \right)$ (рис. 2) введена и протабулирована Н.Н. Веригиным [4].

Действие сосредоточенной силы на слой конечной толщины (рис. 3). Рассмотрим слой грунта толщиной h, лежащего на несжимаемом водопроницаемом основании. Функцию напора определим из формулы (3) при следующих краевых условиях:

1) $H(x, y, 0) = H_o(x, y)$;

2) $H(x, 0) = 0$;

3) $H(r, t) = H(\infty, t) = 0$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$;

4) $H(x, h, t) = 0$,

где $H_o(x, y)$ — начальное распределение напоров.

Функция $H_o(x,y)$ должна удовлетворять уравнению Лапласа, т.е. уравнению (3) при $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$.

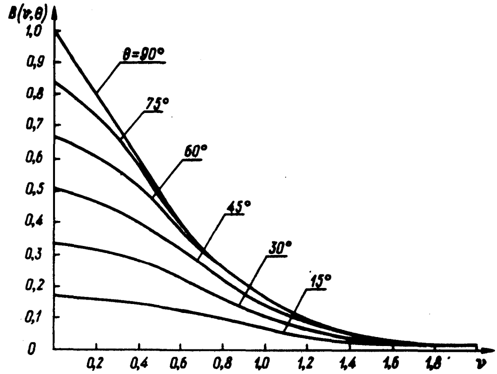

Рис. 2. График функции B(ν,θ).

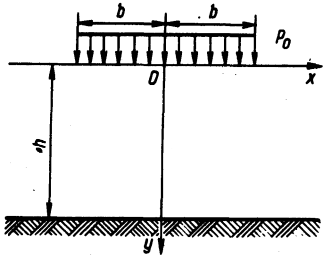

Рис. 3. Полоса, загруженная сосредоточенной силой.

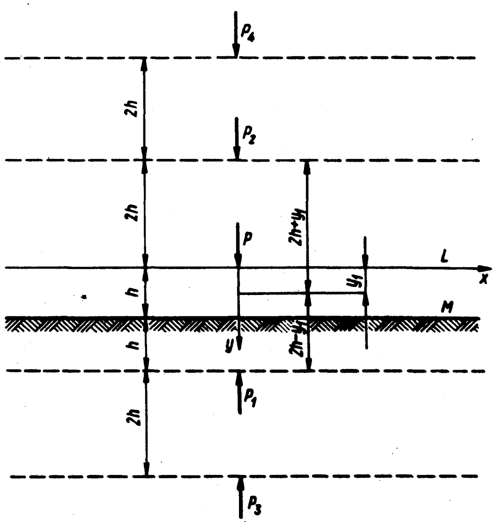

Рис. 4. Схема зеркальных отображений полос нагружения.

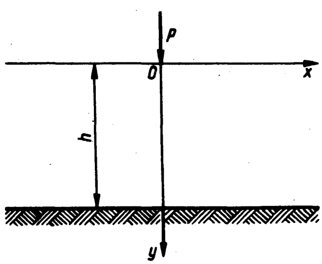

Рис. 5. Полоса, загруженная местной равномерно распределенной нагрузкой.

Решение задачи для полосы найдем по известному решению для полуплоскости (формула (4)) методом зеркальных отображений [5]. Геометрия отображений приведена на рис. 4. Влияние водопроницаемых контуров L и M учитывается последовательным отображением не только реальной, но и бесконечного числа воображаемых сосредоточенных сил, действующих по одной линии с разными знаками . Общее число отображений возрастает до $\pm\infty$. Этот прием необходим для погашения погрешностей при удовлетворении граничных условий. Суммируя действие всех отображенных сосредоточенных сил, получаем

$$H = \frac{p}{\gamma_o \pi} \sum_{K=-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\sqrt{K_x/K_y}(y+2kh)}{x^2 + \frac{K_x}{K_y}(y+2kh)^2} \left\{ 1 - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \exp\left[- \frac{x^2 + K_x/K_y\,(y+2kh)^2}{4\,ct} \right] \right\}\right\} . \tag{6}$$

Напорная функция H, выраженная формулой (6), удовлетворяет перечисленным краевым условиям.

Действие равномерно распределенной полосовой нагрузки на слой конечной толщины (рис. 5). В случае полосовой равномерно распределенной нагрузки интенсивностью P_o напорная функция H определится интегрированием выражения (5) в пределах от $-b$ до $+b$, т.е.

$$H = \frac{p_o}{\gamma_o \pi} \int_{-b}^{b} \sum_{K=-\infty}^{\infty} \frac{y_p}{(x-\xi)^2 + y_p^2} \left\{ 1 - \exp \times \right.$$

$$\left. \times \left[- \frac{(x-\xi)^2 + y_p^2}{4\,ct} \right] \right\} d\xi , \tag{7}$$

где $p = p_o d\xi$; $y_p = \sqrt{K_x/K_y}\,(y+2kh)$.

Из уравнения (7) получим

$$H = \frac{p_o}{\gamma_o \pi_\infty} \sum_{K=-\infty}^{\infty} \left(\mathrm{arctg}\, \frac{x+b}{y_o} - \mathrm{arctg}\, \frac{x-b}{y_p}\right) +$$

$$+\frac{p_o}{2\gamma_o}\sum_{K=-\infty}^{\infty}\left[B\left(\frac{y_p}{2\sqrt{ct}};\frac{x-b}{y_p}\right)-B\left(\frac{y_p}{2\sqrt{ct}};\frac{x+b}{y_p}\right)\right]. \qquad (8)$$

Учитывая, что при $t = 0$

$$H=\frac{p_o}{\gamma_o\pi}\sum_{K=-\infty}^{\infty}\left(\operatorname{arctg}\frac{x+b}{y_p}-\operatorname{arctg}\frac{x-b}{y_p}\right)=$$

$$=\frac{p_o}{\gamma_o\pi}\left\{\operatorname{arctg}\left[\operatorname{th}m(x+b)\operatorname{tg}n(h-y)\right]-\right.$$

$$\left.-\operatorname{arctg}\left[\operatorname{th}m(x-b)\operatorname{tg}n(h-y)\right]\right\},$$

преобразуем выражение (8) к виду

$$H=\frac{p_o}{\gamma_o\pi}\left\{\operatorname{arctg}\left[\operatorname{th}m(x+b)\operatorname{tg}n(h-y)\right]-\right.$$

$$\left.-\operatorname{arctg}\left[\operatorname{th}m(x-b)\operatorname{tg}n(h-y)\right]\right\}+$$

$$+\frac{p_o}{2\gamma_o}\sum_{K=-\infty}^{\infty}\left[B\left(\frac{y_p}{2\sqrt{ct}};\frac{x-b}{y_p}\right)-B\left(\frac{y_p}{2\sqrt{ct}};\right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{x+b}{y_p}\right)\right]+\ldots, \qquad (9)$$

где $m=\dfrac{\pi}{2h\sqrt{K_x/K_y}}$, а $n=\dfrac{\pi}{2h}$.

При пользовании формулами (6) и (9) следует ограничиваться таким числом членов ряда, чтобы абсолютным значением последнего члена можно было пренебречь.

Литература

1. Флорин В.А. Основы механики грунтов. Т. II.М.,1961. 2. Соболевский Ю.А. Водонасыщенные откосы и основания. Минск, 1975. 3. Короткин В.Г. Задача уплотнения при приложении к поверхности грунта сосредоточенной силой. — Тр. ЛПИ, вып. 2. М., 1950. 4. Веригин Н.Н. Консолидация грунтов под гибким фундаментом. — Основания, фундаменты и механики грунтов, 1961, № 5. 5. Герсеванов Н.М. Основы динамики грунтовой массы. М.-Л., 1937.