

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ВЛИЯНИЯ ФАКТОРОВ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЗОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ ВОДОСНАБЖЕНИЯ

При изучении экономических задач, связанных с выбором схемы водоснабжения крупных городов, возникают вопросы анализа зонных систем [1]. Как правило, в нем участвует значительное количество факторов, обусловленных характером потребителя воды, местностью, на которой он расположен, и особенностями водопроводной системы. Для того чтобы как-то систематизировать хотя бы наиболее существенные факторы, оказывающие влияние на работу зонной схемы водоснабжения, была предпринята попытка применения метода математического планирования эксперимента к ее анализу [2,3,4].

В качестве основных факторов были приняты:

Свободный напор воды у потребителей ($h_{св}$) -X₁

Средний уклон местности (I) -X₂

Площадь территории города (F) -X₃

Расчетная норма водопотребления (W) -X₄

Плотность заселения территории (G) -X₅

Отношение ширины территории к ее длине (B/L) -X₆

Отношение направления подачи воды от источника до объекта к направлению движения воды по территории города (перпендикулярное, параллельное) -X₇

Схема зонирования (последовательная, параллельная) -X₈

Были выбраны параметры оптимизации:

Напор в зоне (H_3), м -Y₁

Число зон (n) -Y₂

Приведенные затраты по объекту в целом З, руб. -Y₃

Чтобы изучить влияние перечисленных факторов и получить уравнения искомых параметров оптимизации, была составлена табл. 1. Допускалось, что: свободный напор по всей сети одинаков, уклон местности равномерный, норма водопотребления для всего города, а также плотность населения постоянны, территория города имеет форму прямоугольника.

При восьми факторах на двух уровнях необходимо поставить 256 опытов что весьма трудоемко. Для уменьшения числа опытов принята дробная

Т а б л. 1

Показатели	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈
Основной урожай	25	0	31	250	150	0,55		
Верхний урожай (+1)	40	+3	51	350	250	1,0	Перпендикулярное	Последовательное
Нижний урожай (-1)	10	-3	11	150	50	0,1	Параллельное	Параллельное
Интервал варьирования	15	3	20	100	100	0,45		

реплика типа 2⁸⁻⁴. Заменены эффекты взаимодействия некоторых факторов линейными эффектами: X₅ = X₃·X₄; X₆ = X₂·X₄; X₇ = X₂·X₃; X₈ = X₂·X₃·X₄. Это позволило довести число экспериментов до 16.

Каждый расчет варианта (опыта) повторялся трижды при соблюдении ограничения напора в зоне не более 60 м вод.столба. Результаты расчетов приведены в табл. 2, матрица планирования эксперимента – в табл. 3.

Ошибки эксперимента для каждого из параметров оптимизации напора в зоне, числа зон и приведенных затрат соответственно составили:

$$S_{y_1} = \pm 8,76; S_{y_2} = \pm 5,5; S_{y_3} = \pm 0,9 \cdot 10^6 \text{ руб.}$$

Для нахождения количества коэффициентов в уравнении регрессии, их физического смысла необходимо найти генерирующие соотношения и определяющие контрасты, а также доверительный интервал коэффициентов регрессии..

Генерирующие соотношения и определяющие контрасты:

$$X_5 = X_3 \cdot X_4;$$

$$X_7 = X_2 \cdot X_3;$$

$$X_6 = X_2 \cdot X_4;$$

$$X_8 = X_2 \cdot X_3 \cdot X_4.$$

Обобщающий определяющий контраст:

$$\begin{aligned} 1 &= X_3 \cdot X_4 \cdot X_5 = X_2 \cdot X_4 \cdot X_6 = X_2 \cdot X_3 \cdot X_7 = X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 \cdot X_8 = X_2 \cdot X_3 \cdot X_5 \cdot X_6 = \\ &= X_2 \cdot X_4 \cdot X_5 \cdot X_7 = X_2 \cdot X_5 \cdot X_8 = X_3 \cdot X_4 \cdot X_6 \cdot X_7 = X_4 \cdot X_7 \cdot X_8 = X_3 \cdot X_6 \cdot X_8 = \\ &= X_5 \cdot X_6 \cdot X_7 = X_4 \cdot X_5 \cdot X_6 \cdot X_8 = X_3 \cdot X_5 \cdot X_7 \cdot X_8 = X_2 \cdot X_6 \cdot X_7 \cdot X_8 = X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 \cdot X_5 \cdot \\ & \cdot X_6 \cdot X_7 \cdot X_8. \end{aligned}$$

Табл. 2.

H - Y ₁ , м				n - Y ₂				З - Y ₃ , руб				Стоимость 1 м ³ воды, коп.
Y ₁ ^I	Y ₁ ^{II}	Y ₁ ^{III}	Y ₁	Y ₂ ^I	Y ₂ ^{II}	Y ₂ ^{III}	Y ₂	Y ₃ ^I 10 ⁻⁶	Y ₃ ^{II} 10 ⁻⁶	Y ₃ ^{III} 10 ⁻⁶	Y ₃	
51	70	53	58	35	25	24	28,0	17,3	13,9	14,1	15,1 10 ⁶	6,0
69	52	71	64	2,5	1,7	1,8	2,0	0,55	0,55	0,85	0,65 10 ⁶	3,8
56	44	59	53	8	13	9	10	0,9	0,6	0,6	0,7 10 ⁶	10,0
43	55	44,5	47,5	18	13	14	15	7,0	4,4	4,8	5,4 10 ⁶	1,0
35	48	37	40	2,6	1,6	1,8	2,0	0,52	0,82	0,52	0,62 10 ⁶	4,6
56,5	42,5	55,5	51,5	7	4	7	6	2,73	1,83	1,83	2,13 10 ⁶	2,5
88	66	86	80	4	9	8	7	1,86	2,96	2,86	2,56 10 ⁶	6,3
62	48	62,5	57,5	70	56	54	60	7,85	5,05	5,25	6,05 10 ⁶	10,9
73	54	56	61,0	5,2	3,3	3,5	4	1,45	0,95	1,05	1,15 10 ⁶	3,6
48	64	48,5	53,5	44	40	30	38,0	2,83	4,23	4,13	3,73 10 ⁶	0,8
62	51	61	58	7	3,5	4,5	5	1,22	0,72	0,82	0,92 10 ⁶	2,0
46	63	47	52	23	24	16	21	2,73	1,93	2,03	2,23 10 ⁶	9,0
55,5	73	54,5	61	4,5	7	3,5	5	1,14	0,84	0,84	0,94 10 ⁶	7,0
42	45	33	40	5	8	8	7	10,58	7,58	7,58	8,58 10 ⁶	3,0
56	54	43	51	8	13,6	8,4	10	2,16	1,56	1,56	1,76 10 ⁶	4,5
50	63	64	59	4	8	9	7	1,32	1,42	1,82	1,52 10 ⁶	5,0
0												
Уровень	30	36	33	2	2	2	2	1,9	1,3	2,5	1,9 10 ⁶	3,1
0												
Уровень	30	32	32	2	2	2	2	1,7	1,3	1,5	1,5 10 ⁶	2,8

Т а б л. 3.

Номер опыта	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈
1	+	+	+	+	+	+	+	+
2	-	+	-	+	-	+	-	-
3	+	-	-	+	-	-	+	+
4	-	-	+	+	+	-	-	-
5	-	-	-	+	-	-	+	+
6	+	-	+	-	-	+	+	-
7	-	+	+	-	-	-	-	+
8	+	+	+	-	-	-	-	+
9	-	-	-	-	+	+	-	+
10	+	-	+	+	+	-	-	-
11	-	-	+	-	-	+	+	-
12	+	+	-	-	+	-	+	-
13	+	+	-	+	-	+	-	-
14	-	+	+	+	+	+	+	+
15	+	-	-	-	+	+	-	+
16	-	+	-	-	+	-	+	-

Пренебрегая эффектами взаимодействия, начиная с третьего, получаем смешанные оценки:

$$\beta_1 = b_1;$$

$$\beta_2 = b_2 + b_{4,6} + b_{3,7} + b_{5,8};$$

$$\beta_3 = b_3 + b_{2,7} + b_{4,5} + b_{6,8};$$

$$\beta_4 = b_4 + b_{2,6} + b_{3,5} + b_{7,8};$$

$$\beta_5 = b_5 + b_{3,4} + b_{2,8} + b_{6,7};$$

$$\beta_6 = b_6 + b_{2,4} + b_{3,8} + b_{5,7};$$

$$\beta_7 = b_7 + b_{2,3} + b_{4,8} + b_{5,6};$$

$$\beta_8 = b_8 + b_{2,5} + b_{4,7} + b_{3,6}.$$

Таким образом, с величинами коэффициентов b_2, \dots, b_8 смешаны оценки двойных взаимодействий, которые предположительно равны нулю. Не смешаны коэффициенты: $b_{1,2}; b_{1,3}; b_{1,4}; b_{1,5}; b_{1,6}; b_{1,7}; b_{1,8}$.

Расчет коэффициентов регрессии осуществляется по формулам:

$$b_0 = \frac{\sum_{u=1}^N Y_u}{N}; \quad b_i = \frac{\sum_{iu} X_{iu} X_{ju} Y_u}{N},$$

где $X_{iu}; X_{ju}$ – значение фактора $X_i (X_j)$ в u -ом опыте; Y_u – значение параметра оптимизации в том же опыте; N – число опытов.

Доверительный интервал коэффициентов регрессии определяется по формуле $\Delta b_i = \pm t S_{bi}$, где t – табличное значение критерия Стьюдента, равное 2,12 [4]. $S_{bi} = \sqrt{\frac{S^2_y}{Nm}}$ где $m = 3$ – количество повторений

опыта. Для каждого из параметров оптимизации он составит: $\Delta b_1 = \pm 2,68$ (напор зоны – H); $\Delta b_2 = \pm 1,68$ (число зон – n); $\Delta b_3 = \pm 0,295 \cdot 10^6$ (приведенные затраты – 3).

Величины коэффициентов регрессии для параметров оптимизации приведены в табл. 4.

Таким образом, искомые уравнения регрессии запишутся:
для напора в зоне

$$Y_1 = 55,44 + 3,5 X_2 - 3,31 X_4 - 2,69 X_5 - 4 X_7 + 5 X_1 X_4 + 2,94 X_1 X_7;$$

для числа зон

$$Y_2 = 14,2 + 8,06 X_1 + 2,94 X_2 + 6,56 X_3 + 2,06 X_5 - 3,94 X_6 - 3,44 X_7 + \\ + 1,81 X_8 + 3,31 X_1 X_2 + 4,19 X_1 X_3 - 4,19 X_1 X_6 - 2,56 X_1 X_7 + 2,94 X_1 X_8;$$

для приведенных затрат

$$Y_3 = (3,38 + 0,7 X_1 + 1,33 X_2 + 2,18 X_3 + 1,09 X_4 + 1,56 X_5 + 0,53 X_6 + \\ + 0,6 X_7 + 1,19 X_8 + 0,67 X_1 X_2 + 0,49 X_1 X_3 + 0,38 X_1 X_6 + 0,36 X_1 X_7 + \\ + 0,64 X_1 X_8) \cdot 10^6.$$

Т а б л. 4.

Коэффициенты регрессии	Y_1	Y_2	Y_3
b_0	55,44	+14,2	+3,38
b_1	-0,75	+8,04	+0,7
b_2	+3,5	+2,94	+1,33
b_3	+0,31	+6,56	+2,18
b_4	-3,31	-0,81	+1,09
b_5	-2,69	+2,06	+1,56
b_6	+0,12	-3,94	+0,53
b_7	-4	-3,44	+0,6
b_8	-0,38	+1,81	+1,10
$b_{1,2}$	-1,06	+3,31	+0,67
$b_{1,3}$	+0,12	+4,19	+0,49
$b_{1,4}$	+5	-1,19	-0,05
$b_{1,5}$	+1,62	-0,06	+0,07
$b_{1,6}$	+0,56	-4,19	+0,38
$b_{1,7}$	+2,94	-2,56	+0,36
$b_{1,8}$	+0,56	-2,94	+0,64

Данные уравнения были проверены на остаточную адекватность. Для этого была вычислена остаточная дисперсия адекватности

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{1}{f_2} \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - \hat{Y}_i)^2,$$

где \bar{Y}_i – среднее опытное значение параметра оптимизации; \hat{Y}_i – то же, вычисленное по уравнению регрессии; f_2 – число степеней свободы, равное $N-K$ (K – число коэффициентов регрессии, включая и b_0 , N – число опытов).

Затем определили критерий Фишера $F = \frac{S_{\text{ост}}^2}{S_I^2}$ и сравнили его с табличным значением $F_{\text{кр}}$ (табличное значение – 2,27) [4].

Для Y_1 : $F = 0,121 < F_{кр} = 2,27$;

для Y_2 : $F = 0,87 < F_{кр} = 2,27$;

для Y_3 : $F = 0,072 < F_{кр} = 2,27$.

Таким образом, все три уравнения адекватны.

Направление и вес того или иного фактора определяются соответственно знаком и величиной коэффициента регрессии перед ним. Используем это для анализа полученных уравнений.

1. Для определения напора в зоне.

Исследуя функцию отклика (Y_1), можно сказать, что для уменьшения напора, необходимого для подачи воды в данную зону, надо направить воду в наиболее низкую (по уклону местности) точку водопроводной сети (X_2). На величину напора в зоне существенное влияние оказывают величины расчетной нормы водопотребления (X_4) и принятой плотности населения территории (X_5). При увеличении нормы водопотребления экономически выгодные диаметры сети возрастают, а потери на единицу длины несколько снижаются. При увеличении плотности населения, помимо увеличения диаметра для того же района (по количеству населения), уменьшается длина сети, а отсюда и потери напора в ней.

При возможности выбора следует отдавать предпочтение тому источнику, направление подачи воды от которого будет перпендикулярно к направлению распределения общего потока воды в самой водопроводной сети (X_7). Имеются сведения о том, что величину свободного напора для отдельных микрорайонов выгодно допустить в пределах 5–8 этажей [5]. Взяв это условие за основу, можно принять $X_1 = 0$, так как $h_{св} = 25$ м вод. ст. есть нулевой уровень в составленной нами матрице проведения опытов. Следовательно, шестой и седьмой члены уравнения для выбора напора в зоне (Y_1) тоже будут равны нулю.

2. Для выбора числа зон (функции отклика – Y_2).

Как и следовало ожидать, число зон возрастает при увеличении свободного напора $h_{св}$ (X_1); площади территории города (X_3); уклона местности (X_2); плотности населения (X_5) при условии подачи воды снизу вверх и наличии последовательной схемы зонирования (X_8). При допущении $h_{св} = 25$ м (т.е. $X_1 = 0$) (для пятиэтажной застройки) остальные члены уравнения обращаются в нуль.

Уменьшает число зон: приближение формы снабжаемой территории к квадратной ($B/L=1$) и перпендикулярное направление подачи воды от источника к направлению общего потока в водопроводной сети.

3. Для определения приведенных затрат (функция отклика Y_3).

Наиболее значимыми факторами в данном уравнении являются площадь территории (X_3), плотность населения (X_5), уклон местности

(X_2), схема зонирования (X_8) и норма водопотребления (X_4). Несколько менее влияют такие факторы, как свободный напор воды у потребителя (X_1), взаимное расположение направления подачи воды от источника до объекта к направлению ее движения по территории города (X_7) и отношение ширины к длине территории города ($B/L, X_6$).

Таким образом, приведенные уравнения регрессии ($Y_1; Y_2; Y_3$), как адекватно описывающие влияние различных факторов на рассмотренные функции откликов, могут быть использованы в качестве интерполяционных формул для определения ряда зависимостей.

Л и т е р а т у р а

1. Л а з а р ч и к И.К. Критерий оптимальности для экономико-математической модели зонной системы хоз.-питьевого водопровода города. ЦНИИКИВР. — Минск, 1979. 2. Э л ь п е р В.Л., Б р у к-Л е в и н с о н Т.Л., Р я б и к о в Т.Т. Опыт применения математического планирования эксперимента в исследованиях по очистке воды. — Минск, 1971. 3. Т и х о м и р о в В.Б. Планирование и анализ эксперимента. — М., 1974. 4. А д л е р Ю.П. Введение в планирование эксперимента. — М., 1969. 5. Г л е з е р А.Л. Зонные системы водоснабжения микрорайонов с застройкой зданиями разной этажности. — В сб.: Борьба с потерями воды в промышленности и коммунальном хозяйстве. М., 1969.

УДК 628.143.001.2

В.П. С т а р и н с к и й

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВОДОВОДОВ МИНИМАЛЬНОЙ ПРИВЕДЕННОЙ СТОИМОСТИ И ЗАДАННОЙ НАДЕЖНОСТИ ПОДАЧИ ВОДЫ ПОТРЕБИТЕЛЯМ

Водоводы относятся к тем основным элементам системы водоснабжения, которые в значительной мере определяют надежность и экономичность подачи воды потребителям. Поэтому понятен интерес к вопросам выбора параметров и расчета водоводов.

Из большого перечня этих вопросов важнейшими являются выбор расчетной скорости движения воды в трубах, назначение экономически наиболее целесообразного числа ниток труб, их диаметра, а также определение необходимого числа перемычек между нитками водовода. Их решение должно осуществляться комплексно. Однако конкретные рекомендации по осуществлению такого решения отсутствуют, а имеющиеся предложения по определению отдельных параметров водоводов являются неполными и требуют дальнейшего совершенствования [1,2,3,5] .

СНиП П-31-74 рассмотренные параметры рекомендуют принимать на основе технико-экономических расчетов водоводов. Но такие расчеты в обычном своем представлении достаточно сложны и трудоемки и применение их может быть оправдано лишь для крупных объектов, по кото-