

Г.В.Васильченко, канд. техн. наук (ЦНИИКИВР)

РАСЧЕТ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ
НАД ШЕРОХСВАТОСТЬЮ

Данные отечественной и зарубежной литературы [1 - 5] подтверждают, что накопленные к настоящему времени сведения о структуре турбулентных течений у шероховатой границы не достаточны для достоверного описания даже осредненного поля скоростей в этой области потока. Следствием такого положения является снижение результативности инженерных расчетов размывов потоками земляных сооружений без крепления, транспорта наносов, пропускной способности водопроводящих каналов и русел, тепло- и массообмена в пстоках и т.п.

Излагаемые в статье отдельные результаты экспериментальных исследований турбулентности уточняют существующее представление о гидравлике потока в придонной области и позволяют на этой основе дать рекомендации по расчету осредненных скоростей течения жидкости над шероховатым дном. Измерения выполнялись электрохимическим способом [6] путем введения в поток и подстилающий его несвязный грунт электродов диаметром $0,2 \div 0,3$ мм. Исследовались течения в диапазоне чисел Рейнольдса $10^3 - 10^5$ над гидравлически гладким, песчаным и гравелистым дном из частиц грунта со средним диаметром (в мм): 0,25; 0,5; 1,0; 2,0; 4,0; 10,0 ; 25,0.

Исследованиями установлен факт наличия перегиба эпюры осредненных продольных скоростей в средней части придонного слоя на расстоянии $0,655 \delta_{ш}$ от дна потока. В этом подслое генерируются турбулентные возмущения, а на верхней его границе происходит смена вихревого сопротивления течению жидкости у дна на сопротивление трения в ядре потока.

Кроме того, исследования подтвердили, что линейное и близкое к нему изменение скорости наблюдается над гладким дном, либо при толщине придонного слоя примерно в 1,5 раза больше высоты выступов шероховатости Δ .

Для подтверждения изложенного приводится рис. 1, где на оси абсцисс отложены нормированные скорости $\frac{u}{u_b - u_{ф}}$, а на оси ординат - нормированное расстояние от середины верхнего ряда частиц грунта в долях от толщины придонного слоя

δ . Здесь \bar{u} и \bar{u}_δ – осредненные продольные скорости в потоке и на границе придонного слоя, а \bar{u}_ϕ – скорость индуцируемого течения жидкости в грунте на его границе с потоком ($y = 0$). Ниже этого уровня затухание продольной скорости соответствует экспоненциальному закону [7].

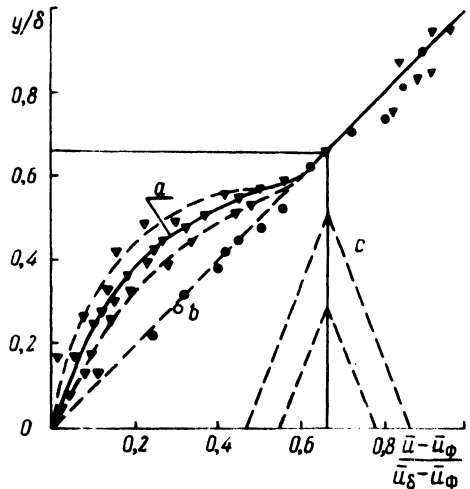


Рис. 1. Изменение осредненной продольной скорости течения жидкости по высоте придонного слоя:
 а – над песком и гравием по расчетной зависимости (1) при $R_M = 2$; б – над гладким дном; в – выступы шероховатости.

Для получения расчетных зависимостей распределения осредненных продольных скоростей в придонном слое потока над шероховатостью, соответствующих данным экспериментов, использованы уравнение магнитной гидродинамики для несжимаемой жидкости и его решение применительно к плоскому течению Куэтта [8]. Между рассматриваемыми задачами существует аналогия, поскольку наложение на поток электропроводной жидкости магнитного поля создает дополнительное сопротивление течению жидкости у стенки. В потоке с магнитным полем это сопротивление характеризуется безразмерной величиной R_M , представляющей комбинацию обычного и магнитного чисел Рейнольдса, а также числа магнитного давления.

Применяя указанное решение к рассматриваемой задаче (при $R_M = 2$), получаем

$$\frac{\bar{u} - \bar{u}_\phi}{\bar{u}_\delta} = 0,733 + 0,163 \ln \left[x + \sqrt{x^2 + 0,0224} \right], \quad (1)$$

где $x = 1,95 \frac{y}{\delta_{ш}} - 1$; $0 \leq y \leq 0,655 \delta_{ш}$.

Входящие в зависимость (1) величины u_δ и $\delta_{ш}$ можно определить через связь между скоростями в придонной об-

ласти потока и его ядре. Воспользуемся для этой цели выражением порождения энергии турбулентности $\epsilon = 2 \overline{u_1' u_3'} \frac{d\bar{u}}{dy}$, представляющим произведение ковариации между пульсациями продольной и поперечной составляющими вектора скорости и градиентом продольной осредненной скорости.

В равномерном широком потоке ($2,5 \leq \frac{B}{2H}$) касательные напряжения изменяются линейно по глубине потока и, следовательно,

$$\overline{u_1' u_3'} = \frac{\tau_0}{\rho} \frac{(H-y)}{H} - \frac{\mu}{\rho} \frac{d\bar{u}}{dy}, \quad \text{а } \epsilon = 2 \left[u_*^2 \frac{(H-y)}{H} - \nu \frac{d\bar{u}}{dy} \right] \frac{d\bar{u}}{dy}.$$

$$\text{Отсюда } \left(\frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2 - \frac{u_*^2}{\nu} \frac{(H-y)}{H} \frac{d\bar{u}}{dy} + \frac{\epsilon}{2\nu} = 0.$$

В этих зависимостях τ_0 - касательное напряжение на дне потока; H - глубина потока; ρ - плотность жидкости; μ , ν - динамический и кинематический коэффициенты вязкости; u_* - динамическая скорость.

Принимая во внимание, что компоненты вектора скорости течения жидкости в плоском равномерном потоке являются функцией динамической скорости и расстояния от дна потока, можно записать в общем виде $\epsilon = Du_*^3 f(y)$. Воспользовавшись оценкой размерностей слагаемых квадратного уравнения, найдем выражение для градиента осредненной продольной скорости

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{Au_*}{y-a} \quad (2)$$

Соответственно для скорости путем интегрирования зависимости (2) получаем, что

$$\bar{u} = C + Au_* \ln(y-a), \quad (3)$$

где C - постоянная интегрирования; A - постоянная, характеризующая выпуклость эпюры скоростей в ядре плоского пото-

ка; a – величина смещения начала отсчета y относительно дна потока.

Следует отметить, что эта зависимость может быть получена иным путем, если использовать универсальный закон распределения скорости в ядре плоского потока [1 – 4] :

$$\frac{\bar{u}_0 - \bar{u}}{u_*} = A \ln \frac{H - a}{y - a} .$$

Выражения величины порождения энергии турбулентности за счет осредненного течения и зависимость (3) позволяют рассчитывать толщину придонного слоя. В работе они использовались для проверки достоверности зависимостей (7) и (9).

Далее необходимо произвести сопряжение эпюры скоростей ядра потока с эпюрой в придонной области, первоначально произведя это для потока с гладким дном ($\Delta = 0$) и соответственно линейным изменением скорости при $0 \leq y \leq \delta_\Gamma$

$$\bar{u} = \bar{u}_0 \frac{y}{\delta_\Gamma} . \quad (4)$$

Здесь δ_Γ – толщина придонного слоя над гладким дном.

В рассматриваемом случае допустимо ограничиться требованием равенства величин функций $\bar{u} = f(y)$ и их первых производных на границе ядра и придонной области ($y = \delta_\Gamma$).

Воспользовавшись производными $\frac{d\bar{u}}{dy}$ из (3) и (4), нетрудно установить связь между скоростью u_* на границе вязкого подслоя и его толщиной

$$\bar{u}_{\delta_\Gamma} = A u_{*\Gamma} \frac{\delta_\Gamma}{\delta_\Gamma - a} ,$$

а затем, приравняв правые части зависимостей (3) и (4) при $y = \delta_\Gamma$, после несложных преобразований определить постоянную C_Γ в зависимости (3) и получить искомое выражение $u = f(y)$ в ядре потока с гладким дном

$$\bar{u} = A u_* \left\{ \frac{1}{1-k} + \ln \left[\frac{y}{(1-k)\delta} - \frac{k}{1-k} \right] \right\} , \quad (5)$$

где $K = \frac{a}{\delta}$.

Зависимость отличается от широко известного в гидравлике логарифмического профиля скоростей наличием дополнительного члена под знаком логарифма. Вследствие этого она

более точно описывает распределение скоростей на границе с придонным слоем.

Поскольку шероховатость дна потока влияет на осредненные скорости течения в его ядре через величины \bar{u}_δ и δ , зависимость (5) в одинаковой мере справедлива для потоков как с гладким, так и с шероховатым дном. Причем постоянные А и К должны быть одинаковыми в обоих рассматриваемых случаях. Для практических расчетов рекомендуется принимать значения $A = 2,6$, а $K = 0,655$, которые получены путем обычной математической обработки многочисленных данных о распределении осредненных скоростей в напорных и безнапорных потоках с гладкими и шероховатыми стенками. Следовательно, при $\delta \leq y \leq H$

$$\bar{u} = 2,6 u_{*r} \left[4 + \ln \left(\frac{y}{\delta} - 0,655 \right) \right] \quad (6)$$

Для потоков с гладким дном из линейной связи между касательным напряжением и градиентом скорости $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ с учетом последней зависимости (при $y = \delta_r$) нетрудно установить, что

$$\delta_r = 7,633 \frac{\nu}{u_{*r}} \quad (7)$$

Кроме того, через среднюю скорость на вертикали $\bar{u}_B = \frac{1}{H_0} \int_0^H \bar{u} dy$ получено приближенное выражение для расчета динамической скорости на гладком дне:

$$u_{*r} = \frac{0,417 \bar{u}_B}{\ln Re_H - 1,43} \quad (8)$$

где $Re_H = \frac{\bar{u}_B H}{\nu}$.

Базируясь на зависимостях (1) и (6), можно определить изменение импульса в придонной области различных потоков при замене гладкого дна шероховатым но при сохранении одинаковыми его интегральных характеристик, а именно $\bar{u}_B = \text{const}$ и $H = \text{const}$. Такой подход позволил получить зависимость для расчета толщины придонного слоя над шероховатостью:

$$\delta_{\text{ш}} = 5,09 \frac{\nu}{u_{*Г}} \left(\frac{u_{*Г} \Delta}{\nu} \right)^{0,798} \quad (9)$$

В этой зависимости $u_{*Г}$ - динамическая скорость в случае гладкого дна, но при одинаковых значениях \bar{u}_B и H с потоком, имеющим шероховатость; Δ - средневзвешенная эквивалентная высота выступов шероховатости.

Зная $\delta_{\text{ш}}$, через приближенное выражение для средней скорости на вертикали вычисляем динамическую скорость

$$u_{*ш} = \frac{\bar{u}_B}{2,6 \left[3 + \ln \left(\frac{H}{\delta_{\text{ш}}} - 0,655 \right) \right]} \quad (10)$$

Таким образом, расчет осредненных продольных скоростей в безнапорных потоках с относительной шириной $\frac{B}{2H} \geq 2,5$

при известных $\bar{u}_B, H, \nu, \Delta$ выполняется следующим образом. Первоначально вычисляется динамическая скорость $u_{*Г}$ в предположении гладкого дна (8), затем определяется толщина придонного слоя над шероховатостью $\delta_{\text{ш}}$ (9) и фактическая динамическая скорость $u_{*ш}$ (10). В ядре потока ($\delta_{\text{ш}} \leq y \leq H$) скорости рассчитываются с использованием зависимости (6), в переходной области придонного слоя ($0,655 \delta_{\text{ш}} \leq y \leq \delta_{\text{ш}}$) $u = u_{\delta} \frac{y}{\delta_{\text{ш}}}$, а при $0 \leq y \leq 0,655 \delta_{\text{ш}}$

Таблица 1. Относительные значения скорости \bar{u}_ϕ на границе потока с песком и гравием различной крупности

$d_{\text{св}}, \text{мм}$	$\frac{\bar{u}_\phi}{u_\delta}$
0,5	0,030
1,0	0,042
2,0	0,085
4,0	0,110
25,0	0,155

применяется зависимость (1). Входящую сюда величину скорости \bar{u}_ϕ , индуцируемую потоком на границе с водопроницаемым грунтом ($y = 0$), можно определить, воспользовавшись табл. 1.

Эти данные, полученные экспериментально, показывают, что для песков со средневзвешенным диаметром частиц менее 1,0 мм скорость \bar{u}_ϕ не превышает 5% от скорости на границе придонного слоя ϕ и в расчетах может не учитываться.

В случае гидравлически гладкого дна ($\Delta = 0$ либо $\Delta \leq 1,5 \delta$) при расчете скоростей первоначально вычисляются динамическая скорость (8) и толщина вязкого подслоя (7), а затем — соответственно скорость в ядре потока при $\delta \leq y \leq H$ (6) и в придонной области (4).

В заключение следует остановиться на оценке погрешности расчета осредненных скоростей. Основным источником погрешности является неточность определения Δ для различных типов шероховатостей и глубин потока с фильтрующим основанием. В целом многократная проверка результатов расчета и сопоставление их с данными измерений позволили установить, что с доверительным интервалом 95%-ной обеспеченности погрешность обычно не превосходит 5% при $y \geq 0,655 \delta_{ш}$.

Л и т е р а т у р а

1. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. — М., 1965, ч. 1. 2. Лятхер В.М. Турбулентность в гидросооружениях. — М., 1968. 3. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М., 1969. 4. Дейли Дж., Харлеман Д. Механика жидкости. — М., 1971. 5. Никитин И.К. Обобщение полуэмпирической теории турбулентности на течения у шероховатых поверхностей с различными режимами проявления шероховатых свойств. Турбулентные течения. — М., 1970. 6. А. с. №362244 (СССР). Устройство для измерения величины и направления скорости течения жидкости) Васильченко Г.В. Нелипович Н.Б.—Бюл.изобр.,1973,№2. 7. Васильченко Г.В. Исследование связи между турбулентными характеристиками потока в придонной области и подстилающем его несвязном грунте. — В кн.: Динамика и термика рек. — М.,1973. 8. Бай — Ши — и. Турбулентное течение жидкостей и газов. — М.,1962.