



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Машиноведение и детали машин»

ДЕТАЛИ МАШИН

Учебно-методическое пособие

Часть 3

Минск
БНТУ
2024

Кафедра «Машиноведение и детали машин»

ДЕТАЛИ МАШИН

Учебно-методическое пособие
для студентов специальностей
1-36 01 01 «Технология машиностроения»,
1-36 01 03 «Технологическое оборудование
машиностроительного производства»

В 3 частях

Часть 3

ВАЛЫ И ОПОРЫ

Под общей редакцией А. Т. Скойбеды

*Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию
в области машиностроительного оборудования и технологий*

Минск
БНТУ
2024

УДК 621.81(075.8)

ББК 34.44я7

Д38

А в т о р ы:

*А. Т. Скойбеда, А. А. Калина, О. В. Куранова,
О. Н. Протасеня*

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра «Механика материалов и детали машин»
Белорусского государственного аграрного технического
университета (зав. кафедрой, канд. техн. наук, доцент *В. Н. Еднач*);
доцент кафедры «Материаловедение и проектирование технических систем»
Белорусского государственного технологического
университета, канд. техн. наук, доцент *С. Е. Бельский*

Д38 **Детали машин** : учебно-методическое пособие для студентов специальностей 1-36 01 01 «Технология машиностроения», 1-36 01 03 «Технологическое оборудование машиностроительного производства» : в 3 ч. / А. Т. Скойбеда [и др.] ; под общ. ред. А. Т. Скойбеда. – Минск : БНТУ, 2024. – Ч. 3 : Валы и опоры. – 2024. – 147 с.
ISBN 978-985-31-0022-8 (Ч. 3).

Изложена методика расчета валов и опор типовых сборочных единиц общемашиностроительного применения.

Пособие предназначено для студентов машиностроительных специальностей дневной и заочной форм обучения, изучающих дисциплины «Детали машин», «Прикладная механика», «Механика» и др. Рекомендуется также для курсового и дипломного проектирования.

Издается с 2019 г. Часть 2 «Соединения деталей машин» вышла в 2022 г.

УДК 621.81(075.8)

ББК 34.44я7

ISBN 978-985-31-0022-8 (Ч. 3)

ISBN 978-985-583-350-6

© Белорусский национальный
технический университет, 2024

Содержание

1. ВАЛЫ И ОСИ.....	4
1.1. Общие сведения.....	4
1.2. Основные расчетные формулы.....	7
1.2.1. Расчет на прочность.....	7
1.2.2. Расчет валов на жесткость.....	16
1.2.3. Расчет на колебания.....	21
Примеры решения задач.....	23
Задачи для самостоятельного решения.....	75
2. ПОДШИПНИКИ.....	80
2.1. Подшипники качения.....	80
Примеры решения задач.....	95
Задачи для самостоятельного решения.....	99
2.2. Подшипники скольжения.....	99
Примеры решения задач.....	108
Задачи для самостоятельного решения.....	115
3. КИНЕМАТИКА АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ПЛАНЕТАРНОЙ КОРОБКИ ПЕРЕДАЧ.....	116
3.1. Общие сведения.....	116
3.2. Кинематический расчет планетарных механизмов.....	116
3.3. Силовой расчет планетарных механизмов.....	121
3.4. Мощностной расчет (баланс) планетарных механизмов.....	122
3.5. Пример кинематико-силового и мощностного расчета автоматизированной планетарной коробки передач.....	123
Задача для самостоятельного решения.....	147
ЛИТЕРАТУРА.....	148

1. ВАЛЫ И ОСИ

1.1. Общие сведения

Оси предназначены для поддержания вращающихся вместе с ними или на них различных деталей машин. Они воспринимают лишь поперечные (изгибные) нагрузки и не передают полезного вращающего момента. Оси бывают вращающиеся и неподвижные. Первые работают в более неблагоприятных условиях циклического нагружения, однако удобны в эксплуатации, так как допускают применение выносных опор.

Валы в отличие от осей предназначены для передачи вращающих моментов и в большинстве случаев для поддержания вращающихся вместе с ними относительно подшипников различных деталей машин (зубчатых колес, шкивов и т. п.). Валы работают одновременно на изгиб и на кручение, а иногда также на растяжение или сжатие. Валы выполняют в большинстве случаев двухопорными. Размеры и их форма определяются не только расчетом на прочность или жесткость, но и конкретными конструктивными и технологическими соображениями.

Валы, несущие на себе рабочие органы машины (например, ротор электрической машины-двигателя или зажимной патрон станка), называют коренными валами в отличие от валов передач, несущих на себе различные детали передач (зубчатые колеса, кулачки, звездочки).

По конструкции различают прямые, кривошипные, коленчатые, кулачковые, телескопические, эксцентриковые валы.

Особую группу представляют гибкие валы с изменяемой формой геометрической оси. В курсе «Детали машин» рассматриваются прямые валы.

Прямые валы по форме разделяют на валы постоянного диаметра (гладкие), ступенчатые (большинство валов), валы с фланцами для соединения по длине, а также с нарезанными на них шестернями или червяками.

По форме поперечного сечения валы бывают сплошные, шлицевые, полые. Полые валы используются в машинах с особо жесткими требованиями к массе (например, в самолетах) и в конструкциях, в которых они должны быть полыми.

Опорную часть валов и осей называют цапфой. Цапфы, расположенные по концам валов и осей и воспринимающие радиальную нагрузку, носят название шипов, а расположенные посередине – шеек. Цапфы, воспринимающие осевую нагрузку, называются пятами.

По конструктивной форме различают шипы цилиндрические, конические и сферические. Основное применение имеют цилиндрические шипы, которые для облегчения сборки и фиксации осевого положения вала обычно делают несколько меньшего диаметра, чем соседний участок вала.

Некоторые требования к конструкции вала:

а) конструкцию вала определяют установленные на нем детали, их размеры и расположение опор, поэтому на валу должны быть предусмотрены

цилиндрические или конические посадочные участки и элементы, фиксирующие насаженные на вал детали в осевом направлении (упорные буртики, проточки для пружинных колец, резьба для гаек и др.);

б) вал должен быть сконструирован так, чтобы при сборке каждая сидящая на нем деталь свободно проходила до своего места посадки;

в) длина посадочной поверхности должна быть оптимальных размеров – это облегчает сборку с натягом деталей на валу;

г) величину перепадов диаметров ступеней вала необходимо делать минимальной, что уменьшает расход металла и трудоемкость механической обработки;

д) следует избегать элементов, которые вызывают повышенную концентрацию напряжений и снижают усталостную прочность в сечениях вала, имеющих небольшой запас усталостной прочности ($s < 2$);

е) сопряжение двух соседних диаметров вала производить посредством галтелей с возможно большим радиусом;

ж) если ступенчатый вал имеет понижение диаметров в обе стороны от середины, для упрощения сборки и контроля следует унифицировать ступени, выполняемые с одинаковым допуском;

з) при нарезании резьбы необходим выход для резьбонарезного инструмента, а при шлифовании – для шлифовального круга. С этой целью необходимо предусмотреть проточки, желательного одного размера, для сокращения номенклатуры инструмента (канавочных резцов);

и) несколько шпоночных пазов на валу желательно располагать на одной образующей, что обеспечит фрезерование шпоночных пазов с одной установки;

к) торцы валов и уступы средних участков обязательно должны иметь фаски, обеспечивающие притупление острых кромок и удобство сборки. Размерный ряд фасок определяет ГОСТ 10948-64;

л) *эскизное проектирование вала вместе с рассчитанными или подобранными сопряженными деталями производится в масштабе 1:1 на миллиметровой или белой чертежной бумаге. При этом выясняются вопросы закрепления деталей, подбора подшипников, компоновки узла и конструкции вала.

* Посадки основных деталей передачи на валы: H7/r6; H7/s6; H7/p6 – при тяжелых ударных нагрузках; H7/n6; H7/m6; H7/k6 – зубчатые и червячные колеса, муфты; H7/j6; H7/h6 – шкивы, звездочки; H7/h6; H7/g6 – распорные втулки.

Диаметры вала округляют по ряду нормальных линейных размеров (табл. 1.1). Диаметр выходного конца быстроходного вала d_B независимо от того, намечен он ориентировочно или предварительно рассчитан, должен быть согласован с диаметром вала электродвигателя:

$$d_B = (0,80...1,15)d_{эл.}$$

Таблица 1.1

Нормальные линейные размеры (ГОСТ6636-69), мм

Ряды				Дополнительные размеры	Ряды				Дополнительные размеры
Ra5	Ra10	Ra20	Ra40		Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	
10	10	10	10	10,2	50	50	50	50	
			10,5	10,8				53	52
		11	11	11,2			56	56	55
			11,5	11,8				60	58
	12	12	12	12,5					62
			13	13,5	63	63	63	63	65
		14	14	14,5				67	70
			15	15,5			71	71	73
16	16	16	16					75	78
			17	16,5		80	80	80	
		18	18	17,5				85	82
			19	18,5			90	90	88
				19,5				95	92
	20	20	20						98
			21	20,5	100	100	100	100	102
		22	22	21,5				105	108
			24	23			110	110	112
									115
25	25	25	25						118
			26	27				120	
		28	28	29		125	125	125	
			30	31				130	135
	32	32	32	33			140	140	145
			34					150	155
		36	36	35	160	160	160	160	
			38	37				170	165
				39			180	180	175
40	40	40	40	41				190	185
			42	44					195
		45	45	46		200	200	200	205
		48						210	215
				49			220	220	230
								240	

Примечание. Ряд Ra5 следует предпочитать ряду Ra10; ряд Ra10 – ряду Ra20 и т. д.

1.2. Основные расчетные формулы

1.2.1. Расчет на прочность

1. *Предварительный расчет.* Определяют диаметр вала из условия прочности на кручение по формуле при пониженных допускаемых напряжениях

$$d = \sqrt[3]{\frac{T}{0,2[\tau]}}, \quad (1.1)$$

где $T = 9550 \frac{P}{n}$; $\frac{(кВт)}{(мин^{-1})} = Н \cdot м$;

T – крутящий момент, Н·м;

P – передаваемая мощность, кВт;

n – частота вращения вала, мин⁻¹;

$[\tau]$ – допускаемое условное напряжение при кручении, МПа. Так как в расчете не учитывается изгиб, для валов из стали 35, 40, 45 значение $[\tau]$ рекомендуется принимать небольшим:

а) $[\tau] = 20 \dots 25$ МПа – при ориентировочном расчете диаметра выходных концов валов; б) $[\tau] = 10 \dots 15$ МПа – при ориентировочном расчете диаметра промежуточного вала (для двухступенчатых редукторов) и для первого промежуточного вала (для трехступенчатых редукторов); в) $[\tau] = 20$ МПа – при ориентировочном расчете диаметра второго промежуточного вала (для трехступенчатых редукторов).

2. *Расчет валов и осей на статическую прочность по эквивалентному моменту.* Расчет осей является частным случаем расчета валов при $T = 0$. Расчет валов производится в следующем порядке:

а) составляется расчетная схема, где вал рассматривается как балка, лежащая на шарнирных опорах, и намечается расстояние между опорами, а также расстояние между находящимися на валу деталями и опорами;

б) определяются величина и направление усилий и моментов, действующих на вал (по формулам, приведенным в соответствующих главах) (рис. 1.1, а, б);

в) усилия, изгибающие вал, раскладываются на горизонтальные и вертикальные составляющие с вычерчиванием расчетных схем для каждой плоскости (рис. 1.1, в);

г) определяются реакции в опорах и строятся эпюры изгибающих моментов в каждой из двух взаимно перпендикулярных плоскостей;

д) суммарные изгибающие моменты, полученные для каждой из этих плоскостей, складываются геометрически по формуле

$$M_{\Sigma}^{\text{изг}} = \sqrt{M_x^{\text{изг}^2} + M_y^{\text{изг}^2}},$$

где $M_{\Sigma}^{изг}$ – суммарный изгибающий момент;

$M_x^{изг}$ и $M_y^{изг}$ – изгибающие моменты в горизонтальной и вертикальной плоскостях;

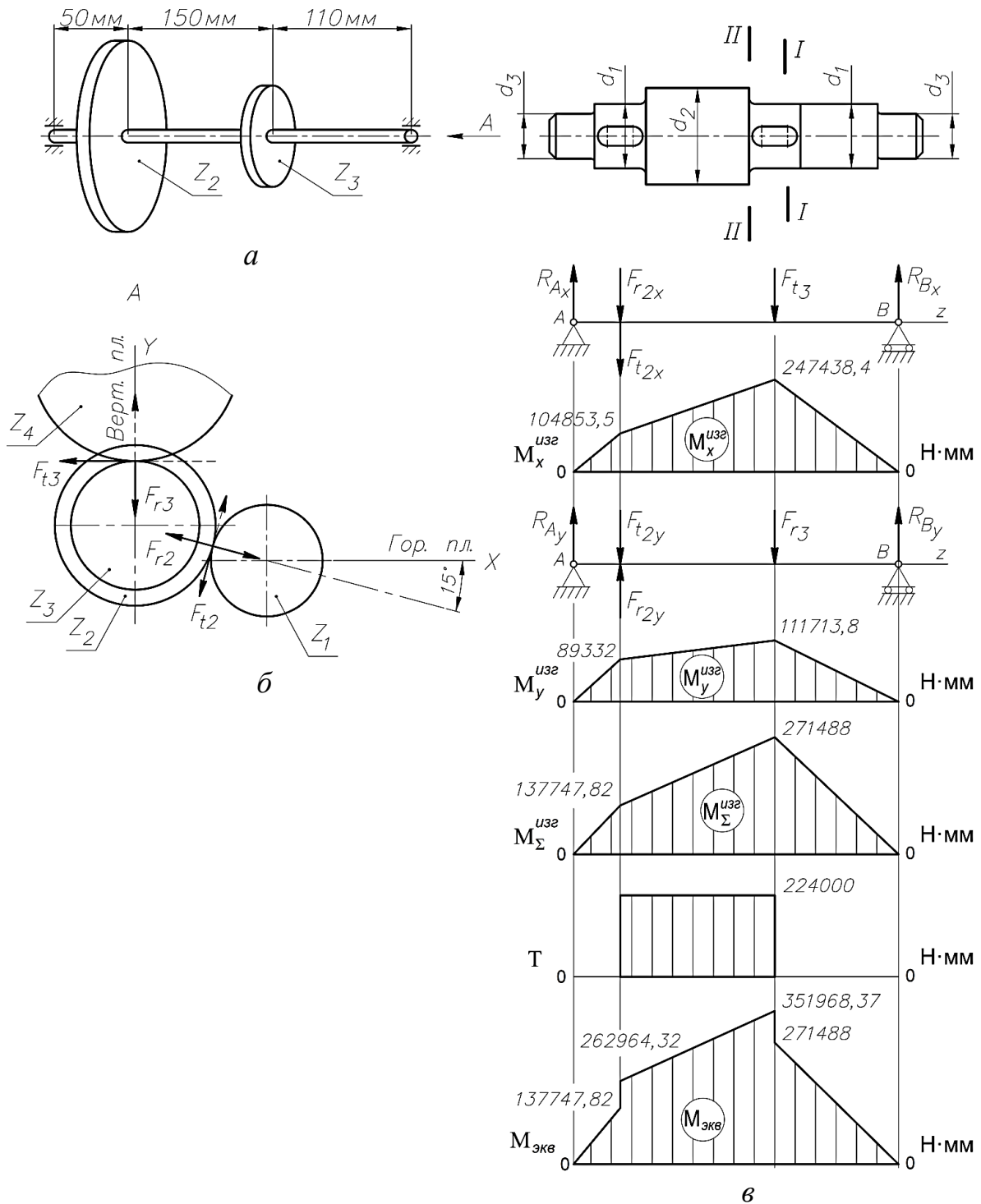


Рис. 1.1. Схема нагрузок и эпюры моментов вала коробки передач

е) строится эпюра результирующих (суммарных) изгибающих моментов $M_{\Sigma}^{изг}$;

ж) строится эпюра крутящих моментов T ;

з) по характеру эпюр определяются места опасных сечений (наибольшие значения моментов). Для этих мест вычисляют приведенные (эквивалентные) моменты (по теории наибольших касательных напряжений):

$$M_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{M_{\Sigma}^{\text{ИЗГ}^2} + T^2}.$$

Для опасного сечения вала определяется диаметр

$$d = 3 \sqrt{\frac{M_{\text{ЭКВ}}}{0,1[\sigma_{\text{ИЗГ}}]}}, \quad (1.2)$$

где $[\sigma_{\text{ИЗГ}}]$ – допускаемое напряжение изгиба, $[\sigma_{\text{ИЗГ}}] = 50\text{--}80$ МПа.

Полученный диаметр округляют до ближайшего стандартного значения (см. табл. 1.1).

3. Расчет валов на сопротивление усталости.

Напряжения, возникающие в валах, переменны во времени, поэтому основной причиной потери их работоспособности является усталостное разрушение. Независимо от характера нагружения (стационарное или нестационарное) напряжения изгиба в различных точках поперечного сечения вала рассматриваются как изменяющиеся по симметричному циклу (рис. 1.2, а), а напряжения кручения – по отнулевому циклу при нереверсивном направлении вращения вала, что характерно для большинства машин (рис. 1.2, б). Этот проверочный (уточненный) расчет выполняется, когда известна конструкция и размеры вала, расположение и виды концентраторов напряжений, опор и деталей, построены эпюры моментов и т. п. Он сводится к определению фактического коэффициента запаса сопротивления усталости для предположительно опасных сечений и сравнению его с допускаемым. Опасные сечения устанавливаются по чертежу вала и эпюрам крутящих и изгибающих моментов (рис. 1.1; 1.3).

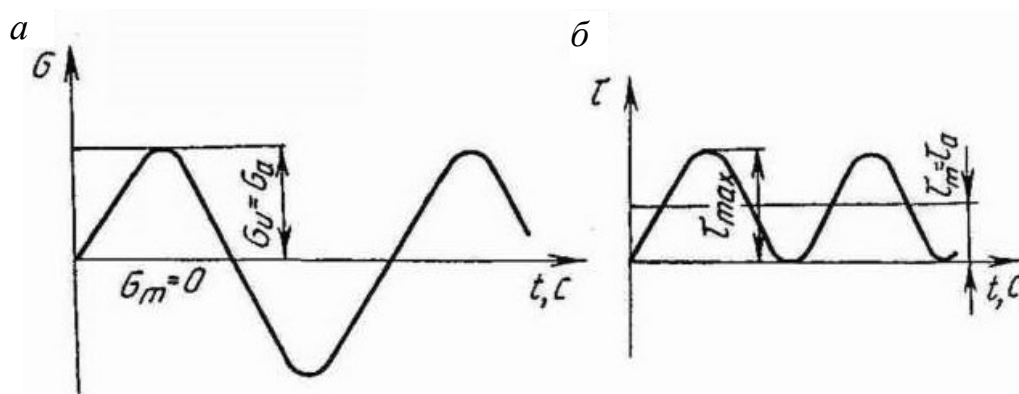


Рис. 1.2. Циклы напряжений

Для расчета необходимы: чертеж вала с указанием опасных сечений I–I, II–II и эпюры $M_{\Sigma}^{\text{ИЗГ}}$ и T (см. рис. 1.3). Опасные сечения находятся в об-

ласти концентраторов напряжений (галтели, отверстия, места выхода шпоночных пазов, канавки для выхода инструмента). Из-за концентрации напряжений эти сечения могут не совпадать с теми, в которых действуют наибольшие эквивалентные моменты.

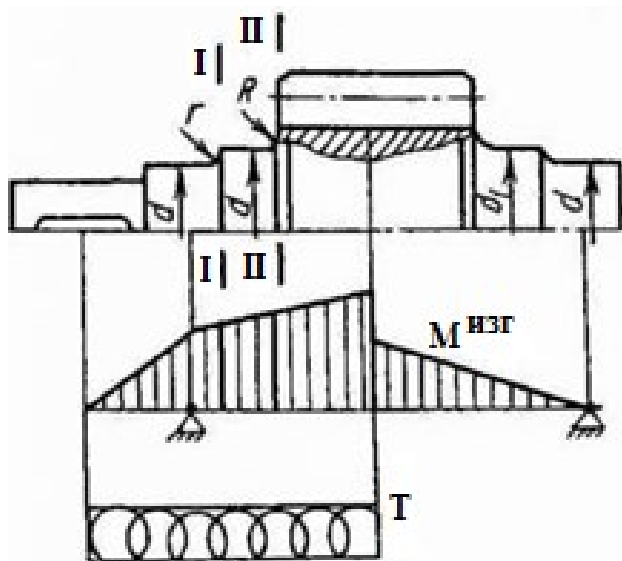


Рис. 1.3. К расчету вала на сопротивление усталости

При одновременном действии напряжений изгиба и кручения общий запас сопротивления усталости

$$s = \frac{s_\sigma s_\tau}{\sqrt{s_\sigma^2 + s_\tau^2}} \geq [s]. \quad (1.3)$$

Допускаемое значение $[s] = 1,5 \dots 2,5$ для редукторов и $[s] = 2,5 \dots 4,0$ для коробок передач.

Если окажется, что $s \gg$ и размеры вала обусловлены прочностью, но не жесткостью, конструктивными или технологическими факторами, то следует уменьшить размеры вала.

Коэффициенты запаса по нормальным s_σ и касательным s_τ напряжениям определяются по уравнениям

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a K_{\sigma Д} + \varphi_\sigma \sigma_m}; \quad s_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a K_{\tau Д} + \psi_\tau \tau_m}, \quad (1.4)$$

где σ_{-1} и τ_{-1} – пределы выносливости гладких стандартных цилиндрических образцов при симметричном цикле изгиба и кручения (табл. 1.1);

σ_a и τ_a – амплитуды переменных составляющих циклов напряжений;

σ_m и τ_m – постоянные составляющие, при принятых условиях нагружения в соответствии с рис. 1.2:

$$\sigma_m = 0; \quad \sigma_a = \frac{M_{\Sigma}^{\text{изг}}}{W_x}; \quad \tau_m = \tau_a = \frac{\tau_{\max}}{2} = \frac{T}{2W_P}, \quad (1.5)$$

где $M^{\text{изг}}$ и T – суммарный изгибающий и крутящий моменты в рассматриваемом сечении, соответственно;

W_x и W_P – моменты сопротивления изгибу и кручению с учетом ослабления вала (табл. 1.3);

$K_{\sigma Д}$ и $K_{\tau Д}$ – коэффициенты снижения предела выносливости детали в рассматриваемом сечении вала, по ГОСТ 25.504-82:

$$K_{\sigma Д} = \left(\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \frac{1}{K_V}; \quad K_{\tau Д} = \left(\frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \frac{1}{K_V}, \quad (1.6)$$

где K_{σ} и K_{τ} – эффективные коэффициенты концентрации напряжений;

K_d – коэффициент влияния абсолютных размеров рассматриваемого поперечного сечения, принимается по графику (рис. 1.4);

K_F – коэффициент влияния параметров шероховатости поверхности, принимается по графику (рис. 1.5);

K_V – коэффициент влияния поверхностного упрочнения табл. 1.4);

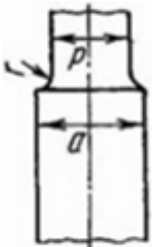
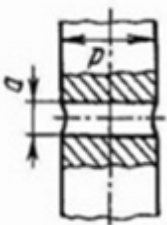
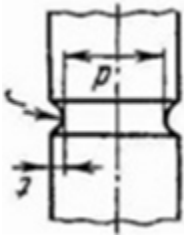
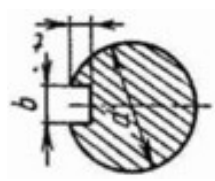
Φ_{σ} и Ψ_{τ} – коэффициенты, характеризующие чувствительность материала к асимметрии цикла напряжений, зависят от механических характеристик материала (см. табл. 1.2).

Таблица 1.2


Механические характеристики материалов валов и осей

Марка стали	Диаметр заготовки, мм, не более	Твердость НВ, не менее	σ_B , МПа	σ_m , МПа	τ_T , МПа	σ_{-1} , МПа	τ_{-1} , МПа	Ψ_{σ}	Ψ_{τ}
Ст5	Любой	190	520	280	150	220	130	0	0
45	Любой	200	560	280	150	250	150	0	0
	120	240	800	550	300	350	210	0,1	0
	80	270	900	650	390	380	230	0,1	0,05
40Х	Любой	200	730	500	280	320	200		
	200	240	800	650	390	360	210		
	120	270	900	750	450	410	240	0,1	0,05
40ХН	Любой	240	820	650	390	360	210		
	200	270	920	750	450	420	250		
20	60	145	400	240	120	170	100	0	0
20Х	120	197	650	400	240	300	160	0,05	0
12ХН	120	260	950	700	490	420	210	0,1	0,05
3А	60	330	1150	950	665	520	280	0,15	0,1
18ХГТ	Любой	270	950	750	520	450	260	0,1	0,05
30ХГТ	120	320	1150	950	665	520	310	0,15	0,1
	60	415	1500	1200	840	650	330	0,2	0,1

Значения K_σ , K_t , W_x , W_P

Концентратор	k_σ		k_t		Эскиз	Момент сопротивления	
	σ_B , МПа					W_x , мм ³	W_P , мм ³
	≤ 700	≤ 1000	≤ 700	≤ 1000			
1	2	3	4	5	6	7	8
Галтель $D/d = 1,25 \dots 2$ при r/d : 0,02 0,06 0,1	2,5	3,5	1,8	2,1		$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
	1,85	2,0	1,4	1,53			
	1,6	1,64	1,25	1,35			
	1,9	2,0	1,75	2,0			
Поперечное отверстие при $a/d = 0,05 \dots 0,025$						$\frac{\pi d^3}{32} \left(1,1 - 1,54 \frac{a}{d} \right)$	$\frac{\pi d^3}{16} \left(1 - \frac{a}{d} \right)$
Выточка ($t = r$) при r/d : 0,02 0,06 0,1	1,9	2,35	1,4	1,7		$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
	1,8	2,0	1,35	1,65			
	1,7	1,85	1,25	1,5			
Шпоночный паз	1,75	2,0	1,5	1,9		$\frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$	$\frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$

Окончание табл. 1.3

1	2	3	4	5	6	7	8
Шлицы прямобочные	1,6	1,75	2,45	2,8		$\xi \frac{\pi d^3}{32}$	$\xi \frac{\pi d^3}{16}$
	Для шлиц легкой серии = 1,125, средней = 1,205, тяжелой = 1,265						
Шлицы эвольвентные и валы-шестерни	1,6	1,75	1,5	1,6		$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
	d – делительный диаметр						
Витки червяка	2,3	2,5	1,7	1,9		$\frac{\pi d_f^3}{32}$	$\frac{\pi d_f^3}{16}$
	d_f – диаметр впадин червяка						
Резьба	1,8	2,4	1,2	1,5		$\frac{\pi d_3^3}{32}$	$\frac{\pi d_3^3}{16}$
	d_3 – внутренний диаметр винта						
Посадка с гарантированным натягом не менее 20 МПа	2,4	3,6	1,8	2,5			

Примечание. Если в расчетном сечении вала несколько концентраторов напряжений, то в расчет принимается тот, для которого больше k_σ / k_d или k_τ / k_d .

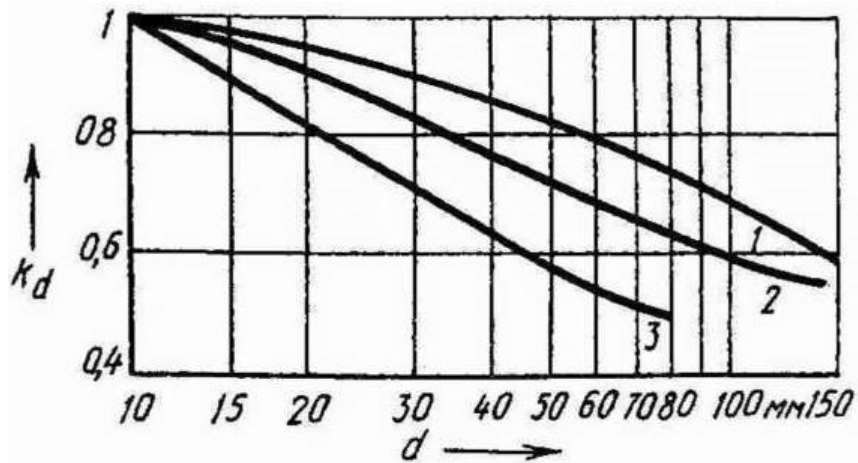


Рис. 1.4. Графики для определения k_d :

1 – углеродистая сталь без концентрации напряжений; 2 – легированная сталь без концентрации напряжений и углеродистая сталь при концентрации напряжений $k_\sigma \leq 2 \dots 3$; 3 – легированная сталь с концентрацией напряжений

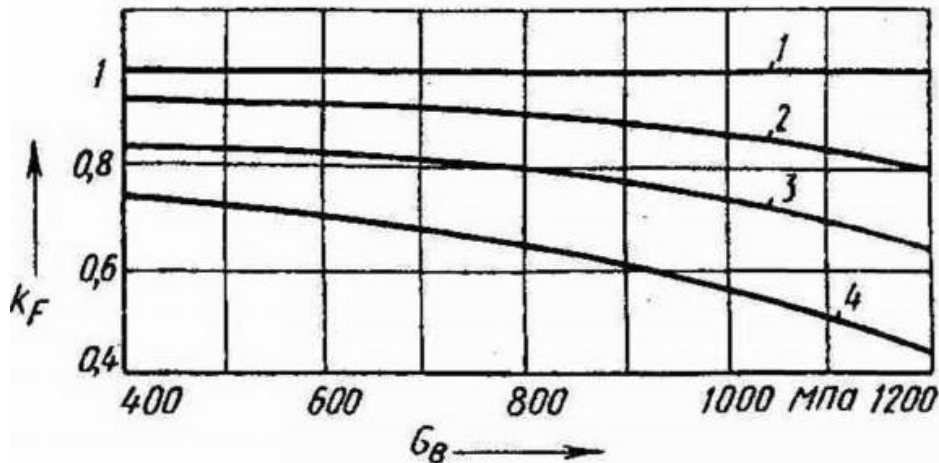


Рис. 1.5. Графики для определения k_F :

1 – шлифование тонкое (параметр $Ra - 0,32; 0,16$); 2 – обточка чистовая (параметр $Ra - 2,5; 1,25; 0,63$); 3 – обдирка (параметр $Rz - 20; 40; 80$); 4 – необработанные поверхности с окалиной

Из табл. 1.3 следует, что с повышением прочности материала возрастает чувствительность к концентрации напряжений. Поэтому применение высокопрочных сталей, чувствительных к концентрации напряжений, целесообразно лишь в тех случаях, когда концентраторы имеют плавные переходы и тщательно обработаны.

С ростом абсолютных размеров вала существенно понижается предел выносливости из-за концентрации напряжений в сечении, совпадающем с торцами зубчатых колес, подшипников качения, установленных с гарантированным натягом, что учитывается при расчетах s_σ и s_τ отношением k_σ / k_d и k_τ / k_d (табл. 1.5).

Значение K_v

Вид упрочнения вала поверхности	σ_B сердцевины	Валы с концентрацией напряжений при	
		$k_\sigma \leq 1,5$	$k_\tau = 1,8-2,0$
Закалка ТВЧ	600–800	1,6–1,7	2,4–2,6
Накатка роликом	–	1,3–1,5	1,6–2,0
Дробеструйный наклеп	600–1500	1,5–1,6	1,7–2,1

Таблица 1.5

Значения отношений k_σ / k_d и k_τ / k_d для валов с напрессованными на них деталями (давление напрессовки $p \geq 30$ МПа)

Диаметр вала d , мм	k_σ / k_d при σ_B , МПа				k_τ / k_d при σ_B , МПа			
	700	800	900	1000	700	800	900	1000
30	3	3,25	3,5	3,75	2,2	2,35	2,5	2,65
50	3,65	3,96	4,3	4,6	2,6	2,78	3,05	3,26
≥ 100	3,95	4,25	4,6	4,9	2,8	2,95	3,2	3,34

Расчет на сопротивление усталости выполняется по длительно действующей номинальной нагрузке, при этом кратковременные перегрузки с малым числом циклов, не опасным для усталостной прочности, не учитываются.

Допускаемый коэффициент безопасности $[s]$ зависит от надежности и достоверности многих факторов и обстоятельств, учитываемых при его определении.

1. Если при расчете: а) учтены все нагрузки, в том числе и динамические, расчетная схема и методика расчета достаточно точно подходят к конкретному случаю; б) все нагрузки экспериментально проверены; в) степень однородности материала высокая и механические характеристики его уточнены экспериментально прямым испытанием или же приняты их минимальные значения, гарантированные ГОСТом; г) гарантируется соблюдение предусмотренных технологических условий изготовления. Тогда при возможности выполнения этих условий (1-я категория расчета) $[s] = 1,4$.

2. При наличии двух условий, приведенных выше (условия «а» и любого другого добавочного), – 2-я категория расчета, $[s] = 1,5$.

3. Во всех случаях, когда в расчете учтены только основные нагрузки (3-я категория расчета), $[s] = 1,8$.

4. Для случаев, когда необходимо обеспечить достаточную жесткость валов (например, валы коробок передач), $[s] = 2,5 \dots 4$.

Расчет на ограничение пластических деформаций. Кратковременные перегрузки (пиковые нагрузки) могут возникнуть в деталях передач, однако при расчете валов они не учитываются, так как общее число циклов нагружений при перегрузках незначительное и в малой степени отражается на усталостной прочности вала. Чтобы исключить опасность малых пластических деформаций в этих условиях следует вал проверить по запасу прочности относительно предела текучести. Расчет производят по IV гипотезе прочности:

$$s_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{экв}}} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{\sigma_{\text{max}}^2 + 3\tau_{\text{max}}^2}} \geq [s_T], \quad (1.7)$$

где σ_T – предел текучести материала вала;

σ_{max} и τ_{max} – наибольшие нормальные и касательные напряжения, возникающие при пиковых нагрузках:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{п}}}{0,1d^3}; \quad \tau_{\text{max}} = \frac{T_{\text{п}}}{0,2d^3}, \quad (1.8)$$

$M_{\text{п}}$ – изгибающий момент в опасном сечении при перегрузке;

$T_{\text{п}}$ – крутящий момент в опасном сечении при перегрузке;

$[s_T]$ – допускаемый коэффициент безопасности относительно предела текучести:

$$[s_T] = 1,3 \dots 1,5.$$

Пиковые нагрузки могут быть случайными, действующими ограниченное число раз, и если их определение затруднено, то расчет можно вести на двукратную перегрузку по крутящему моменту. Эту перегрузку может создавать асинхронный электродвигатель в период пуска

$$\frac{T_{\text{max}}}{T_{\text{ном}}} \approx 2.$$

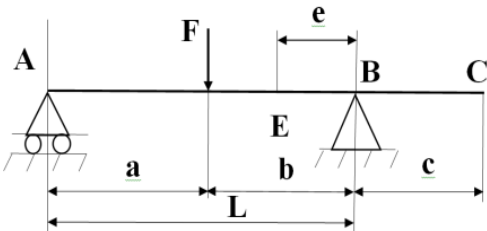
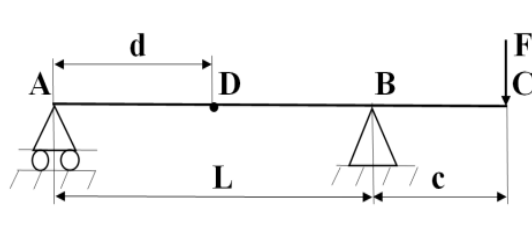
1.2.2. Расчет валов на жесткость

1. Жесткость валов и осей при изгибе должна быть достаточной для обеспечения правильной работы передач зацеплением и подшипников. Для ременных и цепных передач жесткость не имеет существенного значения, однако при недостаточной жесткости валов возможно появление интенсивных колебаний, опасных для узлов машины и окружающей среды. При

этом расчет на жесткость связан с условиями работоспособности подшипников. Изгибная жесткость валов (осей) характеризуется величиной прогиба и углов наклона упругой линии вала, которые для простых случаев определяются обычными методами по формулам сопротивления материалов (см. табл. 1.6). Эти формулы относятся к балкам постоянного поперечного сечения.

Таблица 1.6

Формулы для углов наклона и прогибов двухопорных валов (осей)

Углы наклона и прогибы		
θ_A	$\frac{Fab(l+b)}{6EI}$	$-\frac{Fcl}{6EI}$
θ_B	$-\frac{Fab(l+b)}{6EI}$	$\frac{Fcl}{3EI}$
θ_C	$-\frac{Fab(l+b)}{6EI}$	$\frac{Fc(2l+3c)}{6EI}$
θ_E	$-\frac{Fa(l^2 - a^2 - 3e^2)}{6EI}$	-
θ_D	$\frac{Fab(b-a)}{3EI}$	-
y_E	$\frac{Fae(l^2 - a^2 - e^2)}{6EI}$	-
y_D	$\frac{Fa^2b^2}{3EI}$	-
y_C	$-\frac{Fab(l+a)}{6EI}c$	$\frac{Fc^2(l+c)}{6EI}$

Значения допустимых прогибов $[y]$ и углов наклона упругих линий $[\theta]$ по опыту эксплуатации принимают следующие значения:

а) максимальный прогиб y_{\max} для валов, несущих зубчатые колеса, не должен быть больше $[y] = (0,0002 \dots 0,0003) \cdot l$; l – расстояние между опорами;

б) прогиб в месте посадки цилиндрических зубчатых колес не больше $(0,01 \dots 0,03) \cdot m$ (m – модуль); то же конических и гипоидных колес $(0,005 \dots 0,007) \cdot m$;

в) максимальный прогиб валов асинхронных двигателей не должен быть больше 0,1 воздушного зазора;

г) угол взаимного наклона валов под шестернями должен быть меньше 0,001 рад;

д) наибольший угол наклона вала в подшипнике скольжения – 0,001 рад;

е) наибольший угол наклона вала в радиальном шарикоподшипнике – 0,005 рад, в цилиндрическом роликоподшипнике – 0,0025 рад, в коническом – 0,0016 рад, в сферическом роликоподшипнике – 0,05 рад.

Проверка изгибной жесткости валов и осей сводится к сравнению прогибов y и углов наклона θ упругой линии в соответствующих местах с их допустимыми значениями:

$$y_{\max} \leq [y]; \quad \theta_{\max} \leq [\theta]. \quad (1.9)$$

Проверка изгибных жесткостей ступенчато-фасонных валов и осей требует использования приема приведения фасонного вала к валу постоянного диаметра $d_{\text{эКВ}}$:

а) схематически вычерчивается эскиз вала с насаженными деталями, через которые передается нагрузка. Намечаются места установки подшипников, диаметры и длины отдельных участков вала;

б) определяется эквивалентный диаметр вала:

$$d_{\text{эКВ}} = \sqrt{\frac{1}{\sum \frac{\lambda_i}{\delta_i^4}}}, \quad (1.10)$$

где $d_{\text{эКВ}}$ – эквивалентный диаметр вала, необходимый для дальнейшего расчета;

d_{max} – наибольший диаметр вала на соответствующем участке;

$$\lambda_i = \frac{l_i}{L}; \quad \lambda_2 = \frac{l_2}{L}; \quad \lambda_3 = \frac{l_3}{L} \text{ и т. д.};$$

l_i – длина соответствующего участка вала;

L – полная длина вала;

$$\delta_1 = \frac{d_1}{d_{\text{max}}}; \quad \delta_2 = \frac{d_2}{d_{\text{max}}}; \quad \delta_3 = \frac{d_3}{d_{\text{max}}} \text{ и т. д.};$$

d_1, d_2, d_3 – диаметры остальных ступеней вала;

в) определяется полная длина вала L :

$$L = \sum l_i = l_1 + l_2 + l_3;$$

г) силы, действующие на двухопорный вал перпендикулярно к его оси, прикладываются посередине расстояния l между опорами (условно), и их сумма определяет равнодействующие для вертикальной $\sum F_B$ и горизонтальной $\sum F_H$ плоскостей;

д) вычисляется величина прогибов вала в вертикальной и в горизонтальной плоскостях по формулам:

$$y_B = \frac{\sum F_B l^3}{48EI}; \quad y_H = \frac{\sum F_H l^3}{48EI}, \quad (1.11)$$

где $E = 2,1 \cdot 10^5$, МПа – модуль упругости для стали;

$I = \frac{\pi d_{\text{ЭКВ}}^4}{64}$, мм⁴ – осевой момент инерции поперечного сечения вала;

l , мм – расстояние между опорами вала (пролет);

е) величины этих прогибов складываются геометрически и вычисляется полный прогиб: $y = \sqrt{y_B^2 + y_H^2}$.

При вычерчивании эскиза участки вала, имеющие шлицы, заменяются сплошным валом, диаметр которого равен среднему диаметру шлиц d_7 (рис. 1.6).

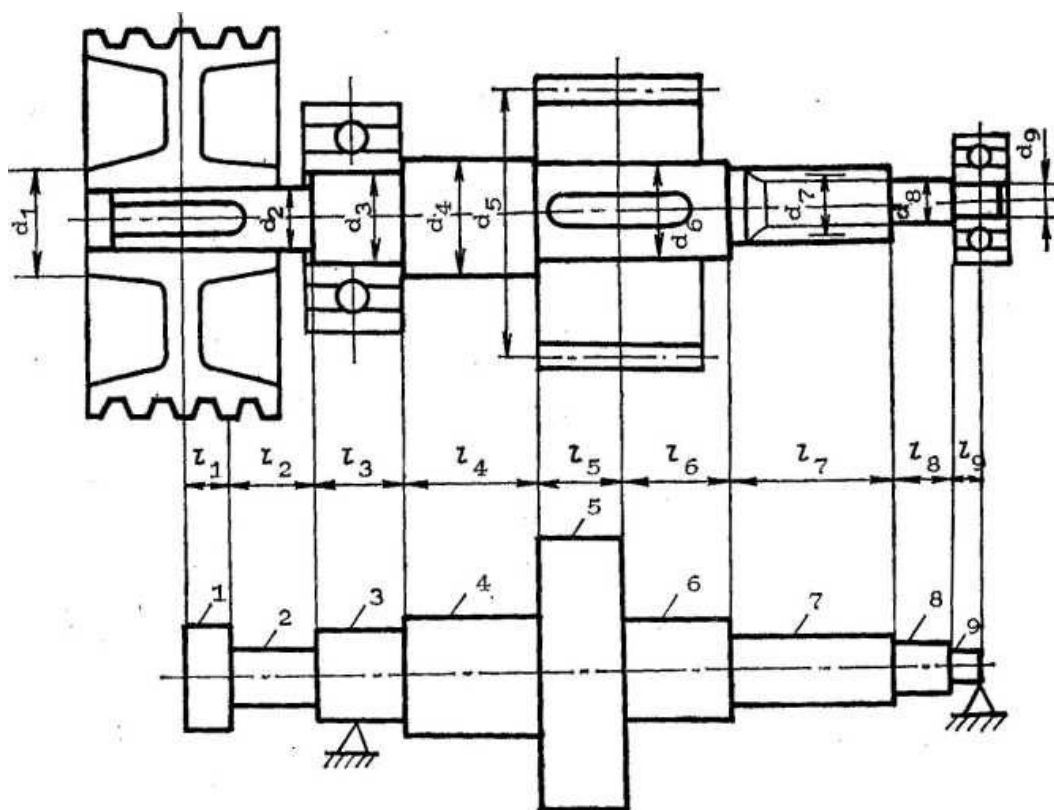


Рис. 1.6. Эскиз вала с нахождением расчетных диаметров и длин вала

Детали, установленные на вал с натягом, учитываются как составная часть вала, увеличивающая его диаметр: расчетный диаметр вала в этом месте должен приниматься равным диаметру детали, если деталь представляет сплошное тело. Расчетный диаметр вала должен приниматься равным диаметру ступицы, если деталь имеет значительные размеры при наличии спиц или диска, соединяющего обод со ступицей.

Внутренние кольца подшипников, насаженные на вал с натягом, не учитываются. Длина условной ступени вала в месте посадки деталей с натягом принимается равной половине длины ступицы, если деталь насажена на вал между опорами. Если деталь установлена на конец (консоль) вала – учитывается 1/4 длины ступицы (см. рис. 1.6). Для муфт должен учитываться кривошипный эффект (см. табл. 1.7) в долях полного окружного усилия на рабочих элементах муфт (кулачки, пальцы, зубья). При работе кулачковых, пальцевых, зубчатых, цепных муфт окружные усилия на их рабочих элементах полностью не уравниваются вследствие погрешностей изготовления и монтажа. Поэтому появляется радиальная сила как часть полного окружного усилия на рабочих элементах муфт, которая вызывает изгиб вала и не меняет своего направления (положения) относительно вращающегося вала (в отличие от усилий в зацеплениях зубчатых колес, меняющих свое положение относительно вращающихся валов).

Таблица 1.7

Кривошипный эффект некоторых муфт
(в долях окружного усилия муфты)

Тип муфты	При расчете	
	валов (на статическую прочность и выносливость)	подшипников качения
Зубчатая	0,20	0,10
Цепная	0,33	0,16
Пальцевая	0,66	0,33
Кулачковая	1,00	0,10

2. Расчет валов на жесткость при кручении сводится к определению величины абсолютного угла закручивания φ :

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_p} \leq [\varphi], \quad (1.12)$$

где G – модуль сдвига (для стали $G = 8,3 \cdot 10^4$ МПа);

I_p – полярный момент инерции поперечного сечения вала, мм⁴;

для вала кольцевого сечения $I_p \approx 0,1(d^4 - d_0^4)$, где d_0 – диаметр отверстия;

для вала круглого сплошного сечения $I_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4$;

$[\varphi]$ – допускаемый абсолютный угол закручивания, рад:

для длинных ходовых валиков тяжелых металлорежущих станков $[\varphi] = 1,5 \cdot 10^{-3}$ рад;

для трансмиссионных валов механизмов передвижения мостовых и порталных кранов $[\varphi] = (4,5 \dots 6) \cdot 10^{-3}$ рад;

для шпинделей сверлильных станков $[\varphi] = 17,5 \cdot 10^{-3}$ рад (1°) на длине $l = (20 \dots 25) d$; где d – наружный диаметр шпинделя;

для средних валов общего назначения $[\varphi] = 9 \cdot 10^{-3}$ рад;

для карданных валов автомашин (диаметром 30–50 мм), главных приводных валов морских и речных судов допускается $[\varphi] = 50 \cdot 10^{-3} \times 70 \cdot 10^{-3}$ рад.

Для ступенчатых валов, нагруженных несколькими крутящими моментами, угол закручивания определяется для каждого из участков и затем суммируется.

1.2.3. Расчет на колебания

Силы, периодически изменяющиеся по величине или направлению, являются основной причиной возникновения вынужденных колебаний валов и осей. Однако колебательные процессы могут возникать и от действия постоянных по величине, а иногда и по направлению сил. Свободное колебательное движение валов и осей может быть изгибным (поперечным) или крутильным (угловым). Период и частота этих колебаний зависят от жесткости вала, распределения масс, формы упругой линии вала, гироскопического эффекта от вращающихся масс вала и деталей, расположенных на валу, влияния перерезывающих сил, осевых сил и т. д. Уточненные расчеты многомассовых систем довольно сложны и разрабатываются теорией колебаний. Свободные (собственные) колебания происходят только под действием сил упругости самой системы и не представляют опасности для прочности вала, так как внутренние сопротивления трения в материале приводят к их затуханию. Когда частота или период вынужденных и свободных колебаний совпадают, имеет место резонанс, при котором амплитуда колебаний опасно увеличивается (теоретически достигает бесконечности).

Частота возмущающей силы при резонансе, совпадающая с частотой собственных колебаний системы, называется *критической*. Соответствующая скорость – *критической угловой скоростью*

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{g}{y_0}},$$

где y_0 – величина упругого статического прогиба.

Валы, работающие при $\omega \ll \ll$ (в докритической зоне), выполняют *жесткими* (это характерно для большинства валов). При этом необходимо выполнение условия $n \leq 0,7n_{кр(1)}$.

В очень быстроходных машинах (например, центрифугах, турбинах) применяются валы с пониженной жесткостью, называемые *гибкими*, которые работают в закритической зоне ($n \geq n_{кр}$). Разгон их до нормальной скорости должен происходить достаточно быстро, чтобы при переходе опасной зоны ($n = n_{кр}$) не успели развиться колебания, сопровождаемые ростом амплитуды и приводящие машину к «разносу». В этих случаях при работе вала в закритической зоне между первой и второй критическими скоростями для предотвращения опасности резонанса необходимо, чтобы частота вынужденных и собственных колебаний значительно отличались одна от другой:

$$1,4n_{кр(1)} \leq n \leq 0,7n_{кр(2)}.$$

Для однопролетного вала с диском посередине пролета, насаженным эксцентрично (e – эксцентриситет), возникающие при вращении инерционные силы вызывают динамический прогиб:

$$\left. \begin{array}{l} \text{а) для жестких валов } y_{\max} = \frac{e}{\left(\frac{n_{кр}}{n}\right)^2 - 1}; \\ \text{б) для гибких валов } y_{\max} = \frac{e}{1 - \left(\frac{n_{кр}}{n}\right)^2}. \end{array} \right\} \quad (1.13)$$

При работе в докритической зоне (случай «а») прогиб y_{\max} по величине мал (составляет часть от e), однако в условиях резонанса ($n \approx n_{кр}$) величина прогиба увеличивается (теоретически, без учета затухания, до бесконечно большой величины). Напряжение в этом случае может превысить опасное и привести к аварии. При работе в закритической зоне (случай «б») $y_{\max} \rightarrow e$, т. е. происходит самоцентрирование диска, но даже при $e = 0$ (идеальная балансировка) не следует работать в резонансном режиме, так как даже случайные деформации вала могут сильно увеличиваться в этих условиях.

Примеры решения задач

Пример 1. Вал передает мощность $P = 160$ кВт, вращается с угловой скоростью $\omega = 25 \text{ с}^{-1}$. Проверить прочность вала, имеющего диаметр 70 мм при $[\tau] = 70$ МПа.

Решение.

Определяем крутящий момент, равный моменту, передаваемому валом:

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{160 \cdot 10^3}{25} = 6,4 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Наибольшее напряжение кручения

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_p} = \frac{6,4 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{\frac{3,14 \cdot 80^3}{16}} = 63,69 \text{ МПа} < [\tau] = 70 \text{ МПа}.$$

Таким образом, прочность обеспечена.

Пример 2. Проверить прочность ступенчатого стального бруса (вала) круглого поперечного сечения (рис. 1.7, а) при $[\tau] = 60$ МПа.

Построить: эпюры крутящих моментов, максимальных касательных напряжений, абсолютных и относительных углов закручивания.

Решение.

Определяем положения характерных участков бруса. Рассмотрим первый участок, отбрасывая левую часть и рассматривая равновесие правой части. Находим значения крутящих моментов.

$$M_{\text{к}}^{\text{I}} = -T_1 = -2 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Аналогично на каждом участке:

$$M_{\text{к}}^{\text{II}} = M_{\text{к}}^{\text{I}} = -2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{к}}^{\text{III}} = -(T_1 - T_2) = -2 + 4 = 2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{к}}^{\text{IV}} = M_{\text{к}}^{\text{III}} = 2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{к}}^{\text{V}} = -(T_1 - T_2 + T_3) = -2 + 4 - 5 = -3 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Эпюру крутящих моментов строим, начиная от свободного конца, что позволяет не определять реактивный момент в заделке (рис. 1.7, б).

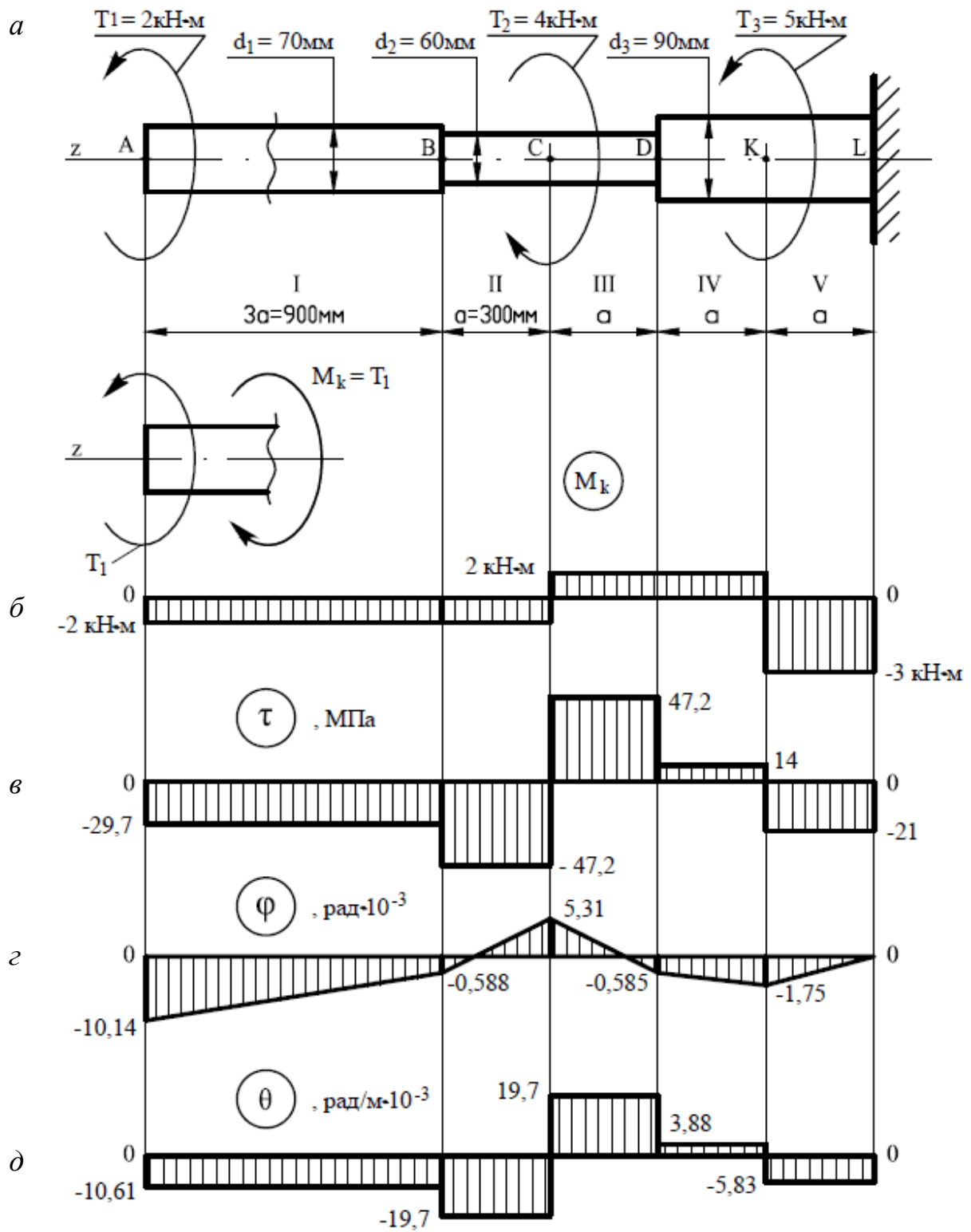


Рис. 1.7. Эпюры τ , φ и θ ступенчатого стального бруса (вала)

Находим значения касательных напряжений:

$$\tau = \frac{M_k}{W_p}, \quad \text{где} \quad W_p = \frac{\pi d^3}{16}.$$

$$\tau_I = \frac{M_K^I}{\frac{\pi d_1^3}{16}} = \frac{-2 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{\frac{3,14 \cdot 70^3 \text{ мм}}{16}} = -29,7 \text{ МПа};$$

$$\tau_{II} = \frac{M_K^{II}}{\frac{\pi d_2^3}{16}} = \frac{-2 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{\frac{3,14 \cdot 60^3 \text{ мм}}{16}} = -47,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_{III} = -\tau_{II} = 47,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_{IV} = \frac{M_K^{IV}}{\frac{\pi d_3^3}{16}} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{\frac{3,14 \cdot 90^3 \text{ мм}}{16}} = 13,98 = 14 \text{ МПа};$$

$$\tau_V = \frac{M_K^V}{\frac{\pi d_3^3}{16}} = \frac{-3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{\frac{3,14 \cdot 90^3 \text{ мм}}{16}} = -20,96 = -21 \text{ МПа}.$$

Для нахождения опасного сечения строим эпюру максимальных касательных напряжений.

Ординаты эпюры τ_{\max} откладываем в ту же сторону, что и соответствующие ординаты эпюры M_K . Знак касательного напряжения при расчете на прочность никакой роли не играет (рис. 1.7, в).

Опасными оказались поперечные сечения участков II и III. Таким образом, опасными оказались не те сечения, в которых крутящий момент максимален. Условие прочности $\tau_{\max} \leq [\tau]$ выполняется. Очевидно, что материал бруса использован нерационально, даже в опасном сечении максимальное напряжение ниже допустимого.

Эпюру абсолютных углов поворота строим, начиная от заземленного конца. Ординаты этой эпюры дают в выбранном масштабе величины углов поворота соответствующих поперечным сечениям бруса (рис. 1.7, з):

$$\varphi_L = 0; \quad \varphi_K = \varphi_L + \varphi_{K-L};$$

$$\varphi_K = \frac{M_K^V a}{GI_P} = \frac{-3 \cdot 10^6 \cdot 300}{8 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 90^4}{32}} = -1,75 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\varphi_D = \varphi_K + \varphi_{D-K} = -1,75 \cdot 10^{-3} + \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 300}{8 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 90^4}{32}} = -0,585 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\varphi_C = \varphi_D + \varphi_{C-D} = -0,585 \cdot 10^{-3} + \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 300}{8 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 60^4}{32}} = 5,31 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\varphi_B = \varphi_C + \varphi_{B-C} = 5,31 \cdot 10^{-3} + \frac{-2 \cdot 10^6 \cdot 300}{8 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 60^4}{32}} = -0,588 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\varphi_A = \varphi_B + \varphi_{A-B} = -0,588 \cdot 10^{-3} + \frac{-2 \cdot 10^6 \cdot 900}{8 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 70^4}{32}} = -10,14 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\theta_L = \theta_K = \frac{\varphi_K}{a} = \frac{-1,75 \cdot 10^{-3}}{300 \cdot 10^{-3}} = -0,00583 \frac{\text{рад}}{\text{м}};$$

$$\theta_D = \frac{\varphi_{D-K}}{a} = \frac{+2 \cdot 10^6 \cdot 300}{8 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 90^4}{32} \cdot 300 \cdot 10^{-3}} = 0,00388 \frac{\text{рад}}{\text{м}};$$

$$\theta_C = \frac{\varphi_{C-D}}{a} = \frac{+2 \cdot 10^6 \cdot 300}{8 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 60^4}{32} \cdot 300 \cdot 10^{-3}} = 0,0197 \frac{\text{рад}}{\text{м}};$$

$$\theta_B = \frac{\varphi_{B-C}}{a} = \frac{-2 \cdot 10^6 \cdot 300}{8 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 60^4}{32} \cdot 300 \cdot 10^{-3}} = -0,0197 \frac{\text{рад}}{\text{м}};$$

$$\theta_A = \frac{\varphi_{A-B}}{3a} = \frac{-2 \cdot 10^6 \cdot 900}{8 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,14 \cdot 70^4}{32} \cdot 900 \cdot 10^{-3}} = -0,01061 \frac{\text{рад}}{\text{м}}.$$

Строим эпюру относительных углов закручивания (рис. 1.7, д).

Пример 3. Из расчетов на прочность и жесткость определить допускаемую величину мощности, которую может передать вал. Вал стальной диаметром $d = 70$ мм, имеет частоту вращения $n = 500$ мин⁻¹, $[\tau] = 30$ МПа; $[\theta] = 0,5$ град/м; $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Решение.

Допускаемый по условию прочности крутящий момент, равный в данном случае передаваемому валом вращающему моменту, будет определен по формуле:

$$[T'] = W_P [\tau] = \frac{\pi d^3}{16} [\tau] = \frac{3,14 \cdot 70^3}{16} \cdot 30 = 2019,4 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 2019,4 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Определим допускаемый момент из расчета на жесткость:

$$[T''] = G I_P [\theta] = 8,0 \cdot 10^{10} \cdot \frac{3,14}{32} \cdot (70 \cdot 10^{-3})^4 \cdot \frac{3,14}{180} \cdot 0,5 = 1643,9 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Множитель $[\pi/180 = 3,14/180]$ служит для перевода град/м в рад/м. Окончательно принимаем меньшее из двух значений $[T''] = 1643,9 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Допускаемую мощность найдем по формуле:

$$[P] = [T''] \omega = [T''] \cdot \frac{\pi n}{30} = 1643,9 \cdot \frac{3,14 \cdot 500}{30} = 86,03 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 86,03 \text{ кВт}.$$

При принятом значении допускаемого момента максимальные касательные напряжения в поперечном сечении вала

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_P} = \frac{1643,9 \cdot 10^3}{\frac{3,14 \cdot 70^3}{16}} = 24,4 \text{ МПа} < [\tau] = 30 \text{ МПа}.$$

Вывод: прочность бруса обеспечена.

Пример 4. Угловая скорость вала $\omega = 20$ с⁻¹, допускаемое напряжение $[\tau] = 35$ МПа, допускаемый относительный угол закручивания $[\theta] = 0,008$ рад/м, модуль Юнга II рода $G = 8 \cdot 10^4$ МПа. Определить диаметр вала, передающего мощность $P = 100$ кВт.

Решение.

Крутящий момент, возникающий в любом поперечном сечении вала, равен передаваемому валом вращающему моменту:

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{100 \cdot 10^3}{20} = 5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Из условия прочности:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_k}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 35}} = 89,95 \text{ мм.}$$

Из условия жесткости:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32M_k}{\pi G[\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}} = 94,46 \text{ мм.}$$

Окончательно принимаем $d = 95$ мм.

Пример 5. Передаваемая мощность редуктора $P = 12$ кВт. Частота вращения вала электродвигателя $n_1 = 700$ мин⁻¹, число зубьев колес $z_1 = 24$, $z_2 = 70$. Коэффициент полезного действия передачи $\eta = 0,97$. Проверить прочность ведущего ($d_1 = 35$ мм) и ведомого ($d_2 = 35$ мм) валов редуктора, приняв $[\tau] = 25$ МПа (рис. 1.8).

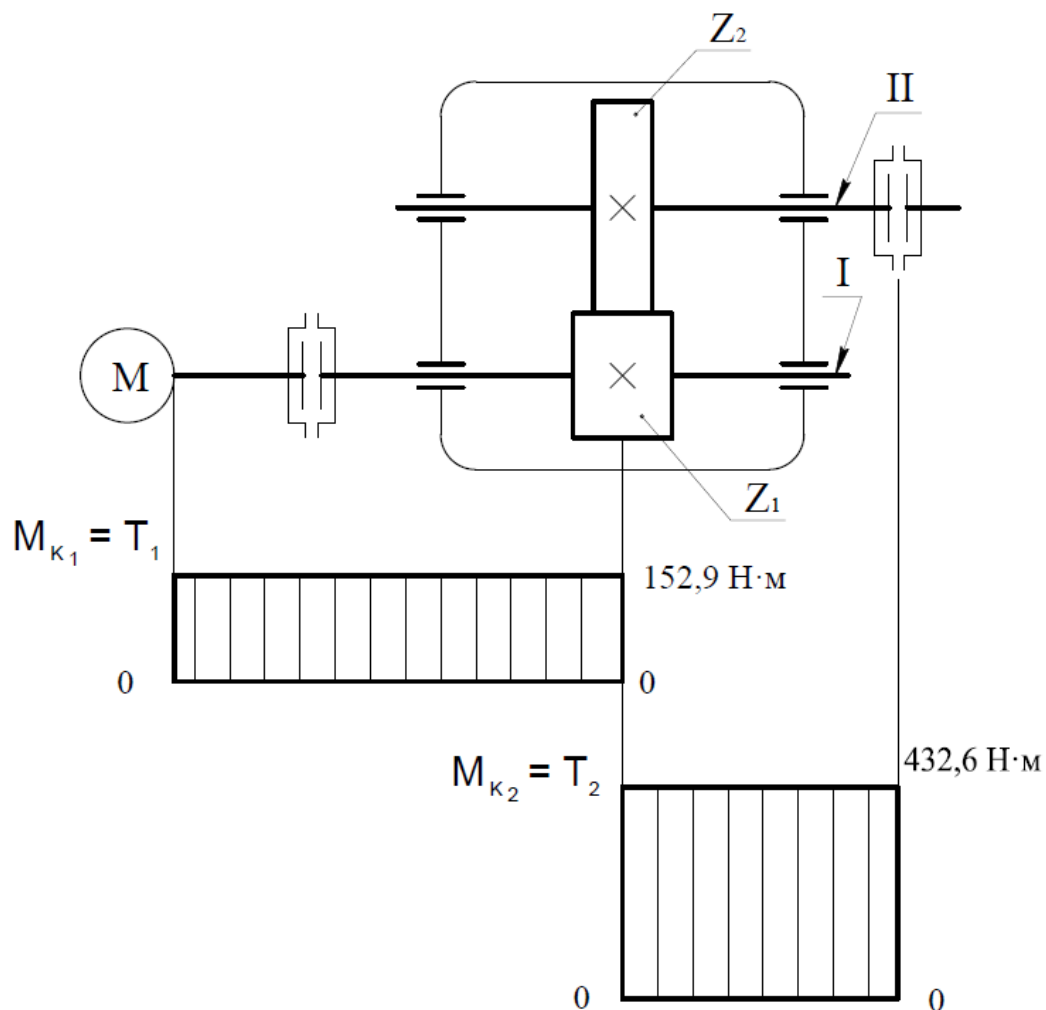


Рис. 1.8. Эпюры крутящих моментов валов редуктора

Решение.

Угловая скорость ведущего вала

$$\omega = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 700}{30} = 73,3 \text{ с}^{-1}.$$

Крутящий момент на валу 1:

$$M_{\kappa_1} = T_1 = \frac{P}{\omega} = \frac{12 \cdot 10^3}{78,5} = 152,9 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверяем прочность этого вала:

$$\tau_1 = \frac{T_1}{W_{P_1}} = \frac{152,9 \cdot 10^3 \cdot 16}{3,14 \cdot 35^3} = 18,2 \text{ МПа} < [\tau] = 25 \text{ МПа}.$$

Крутящий момент на валу 2:

$$\begin{aligned} M_{\kappa_2} = T_2 = T_1 \cdot u \cdot \eta &= T_1 \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \eta = 152,9 \cdot 10^3 \cdot \frac{70}{24} \cdot 0,97 = \\ &= 432,6 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 432,6 \text{ Н} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Проверим прочность вала 2:

$$\tau_2 = \frac{T_2}{W_{P_2}} = \frac{432,6 \cdot 10^3 \cdot 16}{3,14 \cdot 45^3} = 24,2 \text{ МПа} < [\tau] = 25 \text{ МПа}.$$

Прочность вала обеспечена.

Пример 6. Определить диаметр оси паразитной шестерни из условия прочности на изгиб (см. рис. 1.9), если момент на быстроходном валу $T_1 = 15 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{мм}$, $l = 250 \text{ мм}$, диаметр делительной окружности $d_1 = 170 \text{ мм}$, допускаемое напряжение $[\tau] = 90 \text{ МПа}$.

Решение.

1. Определяем усилия в зацеплениях, действующих на ось:

$$F_{t_2} = F_{t_1} = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 150\,000}{170} = 1764,7 \text{ Н};$$

$$F_{r_2} = F_{r_1} = F_{t_1} \cdot \text{tg}20^\circ = 1764,7 \cdot 0,364 = 642,4 \text{ Н}.$$

2. Раскладываем их на горизонтальные и вертикальные составляющие:

$$F_{t_{1x}} = F_{t_1} \cdot \cos 30^\circ = 1764,7 \cdot 0,866 = 1528,2 \text{ Н};$$

$$F_{r_{1x}} = -F_{r_1} \cdot \sin 30^\circ = -642,4 \cdot 0,5 = -321,2 \text{ Н};$$

$$F_{t_{2x}} = -F_{t_2} \cdot \cos 50^\circ = -1764,7 \cdot 0,6428 = -1134,4 \text{ Н};$$

$$F_{r_{2x}} = F_{r_2} \cdot \sin 50^\circ = 642,4 \cdot 0,766 = 492,1 \text{ Н};$$

$$F_{t_{1y}} = F_{t_1} \cdot \sin 30^\circ = 1764,7 \cdot 0,5 = 882,4 \text{ Н};$$

$$F_{t_{2y}} = F_{t_2} \cdot \sin 50^\circ = 1764,7 \cdot 0,766 = 1351,8 \text{ Н};$$

$$F_{r_{1y}} = F_{r_1} \cdot \cos 30^\circ = 642,4 \cdot 0,866 = 556,3 \text{ Н};$$

$$F_{r_{2y}} = F_{r_2} \cdot \cos 50^\circ = 642,4 \cdot 0,6428 = 412,9 \text{ Н}.$$

3. Результирующие усилия по осям координат:

– горизонтальной:

$$F_X = F_{t_{1x}} - F_{r_{1x}} - F_{t_{2x}} + F_{r_{2x}} = 1528,2 - 321,2 - 1134,4 + 492,1 = 564,7 \text{ Н};$$

– вертикальной:

$$F_Y = F_{t_{1y}} + F_{t_{2y}} + F_{r_{1y}} + F_{r_{2y}} = 882,4 + 1351,8 + 556,3 + 412,9 = 3203,4 \text{ Н}.$$

4. Изгибающие моменты:

$$M_X^{\text{изг}} = F_X l = 564,7 \cdot 250 = 141175 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

$$M_Y^{\text{изг}} = F_Y l = 3203,4 \cdot 250 = 800850 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

Результирующий момент

$$M_\Sigma^{\text{изг}} = \sqrt{M_X^{\text{изг}^2} + M_Y^{\text{изг}^2}} = \sqrt{141175^2 + 800850^2} = 813198,1 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

Величина допускаемых напряжений для материала оси (сталь 35)
 $[\sigma_{изг}] = 90 \text{ МПа}$.

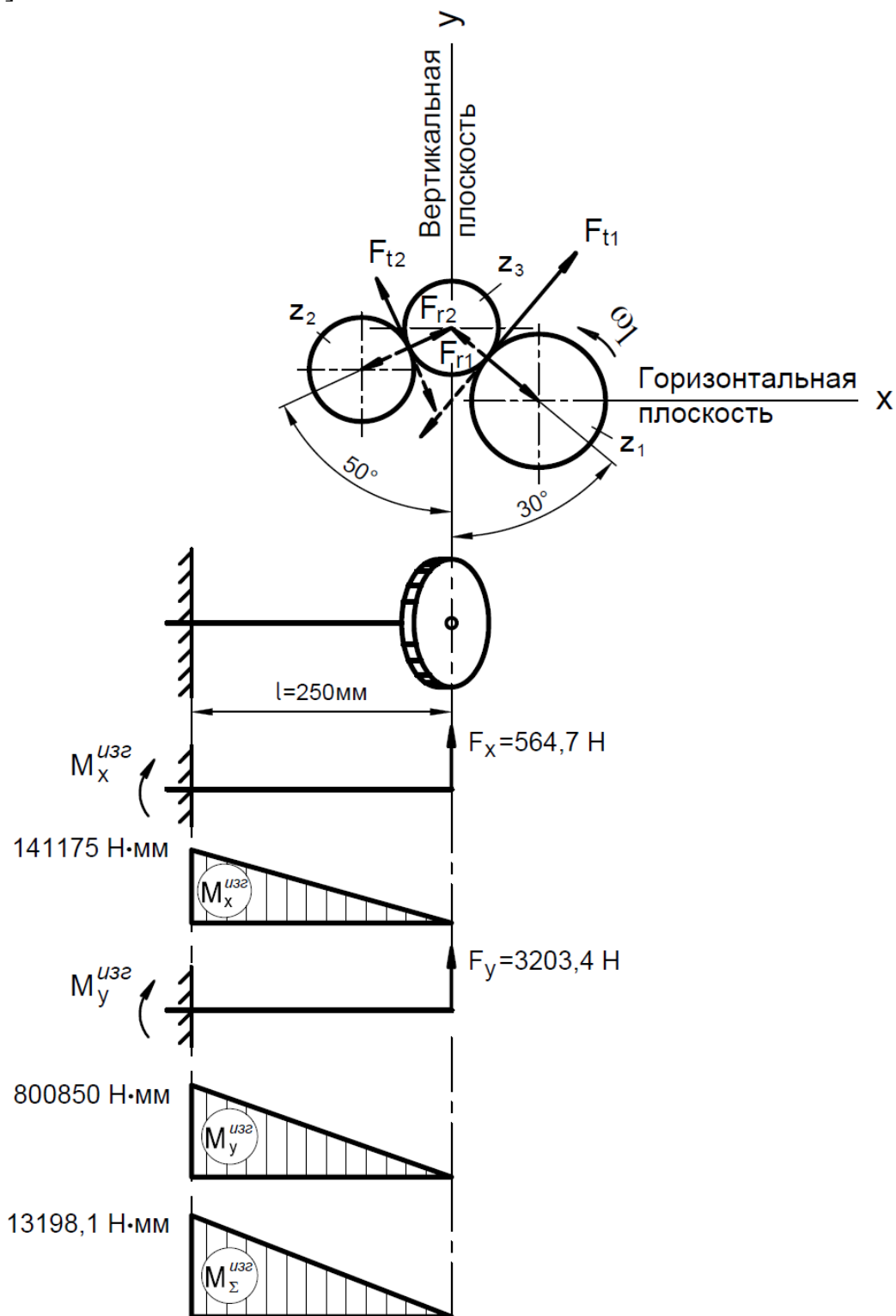


Рис. 1.9. Схема нагрузок и эпюры моментов к расчету оси

5. Необходимый диаметр оси

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\Sigma}^{\text{изг}}}{0,1[\sigma_{\text{изг}}]}} = \sqrt[3]{\frac{813198,1}{0,1 \cdot 90}} = 44,9 \text{ мм.}$$

Принимаем по ГОСТ 6636-69 из ряда Ra10 – $d = 45$ мм.

Пример 7. Определить частоту собственных колебаний вала диаметром $d = 70$ мм, на который насажен диск диаметром $D = 600$ мм, масса диска $m = 20$ кг (рис. 1.10).

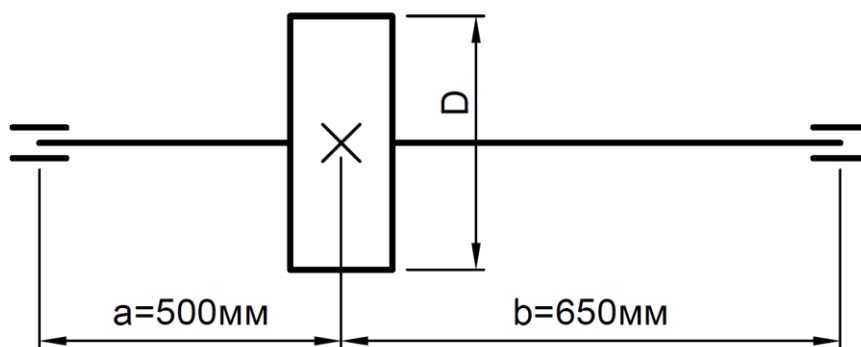


Рис. 1.10. Схема вала

Решение.

Рассматриваем упругий вал с диском как колебательную систему.

1. Определяем собственную частоту поперечных колебаний этой системы с одной степенью свободы по формуле

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{y_0}} = \sqrt{\frac{9810}{0,0243}} = 635,4 \text{ с}^{-1},$$

где y_0 – статический прогиб вала в месте посадки диска, который может быть определен для данного случая по формуле, известной из сопротивления материалов:

$$y_0 = \frac{Fa^2b^2}{3EI(a+b)},$$

где сила тяжести диска $F = mg = 20 \cdot 9,81 = 196,2$ Н; $E_{\text{ст}} = 2,1 \cdot 10^5$ МПа;

$$I_x = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 70^4}{64} = 1177990,6 \text{ мм}^4;$$

$$y_0 = \frac{196,2 \cdot 500^2 \cdot 650^2}{3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 11\,779\,990,6 \cdot (500 + 650)} = 0,0243 \text{ мм.}$$

2. Находим частоту собственных крутильных колебаний системы. Для этого сначала определяем жесткость вала при кручении:

$$c = \frac{GI_p}{l} = \frac{8,1 \cdot 10^4 \cdot 2\,355\,981,3}{500 + 650} = 16\,594,3 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{мм},$$

где $G = 8 \cdot 10^4$ МПа;

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 70^4}{32} = 2\,355\,981,3 \text{ мм}^4.$$

Момент инерции диска:

$$I = \frac{mR^2}{2} = \frac{FD^2}{8g} = \frac{196,2 \cdot 600^2}{8 \cdot 9810} = 900 \text{ Н} \cdot \text{мм} \cdot \text{с}^2.$$

Частота собственных крутильных колебаний системы

$$\omega_{c.(кр)} = \sqrt{\frac{c}{I}} = \sqrt{\frac{16\,594,3 \cdot 10^4}{900}} = 429,4 \text{ с}^{-1}.$$

Так как частота поперечных колебаний системы $635,4 \text{ с}^{-1}$, больше частоты собственных крутильных $429,4 \text{ с}^{-1}$, в первую очередь проверка должна производиться на резонанс по крутильным колебаниям.

Пример 8. Вал центрифуги передает мощность $P = 85$ кВт при частоте вращения $n = 2980 \text{ мин}^{-1}$. На валу длиной $l = 1280$ мм, симметрично относительно опор, расположен диск с эксцентриситетом $e = 0,14$ мм, масса диска $m = 168$ кг.

Определить диаметр вала и максимальные прогибы для вариантов:

- а) жесткий вал, работающий в дорезонансной зоне, $n \leq 0,7n_{кр}$;
- б) гибкий вал, работающий в закритической зоне $n \geq 1,4n_{кр}$.

Решение.

Случай «а»

1. Для жесткого вала определяем:

– собственную частоту колебаний $n_{кр} = \frac{n}{0,7} = \frac{2980}{0,7} = 4257 \text{ мин}^{-1}$;

– или угловую скорость $\omega_{кр} = \omega_{ж} = \frac{\pi n_{кр}}{30} = \frac{3,14 \cdot 4257,1}{30} = 445,6 \text{ с}^{-1}$.

2. Используем выражение статического прогиба:

$$y_0 = \frac{Fl^3}{48EI_x},$$

где сила тяжести $F = mg = 168 \cdot 9,81 = 1648,1 \text{ Н}$; пролет $l = 1280 \text{ мм}$; модуль упругости стали $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; момент инерции сечения вала $I_x = \frac{\pi d^4}{64}$;

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{g}{y_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 48EI}{Fl^3}} = \sqrt{\frac{48gE\pi d^4}{64Fl^3}}.$$

В связи с этим диаметр жесткого вала

$$d = \sqrt[4]{\frac{4F\omega_{ж}^2 l^3}{3gE\pi}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 1648,1 \cdot 445,6^2 \cdot 1280^3}{3 \cdot 9810 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3,14}} = 109,1 \text{ мм}.$$

3. Максимальный прогиб жесткого вала при колебаниях определяется по формуле

$$y_{\max} = \frac{e}{\left(\frac{n_{кр}}{n}\right)^2 - 1} = \frac{0,14}{\left(\frac{4257,1}{2980}\right)^2 - 1} = 0,134 \text{ мм}.$$

Случай «б»

1. Для гибкого вала собственная частота колебаний при условии $n \geq 1,4n_{кр}$

$$n_{кр} = \frac{n}{1,4} = \frac{2980}{1,4} = 2128,6 \text{ мин}^{-1}$$

или угловая скорость

$$\omega_{кр} = \omega_{г} = \frac{\pi n_{кр}}{30} = \frac{3,14 \cdot 2128,6}{30} = 222,8 \text{ с}^{-1}.$$

2. Диаметр гибкого вала

$$d = \sqrt[4]{\frac{4F\omega_{г}^2 l^3}{3gE\pi}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 1648,1 \cdot 222,8^2 \cdot 1280^3}{3 \cdot 9810 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 3,14}} = 77,12 \text{ мм}.$$

3. Максимальный прогиб гибкого вала при колебаниях определяется по уравнению

$$y_{\max} = \frac{e}{1 - \left(\frac{n_{\text{кр}}}{n}\right)^2} = \frac{0,14}{1 - \left(\frac{2128,6}{2980}\right)^2} = 0,286 \text{ мм.}$$

Пример 9. На валу жестко закреплены полумуфта 1, передающая вращающий момент $T = 873 \text{ Н}\cdot\text{м}$ и колесо 2 (рис. 1.11 и рис. 1.12, а). Длина вала между опорами $l = 720 \text{ мм}$; диаметр колеса $D = 180 \text{ мм}$. По теории наибольших касательных напряжений определить диаметр вала. Материал вала – сталь 40Х. Допускаемое напряжение $[\sigma] = 60 \text{ Н/мм}^2$.

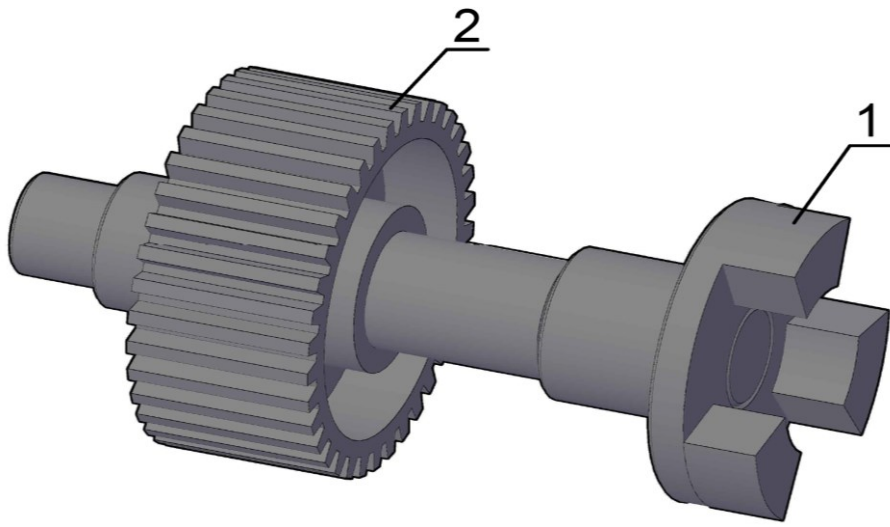


Рис. 1.11. Модель вала с полумуфтой

Решение.

Муфта передает валу только вращающий момент, т. е. скручивает вал, но не изгибает его (собственный вес полумуфты и вала не учитываются, влияние их веса обычно невелико). Таким образом, участок вала от муфты до колеса скручивается постоянным моментом $M_{\text{к}} = T = 873 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Сила F_t , приложенная к ободу колеса, должна быть приведена к точке, лежащей на оси вала.

1. На рис. 1.12, б показана расчетная схема вала. При переносе силы F_t добавляется пара сил с моментом $T_1 = F_t \cdot \frac{D}{2}$. Плоскость действия пары сил перпендикулярна оси вала, и вал вращается с постоянной угловой скоростью, следовательно, $T_1 = T$.

$$\text{Отсюда } F_t = \frac{2 \cdot T}{D} = \frac{2 \cdot 873}{0,18} = 9700 \text{ Н.}$$

2. Расчетная схема вала при кручении изображена на рис. 1.12, в.

Пользуясь методом сечений, можно легко определить, что крутящий момент $M_K = T = 873$ Н·м возникает только на участке вала от полумуфты до колеса. Эпюра крутящих моментов изображена на рис. 1.12, з.

3. Расчетную схему вала изображаем как балку на двух опорах с нагрузкой посередине (рис. 1.12, д), причем сила F_t будет направлена перпендикулярно оси. Строим эпюру изгибающих моментов. Так как нагрузка приложена симметрично опорам и направлена вертикально вверх, реакция опор равна

$$R_{A_y} = R_{B_y} = \frac{F_t}{2} = \frac{9700}{2} = 4850 \text{ Н.}$$

К балке приложены только сосредоточенные силы, следовательно, эпюра изгибающих моментов очерчена наклонными прямыми линиями.

Определяем изгибающие моменты в сечениях вала:

$$0 \leq z_1 \leq 0,36;$$

$$M_Y^{\text{изг}} = -R_{A_y} \cdot z_1;$$

$$M_{Y_{z=0}}^{\text{изг}} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{Y_{z=0,36}}^{\text{изг}} = -4850 \cdot 0,36 = -1746 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$0,36 \leq z_2 \leq 0,72;$$

$$M_{Y_{z=0,36}}^{\text{изг}} = -R_{A_y} \cdot z_2 + F_t \cdot (z_2 - 0,36);$$

$$M_{Y_{z=0,36}}^{\text{изг}} = -4850 \cdot 0,36 + 9700 \cdot (0,36 - 0,36) = -1746 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{Y_{z=0,72}}^{\text{изг}} = -4850 \cdot 0,72 + 9700 \cdot (0,72 - 0,36) = 0.$$

На рис. 1.12, е показана эпюра изгибающих моментов.

4. По теории наибольших касательных напряжений вычисляем максимальный эквивалентный момент $M_{\text{экр}}$. Максимальный изгибающий $M_{\text{max}}^{\text{изг}}$ и крутящий T моменты возникают в сечении под колесом, для которого вычисляем эквивалентный момент:

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{M_{\text{изг}}^2 + T^2} = \sqrt{1746^2 + 873^2} = 1952,09 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

5. Определяем диаметр вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}}{0,1[\sigma_{\text{изг}}]}} = \sqrt[3]{\frac{1952,09 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 60}} = 68,8 \text{ мм}.$$

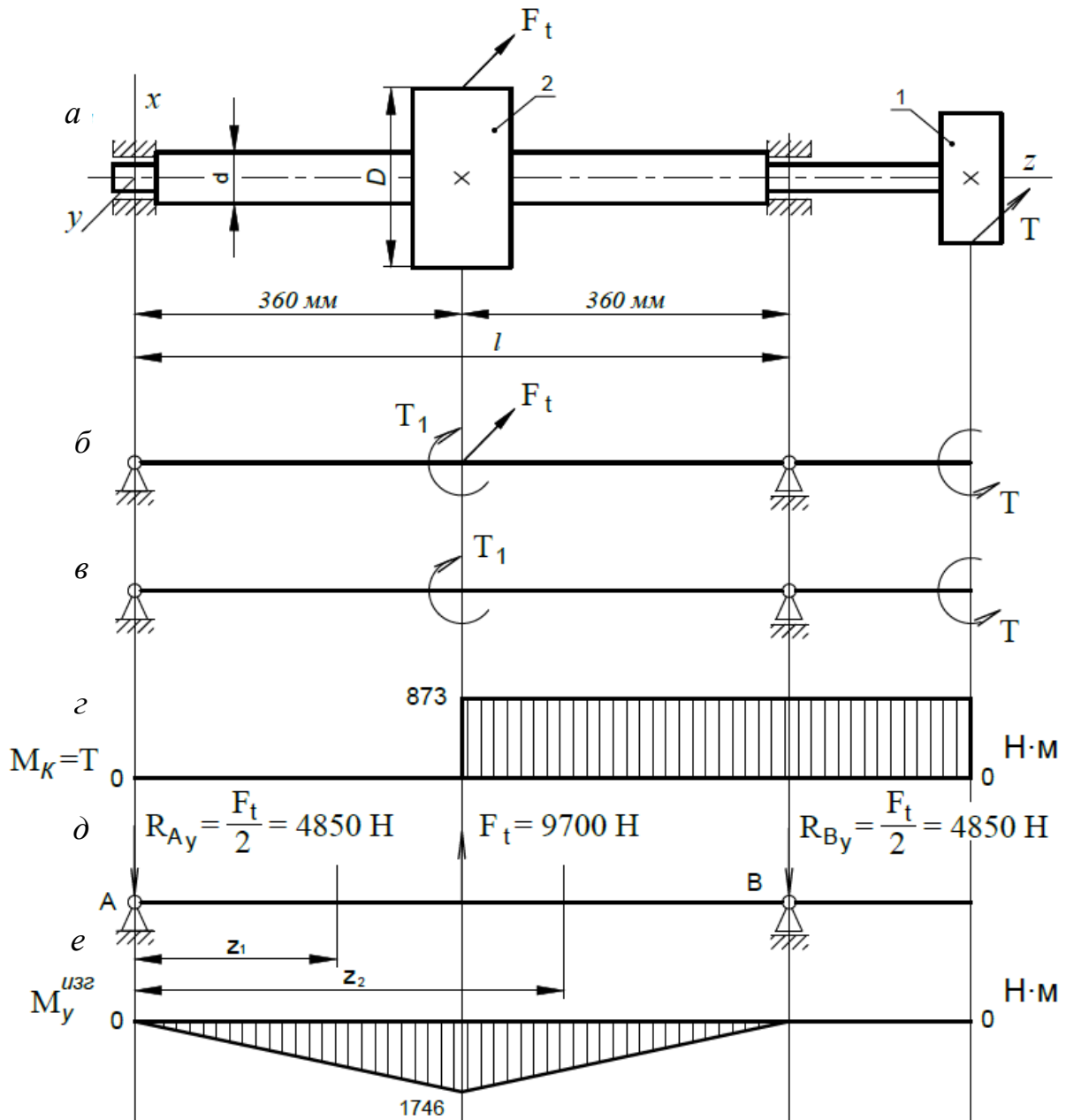


Рис. 1.12. Эпюры M_K , $M_y^{\text{изг}}$ стального вала

Согласно (см. табл. 1.1) ряду нормальных линейных размеров ГОСТ 6636-69, окончательно принимаем $d = 70 \text{ мм}$.

Пример 10. Тихоходный вал (рис. 1.13) вертикального шевронного редуктора передает мощность $P = 8,4$ кВт при частоте вращения $n = 120$ мин⁻¹ на ведущую звездочку цепной передачи. Полагая, что $z = 104$, $m_n = 2$, $\alpha_\omega = 20^\circ$, $\text{tg}20^\circ = 0,364$; $\beta = 25,26^\circ$; $\cos 25,26^\circ = 0,9043$, $F_{3B} = 1679$ Н, определить:

1. Вращающий момент, передаваемый валом.
2. Усилия в зацеплении: окружное – F_t , осевое – F_a , радиальное – F_r .
3. Реакции в опорах A и B .
4. Построить эпюры изгибающих и крутящих моментов.
5. Диаметр вала из условия статической прочности по эквивалентному моменту (с использованием гипотезы наибольших касательных напряжений).

Для материала вала сталь 45 с учетом предотвращения усталостного разрушения принять $[\sigma_{изг}] = 60$ МПа.

Решение.

Момент, передаваемый валом:

$$T = 9550 \cdot \frac{P}{n} = \frac{9550 \cdot 8,4}{120} = 668,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Шевронная передача состоит из двух полушевронов, в связи с этим, нагрузка распределяется поровну и имеет величину $\frac{T}{2} = \frac{668,5}{2} = 334,25$ Н.

Диаметр делительной окружности колеса:

$$d = \frac{m_n \cdot z}{\cos \beta} = \frac{2 \cdot 104}{0,9043} = 230 \text{ мм};$$

– окружная сила

$$F_t = \frac{2T/2}{d} = \frac{2 \cdot 668,5/2}{0,230} = 2906,52 \text{ Н};$$

– осевая сила

$$F_a = F_t \cdot \text{tg} \beta = 2906,52 \cdot \text{tg} 25,26^\circ = 1371,42 \text{ Н};$$

– радиальная сила

$$F_r = \frac{F_t}{\cos \beta} \cdot \text{tg} \alpha_\omega = \frac{2906,52}{0,9043} \cdot \text{tg} 20^\circ = \frac{2906,52}{0,9043} \cdot 0,364 = 1169,8 \text{ Н}.$$

Определим моменты, создаваемые осевой силой на обоих полушевронах:

$$m_1 = m_2 = \frac{F_a \cdot d}{2 \cdot 2} = \frac{1371,42 \cdot 0,230}{2 \cdot 2} = 78,86 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Определяем опорные реакции в горизонтальной плоскости XOZ :

$$\begin{aligned} \sum M_A &= \frac{F_t}{2} \cdot l_1 + \frac{F_t}{2} \cdot (l_1 + l_2) - R_{B_x} \cdot (l_1 + l_2 + l_3) + \\ &+ F_{3B} \cdot \cos 45^\circ \cdot (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) = 0; \\ R_{B_x} &= \frac{\frac{F_t}{2} \cdot l_1 + \frac{F_t}{2} \cdot (l_1 + l_2) + F_{3B} \cdot \cos 45^\circ \cdot (l_1 + l_2 + l_3 + l_4)}{l_1 + l_2 + l_3} = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{B_x} &= \frac{\frac{2906,52}{2} \cdot 0,038 + \frac{2906,52}{2} \cdot (0,038 + 0,057)}{0,038 + 0,057 + 0,038} + \\ &+ \frac{1679 \cdot 0,707 \cdot (0,038 + 0,057 + 0,038 + 0,072)}{0,038 + 0,057 + 0,038} = 3282,909 \text{ Н}; \end{aligned}$$

$$\sum M_B = R_{A_x} \cdot (l_1 + l_2 + l_3) - \frac{F_t}{2} \cdot l_3 - \frac{F_t}{2} \cdot (l_2 + l_3) + F_{3B} \cdot \cos 45^\circ \cdot l_4 = 0;$$

$$R_{A_x} = \frac{\frac{F_t}{2} \cdot l_3 + \frac{F_t}{2} \cdot (l_2 + l_3) - F_{3B} \cdot \cos 45^\circ \cdot l_4}{l_1 + l_2 + l_3} = 0 \text{ Н};$$

$$R_{A_x} = \frac{\frac{2906,52}{2} \cdot 0,038 + \frac{2906,52}{2} \cdot (0,057 + 0,038) - 1679 \cdot 0,707 \cdot 0,072}{0,038 + 0,057 + 0,038} = 810,632 \text{ Н}.$$

Проверка: $\sum F_X = 0$; $-R_{A_x} + \frac{F_t}{2} + \frac{F_t}{2} - R_{B_x} + F_{3B} \cdot \cos 45^\circ = 0$;

$$-810,632 + \frac{2906,52}{2} + \frac{2906,52}{2} - 3282,909 + 1679 \cdot 0,707 = 0.$$

Определяем опорные реакции в вертикальной плоскости YOZ :

$$\begin{aligned} \sum M_A &= -\frac{F_r}{2} \cdot l_1 - \frac{F_r}{2} \cdot (l_1 + l_2) + m_1 - m_2 - R_{B_y} \cdot (l_1 + l_2 + l_3) + \\ &+ F_{3B} \cdot \sin 45^\circ \cdot (l_1 + l_2 + l_3 + l_4) = 0; \end{aligned}$$

$$R_{B_y} = \frac{-\frac{F_r}{2} \cdot l_1 - \frac{F_r}{2} \cdot (l_1 + l_2) + m_1 - m_2 + F_{3B} \cdot \sin 45^\circ \cdot (l_1 + l_2 + l_3 + l_4)}{l_1 + l_2 + l_3} =$$

$$= \frac{-\frac{1169,8}{2} \cdot 0,038 - \frac{1169,8}{2} \cdot (0,038 + 0,057) + 78,86 - 78,86}{0,038 + 0,057 + 0,038} +$$

$$+ \frac{1679 \cdot 0,707 \cdot (0,038 + 0,057 + 0,038 + 0,072)}{0,038 + 0,057 + 0,038} = 1244,763 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = -R_{A_y} \cdot (l_1 + l_2 + l_3) + \frac{F_r}{2} \cdot (l_2 + l_3) + \frac{F_r}{2} \cdot l_3 + m_2 - m_1 + F_{3B} \cdot \sin 45^\circ \cdot l_4 = 0;$$

$$R_{A_y} = \frac{\frac{F_r}{2} \cdot (l_2 + l_3) + \frac{F_r}{2} \cdot l_3 + m_2 - m_1 + F_{3B} \cdot \sin 45^\circ \cdot l_4}{(l_1 + l_2 + l_3)} = 0;$$

$$R_{A_y} = \frac{\frac{1169,8}{2} \cdot (0,057 + 0,038) + \frac{1169,8}{2} \cdot 0,038 + 78,86 - 78,86 + 1679 \cdot 0,702 \cdot 0,072}{0,038 + 0,057 + 0,038} =$$

$$= 1227,519 \text{ Н}.$$

Проверка: $\sum F_Y = 0$; $R_{A_y} - \frac{F_r}{2} - \frac{F_r}{2} - R_{B_y} + F_{3B} \cdot \sin 45^\circ = 0$;

$$1227,519 - \frac{1169,8}{2} - \frac{1169,8}{2} - 1244,763 + 1679 \cdot 0,707 = 0.$$

Изгибающие моменты в сечениях вала в горизонтальной плоскости XOZ :

$$0 \leq z \leq 0,038;$$

$$M_{X_{z=0}} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{X_{z=0,038}} = -R_{A_x} \cdot z;$$

$$M_{X_{z=0,038}} = -810,632 \cdot 0,038 = -30,8 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$0,038 \leq z \leq 0,095;$$

$$M_{X_{z=0,038}} = -R_{A_x} \cdot z + \frac{F_t}{2}(z - 0,038) = -810,632 \cdot 0,038 + \\ + \frac{2906,52}{2} \cdot (0,038 - 0,038) = -30,8 \text{ H} \cdot \text{M};$$

$$M_{X_{z=0,095}} = -R_{A_x} \cdot z + \frac{F_t}{2}(z - 0,038);$$

$$M_{X_{z=0,095}} = -810,632 \cdot 0,095 + \frac{2906,52}{2} \cdot (0,095 - 0,038) = 5,83 \text{ H} \cdot \text{M}.$$

$$0,095 \leq z \leq 0,133;$$

$$M_{X_{z=0,095}} = -R_{A_x} \cdot z + \frac{F_t}{2}(z - 0,038) + \frac{F_t}{2}(z - 0,095);$$

$$M_{X_{z=0,095}} = -810,632 \cdot 0,095 + \frac{2906,52}{2} \cdot (0,095 - 0,038) + \\ + \frac{2906,52}{2} \cdot (0,095 - 0,095) = 5,83 \text{ H} \cdot \text{M};$$

$$M_{X_{z=0,133}} = -R_{A_x} \cdot z + \frac{F_t}{2}(z - 0,038) + \frac{F_t}{2}(z - 0,095);$$

$$M_{X_{z=0,133}} = -810,632 \cdot 0,133 + \frac{2906,52}{2} \cdot (0,133 - 0,038) + \\ + \frac{2906,52}{2} \cdot (0,133 - 0,095) = 85,466 \text{ H} \cdot \text{M}.$$

$$0,133 \leq z \leq 0,205;$$

$$M_{X_{z=0,133}} = -R_{A_x} \cdot z + \frac{F_t}{2}(z - 0,038) + \frac{F_t}{2}(z - 0,095) - R_{B_x} \cdot (z - 0,133);$$

$$\begin{aligned}
M_{X_{z=0,133}} &= -810,632 \cdot 0,133 + \frac{2906,52}{2} \cdot (0,133 - 0,038) + \\
&+ \frac{2906,52}{2} \cdot (0,133 - 0,095) - 3282,91 \cdot (0,133 - 0,133) = \\
&= 85,46 - 3282,91 \cdot (0,205 - 0,133) = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};
\end{aligned}$$

$$M_{X_{z=0,205}} = -R_{A_x} \cdot z + \frac{F_t}{2}(z - 0,038) + \frac{F_t}{2}(z - 0,095) - R_{B_x} \cdot (z - 0,133);$$

$$\begin{aligned}
M_{X_{z=0,205}} &= -810,632 \cdot 0,205 + \frac{2906,52}{2} \cdot (0,205 - 0,038) + \\
&+ \frac{2906,52}{2} \cdot (0,205 - 0,095) - 3282,91 \cdot (0,205 - 0,133) = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.
\end{aligned}$$

Изгибающие моменты в сечениях вала в вертикальной плоскости YOZ :

$$0 \leq z \leq 0,038;$$

$$M_{Y_{z=0}} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{Y_{z=0,038}} = R_{A_y} \cdot z;$$

$$M_{Y_{z=0,038}} = 1227,519 \cdot 0,038 = 46,65 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$0,038 \leq z \leq 0,095;$$

$$M_{Y_{z=0,038}} = R_{A_y} \cdot z - \frac{F_r}{2}(z - 0,038) - m_1 = 0;$$

$$M_{Y_{z=0,038}} = 1227,519 \cdot 0,038 - \frac{1169,8}{2}(0,038 - 0,038) - 78,86 = -32,22 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{Y_{z=0,095}} = R_{A_y} \cdot z - \frac{F_r}{2}(z - 0,038) - m_1 = 0;$$

$$M_{Y_{z=0,095}} = 1227,519 \cdot 0,095 - \frac{1169,8}{2} \cdot (0,095 - 0,038) - 78,86 = 4,41 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$0,095 \leq z \leq 0,133;$$

$$M_Y = R_{A_y} \cdot z - \frac{F_r}{2}(z - 0,038) - m_1 - \frac{F_r}{2}(z - 0,095) + m_2 = 0;$$

$$M_{Y_{z=0,095}} = 1227,519 \cdot 0,095 - \frac{1169,8}{2} \cdot (0,095 - 0,038) - 78,86 - \frac{1169,8}{2} \cdot (0,095 - 0,095) + 78,86 = 83,27 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{Y_{z=0,133}} = 1227,52 \cdot 0,133 - \frac{1169,8}{2} \cdot (0,133 - 0,038) - 78,86 - \frac{1169,8}{2} \cdot (0,133 - 0,095) + 78,86 = 85,46 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$0,133 \leq z \leq 0,205;$$

$$M_{Y_{z=0,133}} = R_{A_y} \cdot z - \frac{F_r}{2}(z - 0,038) - m_1 - \frac{F_r}{2}(z - 0,095) + m_2 - R_{B_y} \cdot (z - 0,133) = 0;$$

$$M_{Y_{z=0,133}} = 1227,519 \cdot 0,133 - \frac{1169,8}{2} \cdot (0,133 - 0,038) - 78,86 - \frac{1169,8}{2} \cdot (0,133 - 0,095) + 78,86 = 85,46 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{Y_{z=0,205}} = R_{A_y} \cdot z - \frac{F_r}{2}(z - 0,038) - m_1 - \frac{F_r}{2}(z - 0,095) + m_2 - R_{B_y} \cdot (z - 0,133) = 0;$$

$$M_{Y_{z=0,205}} = 1227,519 \cdot 0,205 - \frac{1169,8}{2} \cdot (0,205 - 0,038) - 78,86 - \frac{1169,8}{2} \cdot (0,205 - 0,095) + 78,86 - 1244,76 \cdot (0,205 - 0,133) = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Определение суммарных изгибающих моментов:

$$M_{\Sigma A}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{X_{z=0}}^{\text{изг}^2} + M_{Y_{z=0}}^{\text{изг}^2}} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma C}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{X_{z=0,038}}^{\text{изг}^2} + M_{Y_{z=0,038}}^{\text{изг}^2}} = \sqrt{(-30,8)^2 + (-32,22)^2} = 44,57 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma_C}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{X_{z=0,038}}^{\text{изг}^2} + M_{Y_{z=0,038}}^{\text{изг}^2}} = \sqrt{(-30,8)^2 + 46,65^2} = 55,9 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma_D}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{X_{z=0,095}}^{\text{изг}^2} + M_{Y_{z=0,095}}^{\text{изг}^2}} = \sqrt{5,83^2 + 4,41^2} = 7,31 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma_D}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{X_{z=0,095}}^{\text{изг}^2} + M_{Y_{z=0,095}}^{\text{изг}^2}} = \sqrt{5,83^2 + 83,27^2} = 83,47 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma_B}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{X_{z=0,133}}^{\text{изг}^2} + M_{Y_{z=0,133}}^{\text{изг}^2}} = \sqrt{85,466^2 + 85,46^2} = 82,4 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma_E}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{X_{z=0,205}}^{\text{изг}^2} + M_{Y_{z=0,205}}^{\text{изг}^2}} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Из расчета видно, что изгибающий момент под одним из полушеврон-нов больше, следовательно, опасное сечение вала находится под колесом – это сечение D .

Определение эквивалентных моментов:

$$M_{\text{экв}_A} = \sqrt{M_{\Sigma_{z=0}}^{\text{изг}^2} + T^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0;$$

$$M_{\text{экв}_C} = \sqrt{M_{\Sigma_{z=0,038}}^{\text{изг}^2} + T^2} = \sqrt{44,57^2 + 0^2} = 44,57 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экв}_C} = \sqrt{M_{\Sigma_{z=0,038}}^{\text{изг}^2} + T^2} = \sqrt{55,9^2 + \left(\frac{668,5}{2}\right)^2} = 338,89 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экв}_D} = \sqrt{M_{\Sigma_{z=0,095}}^{\text{изг}^2} + T^2} = \sqrt{7,31^2 + \left(\frac{668,5}{2}\right)^2} = 334,33 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экв}_D} = \sqrt{M_{\Sigma_{z=0,095}}^{\text{изг}^2} + T^2} = \sqrt{83,47^2 + 668,5^2} = 673,69 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экв}_B} = \sqrt{M_{\Sigma_{z=0,133}}^{\text{изг}^2} + T^2} = \sqrt{82,4^2 + 668,5^2} = 673,56 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$M_{\text{экв}_E} = \sqrt{M_{\Sigma_{z=0,205}}^{\text{изг}^2} + T^2} = \sqrt{0^2 + 668,5^2} = 668,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Строим эпюры крутящих, изгибающих и эквивалентных моментов (см. рис. 1.13).

Определяем сечение вала в самой нагруженной точке. Проверочный расчет вала будем проводить для сечения, где эквивалентный момент максимален – под правым полушавроном в точке D , то есть где $M_{\text{эKB } D} = 673,69 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Тогда

$$d_D = \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{эKB } D}}{\pi \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 673,69 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 60}} = 48,53 \text{ мм}.$$

Выбираем диаметр вала (табл. 1.1) из ряда нормальных линейных размеров ГОСТ6636-69 и принимаем $d_D = 48 \text{ мм}$.

Пример 11. Шестерня одноступенчатого конического редуктора (см. рис. 1.14) передает мощность $P_1 = 2,2 \text{ кВт}$ при частоте вращения $n_1 = 380 \text{ мин}^{-1}$; средний делительный диаметр шестерни $d_1 = 59,801 \text{ мм}$; угол зацепления $\alpha_w = \alpha_t = 20^\circ$; углы при вершине конуса шестерни и колеса соответственно $\delta_1 = 14^\circ 02'$ и $\delta_2 = 75^\circ 57'$. На выходном конце вала расположен шкив. Ременная передача находится под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, а сила, действующая на вал соответственно: $F_{\text{рем}} = 496,465 \text{ Н}$. Материал вала – сталь 40Х, улучшенная. Определить: силы в зацеплении; построить эпюры крутящих, изгибающих и эквивалентных моментов; найти диаметры опасных сечений по $M_{\text{эKB}}$; выполнить расчет вала на выносливость по коэффициенту запаса прочности.

Решение.

1. Момент на ведущем валу редуктора:

$$T_1 = 9,55 \cdot \frac{P_1}{n_1} = \frac{9,55 \cdot 2,2 \cdot 10^3}{380} = 55,29 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

2. Силы в зацеплении соответственно окружная, радиальная, осевая:

$$F_{t_1} = 2T_1 / d_1 = 2 \cdot 55,29 / (59,801 \cdot 10^{-3}) = 1849,13 \text{ Н};$$

$$F_{r_1} = F_{t_1} \text{tg} \alpha_w \cos \delta_1 = 1849,13 \cdot \text{tg} 20^\circ \cos 14^\circ 02' = 652,94 \text{ Н};$$

$$F_{a_1} = F_{t_1} \text{tg} \alpha_w \sin \delta_1 = 1849,13 \cdot \text{tg} 20^\circ \sin 14^\circ 02' = 163,20 \text{ Н}.$$

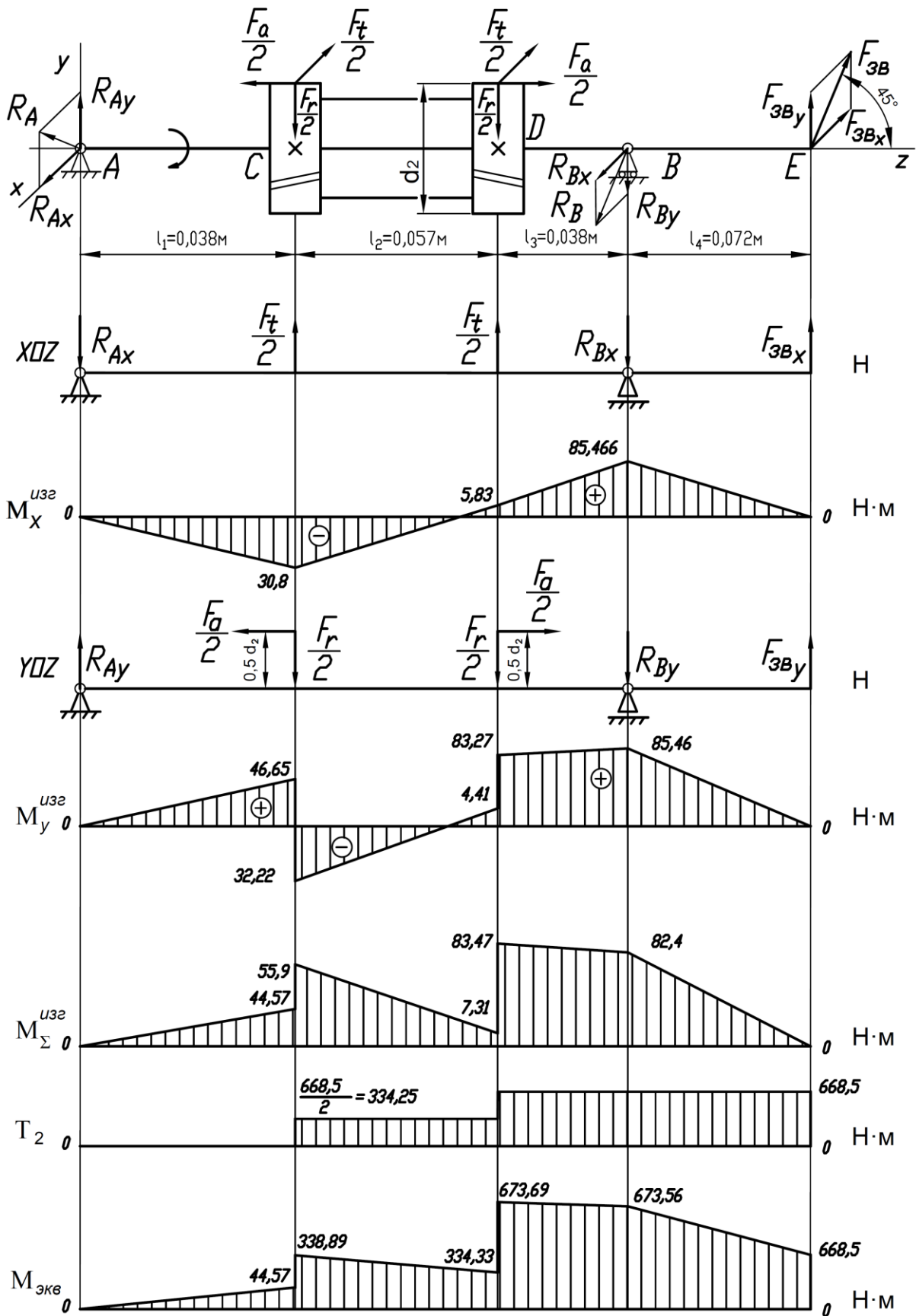


Рис. 1.13. Эпюры $M_x^{изг}$, $M_y^{изг}$, $M_\Sigma^{изг}$, T_2 , $M_{экв}$ тихоходного вала вертикального шевронного редуктора

3. Диаметр входного конца вала определим из расчета на кручение по пониженному допускаемому напряжению $[\tau] = 20$ МПа по формуле:

$$d_1 = \sqrt[3]{16 \cdot T_1 / (\pi \cdot [\tau])} = \sqrt[3]{16 \cdot 55,29 \cdot 10^3 / (3,14 \cdot 20)} = 24,15 \text{ мм.}$$

Полученное значение диаметра округляем до 24 мм в соответствии с рядом нормальных линейных размеров Ra 40 (табл. 1.1).

4. Диаметры вала под подшипники принимаем $d_n = 35$ мм.

5. Составляем расчетную схему вала; при этом условно принимаем, что схематическое изображение подшипников совпадает с точками приложения радиальных реакций.

6. Определяем опорные реакции в горизонтальной плоскости XOZ с учетом того, что момент, создаваемый осевой силой равен:

$$M = F_a \cdot \frac{d_{m1}}{2} = 163,20 \cdot \frac{0,059801}{2} = 4,88 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

а проекции на соответствующие оси от ременной передачи равны:

$$F_{\text{рем}_x} = F_{\text{рем}} \cdot \cos 30^\circ = 496,465 \cdot 0,86603 = 429,95 \text{ Н};$$

$$F_{\text{рем}_y} = F_{\text{рем}} \cdot \cos 60^\circ = 496,465 \cdot 0,5 = 248,23 \text{ Н};$$

$$\sum M_A = -F_{\text{рем}_x} \cdot a - R_{B_x} \cdot b + F_{r1} \cdot (b + c) - M = 0;$$

$$R_{B_x} = \frac{-F_{\text{рем}_x} \cdot a + F_{r1} \cdot (b + c) - M}{b} =$$

$$= \frac{-429,95 \cdot 0,076 + 652,94 \cdot (0,095 + 0,038) - 4,88}{0,095} = 518,79 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = F_{r1} \cdot c - M + R_{A_x} \cdot b - F_{\text{рем}_x} \cdot (a + b) = 0;$$

$$R_{A_x} = \frac{-F_{r1} \cdot c + M + F_{\text{рем}_x} \cdot (a + b)}{b} =$$

$$= \frac{-652,94 \cdot 0,038 + 4,88 + 429,95 \cdot (0,076 + 0,095)}{0,095} = 564,10 \text{ Н.}$$

Проверка:

$$\sum F_x = 0;$$

$$F_{\text{рем}_x} - R_{A_x} - R_{B_x} + F_{t_1} = 429,95 - 564,10 - 518,79 + 652,94 = 0.$$

7. Определяем опорные реакции в вертикальной плоскости YOZ:

$$\sum M_A = -F_{\text{рем}_y} \cdot a + R_{B_y} \cdot b - F_{t_1} \cdot (b + c) = 0;$$

$$R_{B_y} = \frac{F_{\text{рем}_y} \cdot a + F_{t_1} \cdot (b + c)}{b} = \frac{248,23 \cdot 0,076 + 1849,13 \cdot (0,095 + 0,038)}{0,095} =$$

$$= 2787,37 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = -F_{t_1} \cdot c + R_{A_y} \cdot b - F_{\text{рем}_y} \cdot (a + b) = 0;$$

$$R_{A_y} = \frac{F_{t_1} \cdot c + F_{\text{рем}_y} \cdot (a + b)}{b} = \frac{1849,13 \cdot 0,038 + 248,23 \cdot (0,076 + 0,095)}{0,095} =$$

$$= 1187,47 \text{ Н}.$$

Проверка:

$$\sum F_y = 0;$$

$$F_{\text{рем}_y} - R_{A_y} + R_{B_y} - F_{t_1} = 248,23 - 1186,47 + 2787,37 - 1849,13 = 0.$$

8. Реакции в опорах:

$$R_A = \sqrt{R_{A_x}^2 + R_{A_y}^2} = \sqrt{564,10^2 + 1186,47^2} = 1313,74 \text{ Н};$$

$$R_B = \sqrt{R_{B_x}^2 + R_{B_y}^2} = \sqrt{518,79^2 + 2787,37^2} = 2835,24 \text{ Н}.$$

9. Изгибающие моменты в характерных точках в плоскости XOZ:

$$0 \leq z \leq 0,076;$$

$$M_{X_{z=0}} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{X_{z=0,076}} = F_{\text{рем}_x} \cdot z;$$

$$M_{X_{z=0,076}} = 429,95 \cdot 0,076 = 32,68 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$0,076 \leq z \leq 0,171;$$

$$M_{X_{z=0,076}} = F_{\text{pem}_x} \cdot z - R_{A_x} (z - 0,076) = 429,95 \cdot 0,076 - 564,10 \times \\ \times (0,076 - 0,076) = 32,68 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{X_{z=0,171}} = F_{\text{pem}_x} \cdot z - R_{A_x} (z - 0,076) = 429,95 \cdot 0,171 - 564,10 \times \\ \times (0,171 - 0,076) = 19,93 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$0,171 \leq z \leq 0,209;$$

$$M_{X_{z=0,171}} = F_{\text{pem}_x} \cdot z - R_{A_x} (z - 0,076) - R_{B_x} (z - 0,171) = 429,95 \cdot 0,171 - \\ - 564,10 \cdot (0,171 - 0,076) - 518,79 \cdot (0,171 - 0,171) = 19,93 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{X_{z=0,209}} = F_{\text{pem}_x} \cdot z - R_{A_x} (z - 0,076) - R_{B_x} (z - 0,171) = 429,95 \cdot 0,209 - \\ - 564,10 \cdot (0,209 - 0,076) - 518,79 \cdot (0,209 - 0,171) = -4,88 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

10. Изгибающие моменты в характерных точках в плоскости YOZ:

$$0 \leq z \leq 0,076;$$

$$M_{Y_{z=0}} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{Y_{z=0,076}} = F_{\text{pem}_y} \cdot z;$$

$$M_{Y_{z=0,076}} = 248,23 \cdot 0,076 = 18,87 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$0,076 \leq z \leq 0,171;$$

$$M_{Y_{z=0,076}} = F_{\text{pem}_y} \cdot z - R_{A_y} (z - 0,076) = 248,23 \cdot 0,076 - 1186,47 \times \\ \times (0,076 - 0,076) = 18,87 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{Y_{z=0,171}} = F_{\text{pem}_y} \cdot z - R_{A_y} (z - 0,076) = 248,23 \cdot 0,171 - 1186,47 \times \\ \times (0,171 - 0,076) = -70,27 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$0,171 \leq z \leq 0,209;$$

$$M_{Y_{z=0,171}} = F_{\text{pem}_y} \cdot z - R_{A_y} (z - 0,076) + R_{B_y} (z - 0,171) = 248,23 \cdot 0,171 -$$

$$-1186,47 \cdot (0,171 - 0,076) + 2787,37 \cdot (0,171 - 0,171) = -70,27 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{Y_{z=0,209}} = F_{\text{рем},y} \cdot z - R_{A,y} (z - 0,076) + R_{B,y} (z - 0,171) = 248,23 \cdot 0,209 - \\ - 1186,47 \cdot (0,209 - 0,076) + 2787,37 \cdot (0,209 - 0,171) = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

11. Определение суммарных изгибающих моментов:

$$M_{\Sigma C}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{x_{z=0}}^2 + M_{y_{z=0}}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma A}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{x_{z=0,076}}^2 + M_{y_{z=0,076}}^2} = \sqrt{32,68^2 + 18,87^2} = 37,74 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma B}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{z=0,171}^2 + M_{y_{z=0,171}}^2} = \sqrt{19,93^2 + (-70,27)^2} = 73,04 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma D}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{z=0,209}^2 + M_{y_{z=0,209}}^2} = \sqrt{(-4,88)^2 + 0^2} = 4,88 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

12. Определение эквивалентных моментов:

$$M_{\text{экв}C} = \sqrt{M_{\Sigma z=0}^{\text{изг}^2} + T_1^2} = \sqrt{0^2 + 55,29^2} = 55,29 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экв}A} = \sqrt{M_{\Sigma z=0,076}^{\text{изг}^2} + T_1^2} = \sqrt{37,74^2 + 55,29^2} = 66,94 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экв}B} = \sqrt{M_{\Sigma z=0,171}^{\text{изг}^2} + T_1^2} = \sqrt{73,04^2 + 55,29^2} = 91,61 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экв}D} = \sqrt{M_{\Sigma z=0,209}^{\text{изг}^2} + T_1^2} = \sqrt{4,88^2 + 55,29^2} = 55,50 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

13. Определяем диаметры валов в опасных сечениях.

Опасными сечениями являются: сечение *A* при $z = 0,076$ м, где концентрацию напряжений вызывает наличие паза с резьбой М33×1,5 под внутренний выступ стопорной многолапчатой шайбы и сечение *B* при $z = 0,171$ м, где концентрация напряжений обусловлена посадкой подшипника с гарантированным натягом.

$$d_A = \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{экв}A}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 66,94 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 60}} = 22,49 \text{ мм};$$

$$d = 33 \text{ мм} > 22,49 \text{ мм};$$

$$d_B = \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{экв}B}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 91,61 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 60}} = 24,97 \text{ мм};$$

$$d_n = 35 \text{ мм} > 24,97.$$

14. Строим эпюры крутящих, изгибающих и эквивалентных моментов.

15. Определяем коэффициенты запаса прочности для опасных сечений, считая, что нормальные напряжения от изгиба изменяются по симметричному циклу, а касательные от кручения – по отнулевому (пульсирующему). Материал вала – сталь 40Х, для которой см. табл. 1.2 $\sigma_B = 900 \text{ МПа}$; $\sigma_T = 750 \text{ МПа}$; $\sigma_{-1} = 410 \text{ МПа}$; $\tau_T = 450 \text{ МПа}$; $\tau_{-1} = 240 \text{ МПа}$; $\psi_\sigma = 0,1$; $\psi_\tau = 0,05$.

В сечении *A* действует крутящий момент $T = 55,29 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

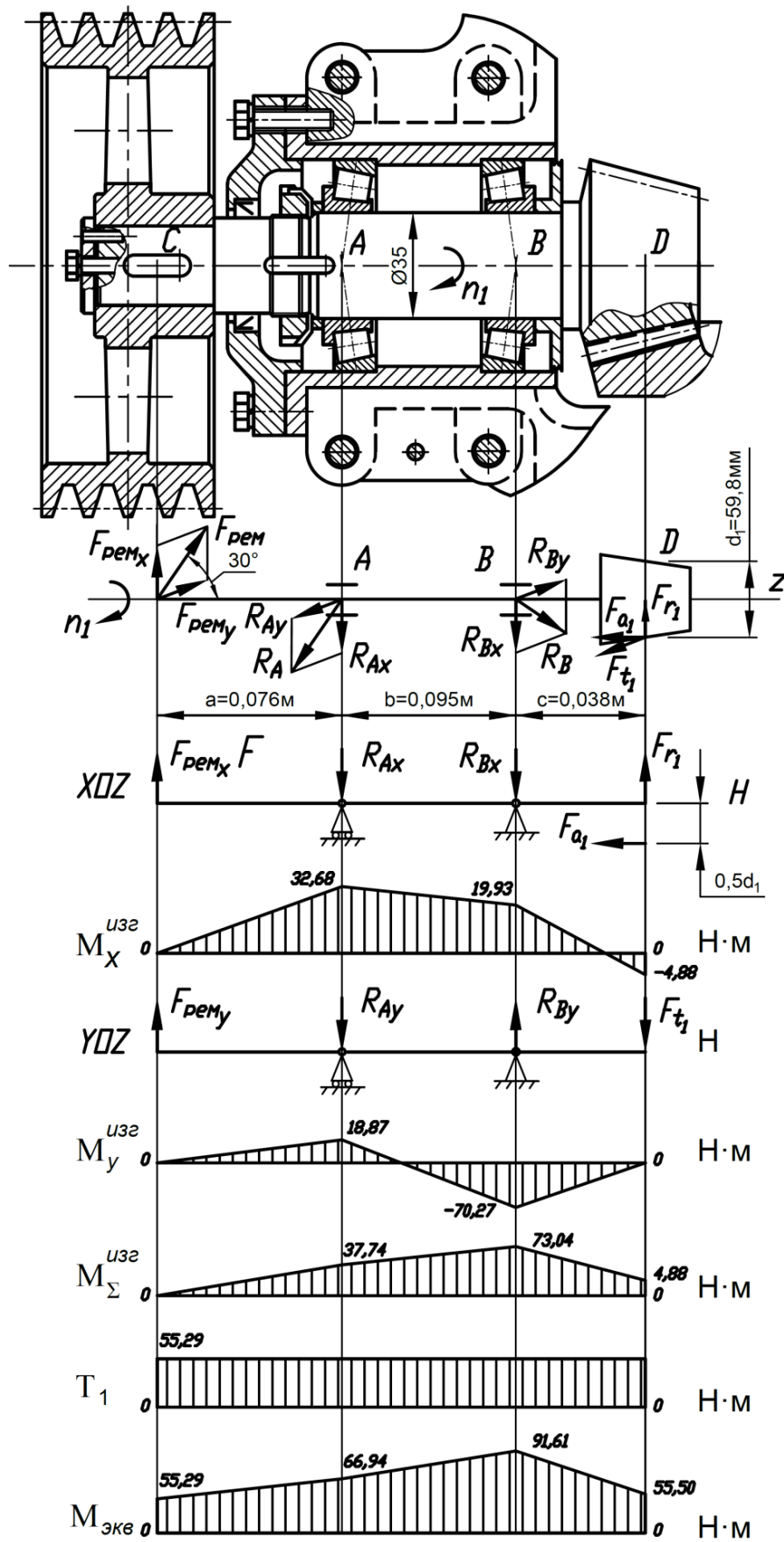


Рис. 1.14. Эпюры $M_x^{изг}$, $M_y^{изг}$, $M_\Sigma^{изг}$, T_1 , $M_{экв}$ быстроходного вала одноступенчатого конического редуктора

Моменты сопротивления кручению и изгибу в сечении для паза с размерами $b \times t = 6 \times 3,0$:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = 3,14 \cdot \frac{33^3}{16} - \frac{6 \cdot 3(33-3)^2}{2 \cdot 33} = 6807,18 \text{ мм}^3;$$

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{3,14 \cdot 33^3}{32} - \frac{6 \cdot 3(33-3)^2}{2 \cdot 33} = 3280,87 \text{ мм}^3.$$

Определяем среднее напряжение и амплитуду переменных составляющих циклов напряжений:

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{\max}}{2} = \frac{T}{2W_p} = \frac{55,29 \cdot 10^3}{2 \cdot 6807,18} = 4,06 \text{ МПа};$$

$$\sigma_m = 0 \text{ МПа};$$

$$\sigma_a = \frac{M_{\Sigma}^{\text{изг}}}{W_x} = \frac{37,74 \cdot 10^3}{3280,87} = 11,5 \text{ МПа}.$$

Определяем коэффициент запаса прочности:

$$s_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a \cdot k_{\sigma\text{Д}} + \psi_{\sigma} \cdot \tau_m} = \frac{410}{11,5 \cdot 1,88 + 0,1 \cdot 0} = 18,96;$$

$$s_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a \cdot k_{\tau\text{Д}} + \psi_{\tau} \cdot \tau_m} = \frac{240}{4,06 \cdot 1,21 + 0,05 \cdot 4,06} = 46,91,$$

где $k_{\sigma\text{Д}}$ и $k_{\tau\text{Д}}$ – коэффициенты снижения предела выносливости детали в рассматриваемом сечении вала, по ГОСТ 25.504-82:

$$k_{\sigma\text{Д}} = \left(\frac{k_{\sigma}}{k_{d\sigma}} + \frac{1}{k_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_{\nu}} = \left(\frac{2,0}{0,65} + \frac{1}{0,9} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1,7} = 1,88;$$

$$k_{\tau\text{Д}} = \left(\frac{k_{\tau}}{k_{d\tau}} + \frac{1}{k_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_{\nu}} = \left(\frac{1,9}{0,65} + \frac{1}{0,9} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,5} = 1,21;$$

$k_{\sigma} = 2,0$; $k_{\tau} = 1,9$ – эффективные коэффициенты концентрации напряжений, принимается из табл. 1.3;

$k_{d\sigma} = 0,65$; $k_{d\tau} = 0,65$ – коэффициенты влияния абсолютных размеров рассматриваемого поперечного сечения, принимаются по графику (см. рис. 1.4);

$k_{F\sigma} = 0,9$; $k_{F\tau} = 0,9$ – коэффициенты влияния параметров шероховатости поверхности, принимаются по графику (см. рис. 1.5);

$k_{\nu\sigma} = 1,7$; $k_{\nu\tau} = 2,5$ – коэффициенты влияния поверхностного упрочнения, принимается из табл. 1.4.

Общий коэффициент запаса прочности:

$$s = \frac{s_{\sigma} \cdot s_{\tau}}{\sqrt{s_{\sigma}^2 + s_{\tau}^2}} = \frac{18,96 \cdot 46,91}{\sqrt{18,96^2 + 46,91^2}} = 17,5.$$

Прочность вала обеспечена, но сравнивая полученное значение с допускаемым $s \geq [s] = 1,8$ (учтены основные нагрузки без учета динамических), приходим к выводу, что в рассматриваемом сечении вала обнаруживается большой запас усталостной прочности и выбирать легированную сталь 40X не было необходимости.

В сечении B , где посадка подшипника с гарантированным натягом, действует крутящий момент $T = 55,29$ Н·м.

Момент сопротивления кручению и изгибу с учетом ослабления вала:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} = 3,14 \cdot \frac{35^3}{16} = 8414,22 \text{ мм}^3;$$

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 35^3}{32} = 4207,11 \text{ мм}^3.$$

Определяем среднее напряжение и амплитуду переменных составляющих циклов напряжений

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{\max}}{2} = \frac{T}{2W_p} = \frac{55,29 \cdot 10^3}{2 \cdot 8414,22} = 3,29 \text{ МПа};$$

$$\sigma_m = 0 \text{ МПа};$$

$$\sigma_a = \frac{M_{\Sigma}^{\text{изг}}}{W_x} = \frac{73,04 \cdot 10^3}{4207,11} = 17,36 \text{ МПа}.$$

Определяем коэффициент запаса прочности:

$$s_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a \cdot k_{\sigma D} + \psi_{\sigma} \cdot \tau_m} = \frac{410}{17,36 \cdot 3,32 + 0,1 \cdot 0} = 7,11;$$

$$s_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a \cdot k_{\tau D} + \psi_{\tau} \cdot \tau_m} = \frac{240}{3,29 \cdot 1,58 + 0,05 \cdot 3,29} = 44,75,$$

где $k_{\sigma Д}$ и $k_{\tau Д}$ – коэффициенты снижения предела выносливости детали в рассматриваемом сечении вала, по ГОСТ 25.504-82:

$$k_{\sigma Д} = \left(\frac{k_{\sigma}}{k_{d\sigma}} + \frac{1}{k_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_{\nu}} = \left(\frac{3,6}{0,65} + \frac{1}{0,9} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1,7} = 3,32;$$

$$k_{\tau Д} = \left(\frac{k_{\tau}}{k_{d\tau}} + \frac{1}{k_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_{\nu}} = \left(\frac{2,5}{0,65} + \frac{1}{0,9} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,5} = 1,58;$$

$k_{\sigma} = 3,6$; $k_{\tau} = 2,5$ – эффективные коэффициенты концентрации напряжений, принимается из табл. 1.3;

$k_{d\sigma} = 0,65$; $k_{d\tau} = 0,65$ – коэффициенты влияния абсолютных размеров рассматриваемого поперечного сечения, принимаются по графику (см. рис. 1.4);

$k_{F\sigma} = 0,9$; $k_{F\tau} = 0,9$ – коэффициенты влияния параметров шероховатости поверхности, принимаются по графику (см. рис. 1.5);

$k_{\nu\sigma} = 1,7$; $k_{\nu\tau} = 2,5$ – коэффициент влияния поверхностного упрочнения, принимается из табл. 1.4.

Общий коэффициент запаса прочности:

$$s = \frac{s_{\sigma} s_{\tau}}{\sqrt{s_{\sigma}^2 + s_{\tau}^2}} = \frac{7,11 \cdot 44,75}{\sqrt{7,11^2 + 44,75^2}} = 7,02.$$

Условие $s \geq [s]$ выполнено. Прочность вала обеспечена, но было необходимо выбрать более дешевую сталь и уменьшить диаметр вала.

Пример 12. Произвести уточненный расчет конца вала, имеющего диаметр 18 мм со шпоночной канавкой. Конец вала передает только крутящий момент. Передаваемая мощность $P = 9,8$ кВт, частота вращения $n = 720$ мин⁻¹. Закладную призматическую шпонку подобрать по ГОСТ 23360-78, касательные напряжения изменяются по пульсирующему циклу (редкое реверсирование). Материал вала – сталь 45, для которой см. табл. 1.2 $\sigma_B = 900$ МПа; $\sigma_{-1} = 380$ МПа; $\tau_{-1} = 230$ МПа; $\psi_{\tau} = 0,05$.

Решение.

Определяем крутящий момент, передаваемый валом:

$$T = 9550 \cdot \frac{P}{n} = 9550 \cdot \frac{9,8}{720} = 129,99 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Подбираем размеры сечения шпонки в зависимости от $d = 18$ мм согласно ГОСТ 23360-78; $b \times h = 6 \times 6$ мм, $t_1 = 3,5$ мм, $t_2 = 2,8$ мм.

Определяем полярный момент сопротивления для сечения конца вала, ослабленного шпоночным пазом,

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt_1(d-t_1)^2}{2d} = 3,14 \cdot \frac{18^3}{16} - \frac{6 \cdot 3,5(18-3,5)^2}{2 \cdot 18} = 1021,88 \text{ мм}^3.$$

Определяем среднее напряжение и амплитуду цикла касательных напряжений

$$\tau_m = \tau_a = \frac{\tau_{\max}}{2} = \frac{T}{2W_p} = \frac{129,99 \cdot 10^3}{2 \cdot 1021,88} = 63,6 \text{ МПа}.$$

Определяем коэффициент запаса прочности:

$$s = s_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a \cdot k_{\tau Д} + \psi_\tau \cdot \tau_m} = \frac{230}{63,6 \cdot 0,916 + 0,05 \cdot 63,6} = 3,74 \geq [s] = 2,5,$$

где $k_{\tau Д}$ – коэффициент снижения предела выносливости детали в рассматриваемом сечении вала, по ГОСТ 25.504-82:

$$k_{\tau Д} = \left(\frac{k_\tau}{k_{d\tau}} + \frac{1}{k_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_v} = \left(\frac{1,9}{0,91} + \frac{1}{0,9} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 0,916;$$

$k_\tau = 1,9$ – эффективный коэффициент концентрации напряжений, принимается из табл. 1.3;

$k_{d\tau} = 0,91$ – коэффициент влияния абсолютных размеров рассматриваемого поперечного сечения, принимается по графику (см. рис. 1.4);

$k_{F\tau} = 0,9$ – коэффициент влияния параметров шероховатости поверхности, принимается по графику (см. рис. 1.5);

$k_v = 2,4$ – коэффициент влияния поверхностного упрочнения, принимается из табл. 1.4.

Для обеспечения прочности коэффициент запаса прочности должен быть не менее $[s] = 1,3-1,5$, а учитывая требования жесткости рекомендуют $[s] = 2,5-4,0$. Полученное значение $s = 3,74$ достаточно.

Пример 13. Произвести уточненный расчет конца вала с прямобочными шлицами по ГОСТ 1139-80 средней серии с размерами

$D - 8 \times 36 \times 42 \frac{H7}{h7} \times 7 \frac{F10}{h9}$. Конец вала передает только крутящий момент

$T = 678,21 \text{ Н} \cdot \text{м}$; касательные напряжения изменяются по симметричному циклу (частое реверсирование). Материал вала – сталь 12ХН, для которой см. табл. 1.2 $\sigma_B = 950 \text{ МПа}$; $\sigma_{-1} = 420 \text{ МПа}$; $\tau_{-1} = 210 \text{ МПа}$; $\psi_\tau = 0,05$.

Решение.

Определяем полярный момент сопротивления для сечения конца вала, ослабленного шлицами,

$$W_p = \xi \frac{\pi d^3}{16} = 1,205 \cdot \frac{3,14 \cdot 42^3}{16} = 17\,520,42 \text{ мм}^3,$$

где $\xi = 1,205$ – для шлиц средней серии (см. табл. 1.3).

Определяем среднее напряжение

$$\tau_m = 0$$

и амплитуду цикла касательных напряжений

$$\tau_a = \tau_{\max} = \frac{T}{W_p} = \frac{678,21 \cdot 10^3}{17520,42} = 38,71 \text{ МПа.}$$

Определяем коэффициент запаса прочности:

$$s = s_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a \cdot k_{\tau Д} + \psi_\tau \cdot \tau_m} = \frac{210}{38,71 \cdot 1,62 + 0,05 \cdot 0} = 3,3 \geq 2,5,$$

где $k_{\tau Д}$ – коэффициент снижения предела выносливости детали в рассматриваемом сечении вала, по ГОСТ 25.504-82:

$$k_{\tau Д} = \left(\frac{k_\tau}{k_{d\tau}} + \frac{1}{k_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_v} = \left(\frac{2,8}{0,75} + \frac{1}{0,87} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 1,62;$$

$k_\tau = 2,8$ – эффективный коэффициент концентрации напряжений, принимается из табл. 1.3;

$k_{d\tau} = 0,75$ – коэффициент влияния абсолютных размеров рассматриваемого поперечного сечения, принимается по графику (см. рис. 1.4);

$k_{F\tau} = 0,87$ – коэффициент влияния параметров шероховатости поверхности, принимается по графику (см. рис. 1.5);

$k_v = 2,4$ – коэффициент влияния поверхностного упрочнения, принимается из табл. 1.4.

$s = 3,3$ – это больше, чем требуемый $[s] = 2,5$, следовательно, условие $s \geq [s]$ выполнено. Прочность вала обеспечена.

Пример 14. Рассчитать выходной вал цилиндрического косозубого двухступенчатого редуктора (см. рис. 1.15), соединенного с валом электро-

двигателя муфтой упругой со звездочкой $F_M = 650,1 \text{ Н} \cdot \text{м}$, если вращающий момент на ведущем валу $T = 66,041 \text{ Н} \cdot \text{м}$; делительный диаметр шестерни $d = 56,88 \text{ мм}$; силы, действующие в зацеплении – окружная $F_t = 2216,8 \text{ Н}$, радиальная $F_r = 819,4 \text{ Н}$, осевая $F_a = 393,4 \text{ Н}$. Определить опорные реакции; диаметр вала в опасном сечении по третьей теории прочности, приняв $[\sigma] = 60 \text{ Н/мм}^2$; проверить жесткость вала.

Решение.

Определяем опорные реакции, пользуясь расчетной схемой.

1. В горизонтальной плоскости XOZ :

$$\sum M_A = -R_{B_x} \cdot 0,170 + F_r \cdot 0,050 - F_a \cdot \left(\frac{d}{2}\right) = 0;$$

$$R_{B_x} = \frac{F_r \cdot 0,050 - F_a \cdot \left(\frac{d}{2}\right)}{0,170} = \frac{819,4 \cdot 0,050 - 393,4 \cdot \left(\frac{0,05688}{2}\right)}{0,170} = 175,2 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = +R_{A_x} \cdot 0,170 - F_r \cdot 0,120 - F_a \cdot \left(\frac{d}{2}\right) = 0;$$

$$R_{A_x} = \frac{F_r \cdot 0,120 + F_a \cdot \left(\frac{d}{2}\right)}{0,170} = \frac{819,4 \cdot 0,120 + 393,4 \cdot \left(\frac{0,05688}{2}\right)}{0,170} = 644,2 \text{ Н}.$$

Проверка:

$$\sum F_x = 0;$$

$$-R_{A_x} - R_{B_x} + F_r = -175,2 - 644,2 + 819,4 = 0.$$

2. Определяем опорные реакции в вертикальной плоскости YOZ :

$$\sum M_A = +R_{B_y} \cdot 0,170 - F_t \cdot 0,050 - F_M \cdot 0,080 = 0;$$

$$R_{B_y} = \frac{F_t \cdot 0,050 + F_M \cdot 0,080}{0,170} = \frac{2216,8 \cdot 0,050 + 650,1 \cdot 0,080}{0,170} = 957,9 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = -R_{A_y} \cdot 0,170 + F_t \cdot 0,120 - F_M \cdot 0,250 = 0;$$

$$R_{A_y} = \frac{F_t \cdot 0,120 - F_M \cdot 0,250}{0,170} = \frac{2216,8 \cdot 0,120 - 650,1 \cdot 0,250}{0,170} = 608,8 \text{ Н}.$$

Проверка:

$$\sum F_y = 0;$$

$$-F_t + R_{A_y} + R_{B_y} + F_M = -2216,8 + 608,8 + 957,9 + 650,1 = 0.$$

3. Суммарные радиальные реакции подшипников соответственно в опоре A и B :

$$R_A = \sqrt{R_{A_x}^2 + R_{A_y}^2} = \sqrt{644,2^2 + 608,8^2} = 886,4 \text{ Н.}$$

$$R_B = \sqrt{R_{B_x}^2 + R_{B_y}^2} = \sqrt{175,2^2 + 957,9^2} = 973,8 \text{ Н.}$$

4. Изгибающие моменты в характерных точках в плоскости XOZ :

$$0 \leq z \leq 0,080;$$

$$M_{X_{z=0}} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{X_{z=0,080}} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

$$0,080 \leq z \leq 0,13;$$

$$M_{X_{z=0,080}} = -R_{A_x} (z - 0,080) = -644,2 \cdot (0,080 - 0,080) = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{X_{z=0,130}} = -R_{A_x} (z - 0,080) = -644,2 \cdot (0,130 - 0,080) = -32,2 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

$$0,130 \leq z \leq 0,250;$$

$$M_{X_{z=0,130}} = -R_{A_x} (z - 0,080) + F_r (z - 0,130) + F_a \cdot \left(\frac{d}{2}\right) =$$

$$= -644,2 \cdot (0,130 - 0,080) + 819,4 \cdot (0,130 - 0,130) + 393,4 \cdot \left(\frac{0,05688}{2}\right) = -21 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{X_{z=0,250}} = -R_{A_x} (z - 0,080) + F_r (z - 0,130) + F_a \cdot \left(\frac{d}{2}\right) =$$

$$= -644,2 \cdot (0,250 - 0,080) + 819,4 \cdot (0,250 - 0,130) + 393,4 \cdot \left(\frac{0,05688}{2}\right) = 0 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

5. Изгибающие моменты в характерных точках в плоскости YOZ:

$$0 \leq z \leq 0,080;$$

$$M_{Y_{z=0}} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{Y_{z=0,080}} = F_M \cdot z = 650,1 \cdot 0,080 = 52 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$0,080 \leq z \leq 0,130;$$

$$\begin{aligned} M_{Y_{z=0,080}} &= F_M \cdot z + R_{A_y} (z - 0,080) = \\ &= 650,1 \cdot 0,080 + 608,8 \cdot (0,080 - 0,080) = 52 \text{ Н} \cdot \text{м}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{Y_{z=0,130}} &= F_M \cdot z + R_{A_y} (z - 0,080) = \\ &= 650,1 \cdot 0,130 + 608,8 \cdot (0,130 - 0,080) = 114,9 \text{ Н} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

$$0,130 \leq z \leq 0,250;$$

$$\begin{aligned} M_{Y_{z=0,130}} &= F_M \cdot z + R_{A_y} (z - 0,080) - F_t (z - 0,130) = 650,1 \cdot 0,130 + \\ &+ 608,8 \cdot (0,130 - 0,080) - 2216,8 \cdot (0,130 - 0,130) = 114,9 \text{ Н} \cdot \text{м}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{Y_{z=0,17}} &= F_M \cdot z + R_{A_y} (z - 0,080) - F_t (z - 0,130) = 650,1 \cdot 0,250 + \\ &+ 608,8 \cdot (0,250 - 0,080) - 2216,8 \cdot (0,250 - 0,130) = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

6. Определение суммарных изгибающих моментов:

$$M_{\Sigma_C}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{x_{z=0}}^2 + M_{y_{z=0}}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma_A}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{x_{z=0,080}}^2 + M_{y_{z=0,080}}^2} = \sqrt{0^2 + 52^2} = 52 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma_D}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{x_{z=0,130}}^2 + M_{y_{z=0,130}}^2} = \sqrt{(-21)^2 + 114,9^2} = 116,80 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma_{D'}}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{x_{z=0,130}}^2 + M_{y_{z=0,130}}^2} = \sqrt{(-32,2)^2 + 114,9^2} = 224,69 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma_B}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{z=0,250}^2 + M_{y_{z=0,250}}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

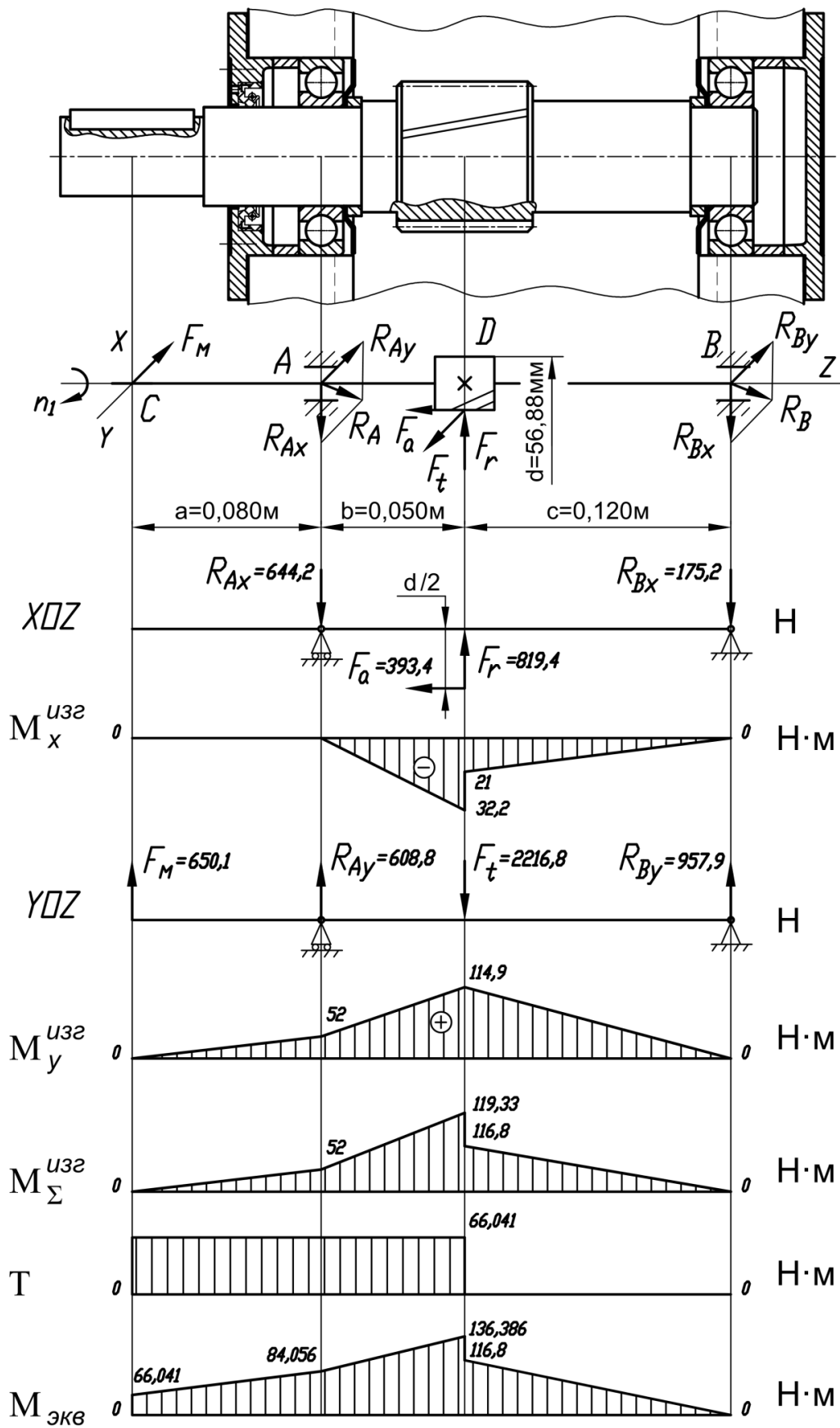


Рис. 1.15. Эпюры $M_x^{изг}$, $M_y^{изг}$, $M_\Sigma^{изг}$, T , $M_{экв}$ выходного вала цилиндрического косозубого двухступенчатого редуктора

7. Определение эквивалентных моментов:

$$M_{\text{экв}C} = \sqrt{M_{\Sigma C}^{\text{изг}^2} + T_1^2} = \sqrt{0^2 + 66,041^2} = 66,041 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экв}A} = \sqrt{M_{\Sigma A}^{\text{изг}^2} + T_1^2} = \sqrt{52^2 + 66,041^2} = 84,056 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экв}D} = \sqrt{M_{\Sigma D}^{\text{изг}^2} + T_1^2} = \sqrt{116,8^2 + 0^2} = 116,8 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экв}D} = \sqrt{M_{\Sigma D}^{\text{изг}^2} + T_1^2} = \sqrt{119,33^2 + 66,041^2} = 136,386 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{экв}B} = \sqrt{M_{\Sigma B}^{\text{изг}^2} + T_1^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

8. По условиям работы зубчатого зацепления опасным является прогиб вала под шестерней. Диаметр вала в этом сечении определяем по формуле

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{экв}D}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 136,386 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 60}} = 28,5 \text{ мм}.$$

Для определения прогиба используем табл. 1.6. Средний диаметр на участке l (см. рис. 1.1) принимаем равным диаметру впадин шестерни $d_f = d - 2,5m_n = 56,88 - 2,5 \cdot 2 = 51,88 \text{ мм}$.

Прогиб в горизонтальной плоскости от окружной силы F_t и F_M :

$$y_{\text{гор.}} = F_t \cdot a^2 \cdot b^2 / (3EI_x l) + F_M \cdot c \cdot a(l^2 - a^2) / (6EI_x l);$$

$$y_{\text{гор.}} = 2216,8 \cdot 120^2 \cdot 50^2 / (3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 35,54 \cdot 10^4 \cdot 170) +$$

$$+ 650,1 \cdot 80 \cdot 120(170^2 - 120^2) / (6 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 35,54 \cdot 10^4 \cdot 170) = 0,0033 \text{ мм},$$

где I_x – осевой момент инерции:

$$I_x = \pi d^4 / 64 = (\pi \cdot 51,88 \cdot 10^4) / 64 = 35,54 \cdot 10^4 \text{ мм}^4.$$

Прогиб в вертикальной плоскости от радиальной силы F_r :

$$y_{\text{вер.}} = F_r \cdot a^2 \cdot b^2 / (3EI_x l) = 819,4 \cdot 120^2 \cdot 50^2 / (3 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 35,54 \cdot 10^4 \cdot 170) = \\ = 0,00078 \text{ мм.}$$

От момента M_a , возникающего от осевой силы, прогиб равен 0.
Суммарный прогиб

$$y = \sqrt{y_{\text{гор.}}^2 + y_{\text{вер.}}^2} = \sqrt{0,0033^2 + 0,00078^2} \approx 0,0034 \text{ мм.}$$

Допускаемый прогиб

$$[y] = (0,0002 \dots 0,0003)l = (0,0002 \dots 0,0003) \cdot (170) = \\ = 0,034 \dots 0,051 \text{ мм.}$$

Полученное значение прогиба вала меньше допускаемого значения $[y] = 0,0034$ мм. Аналогично проверяют углы поворота в опорах.

Таким образом, условие жесткости выполняется. Диаметр вала можно сохранить. Однако этот вопрос нельзя окончательно решить без выполнения условия прочности и расчета подшипников.

Пример 15. Вал коробки передач при условии зацепления цилиндрических прямозубых колес $z_1 - z_2$ и $z_3 - z_4$ (см. рис. 1.1) передает вращающий момент $T_2 = 224\,000$ Н·м; делительные диаметры $d_2 = 238,5$ мм, $d_3 = 140$ мм. Определить: усилия в зацеплениях, реакции в опорах и суммарные реакции, которые требуются при подборе подшипников; построить эпюры изгибающих и эквивалентных моментов.

Решение.

1. Предварительно определяем диаметр вала по формуле:

$$d = \sqrt[3]{\frac{T_2}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{224\,000}{0,2 \cdot 20}} = 38,26 \text{ мм.}$$

2. Окружное усилие в зацеплении $z_1 - z_2$:

$$F_{t_2} = \frac{2T_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 224\,000}{238,5} = 1878,41 \text{ Н.}$$

3. Радиальное усилие в этом же зацеплении:

$$F_{r_2} = F_{t_2} \cdot \text{tg}20^\circ = 1878,41 \cdot 0,364 = 683,7 \text{ Н.}$$

Раскладываем эти усилия на вертикальные и горизонтальные составляющие:

$$F_{t_{2y}} = F_{t_2} \cdot \cos 15^\circ = 3,41 \cdot 0,9659 = 1814,36 \text{ Н.}$$

$$F_{t_{2x}} = F_{t_2} \cdot \sin 15^\circ = 3,41 \cdot 0,2588 = 486,13 \text{ Н.}$$

$$F_{r_{2y}} = F_{r_2} \cdot \sin 15^\circ = 7 \cdot 0,2588 = 176,94 \text{ Н.}$$

$$F_{r_{2x}} = F_{r_2} \cdot \cos 15^\circ = 7 \cdot 0,9659 = 660,38 \text{ Н.}$$

Окружное усилие в зацеплении $z_3 - z_4$:

$$F_x'' = F_{t_3} = \frac{2T_2}{d_3} = \frac{2 \cdot 224\,000}{140} = 3200 \text{ Н;}$$

радиальное $F_y'' = F_{r_3} = F_{t_3} \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 3200 \cdot 0,364 = 1164,8 \text{ Н.}$

Равнодействующие в горизонтальной и вертикальной плоскости зацепления $z_2 - z_3$:

$$F_x' = F_{t_{2x}} - F_{r_{2x}} = 486,13 - 660,38 = 1146,51 \text{ Н;}$$

$$F_y' = F_{t_{2y}} - F_{r_{2y}} = 1814,36 - 176,94 = 1637,42 \text{ Н.}$$

4. Реакции опор в двух плоскостях:

а) в горизонтальной XOZ :

$$\sum M_{A_x} = 0, \quad F_x' \cdot 50 + F_x'' \cdot 200 - R_{B_x} \cdot 310 = 0;$$

$$R_{B_x} = \frac{1146,51 \cdot 50 + 3200 \cdot 200}{310} = 2249,44 \text{ Н.}$$

$$\sum M_{B_x} = 0, \quad F_x'' \cdot 110 + F_x' \cdot 260 - R_{A_x} \cdot 310 = 0;$$

$$R_{A_x} = \frac{3200 \cdot 110 + 1146,51 \cdot 260}{310} = 2097,07 \text{ Н.}$$

Проверка правильности определения реакций:

$$\sum F_x = 0, \quad F'_x + F''_x - R_{A_x} - R_{B_x} = 1146,51 + 3200 - 2097,07 - 2249,44 = 0;$$

б) в вертикальной YOZ:

$$\sum M_{A_y} = 0, \quad F'_y \cdot 50 + F''_y \cdot 200 - R_{B_y} \cdot 310 = 0;$$

$$R_{B_y} = \frac{1637,42 \cdot 50 + 1164,8 \cdot 200}{310} = 1015,58 \text{ Н.}$$

$$\sum M_{B_y} = 0, \quad F''_y \cdot 110 + F'_y \cdot 260 - R_{A_y} \cdot 310 = 0;$$

$$R_{A_y} = \frac{1164,8 \cdot 110 + 1637,42 \cdot 260}{310} = 1786,64 \text{ Н.}$$

Проверка правильности определения реакций:

$$\sum F_y = 0, \quad F'_y + F''_y - R_{A_y} - R_{B_y} = 1637,42 + 1164,8 - 1786,64 - 1015,58 = 0.$$

5. Изгибающие моменты в плоскостях:

$$M'_x = R_{A_x} \cdot 50 = 2097,07 \cdot 50 = 104\,853,5 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

$$M'_y = R_{A_y} \cdot 50 = 1786,64 \cdot 50 = 89\,332 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

$$M''_x = R_{B_x} \cdot 110 = 2249,44 \cdot 110 = 247\,438,4 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

$$M''_y = R_{B_y} \cdot 110 = 1015,58 \cdot 110 = 111\,713,8 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

6. Результирующие изгибающие моменты, приведенные в одну плоскость в сечениях под зубчатыми колесами «2» и «3»:

$$M_{\Sigma_2}^{\text{изг}} = \sqrt{(M'_x)^2 + (M'_y)^2} = \sqrt{104\,853,5^2 + 89\,332^2} = 137\,747,82 \text{ Н};$$

$$M_{\Sigma_3}^{\text{изг}} = \sqrt{(M''_x)^2 + (M''_y)^2} = \sqrt{247\,438,4^2 + 111\,713,8^2} = 271\,488 \text{ Н}.$$

7. Эквивалентные моменты:

$$M_{\text{экв}_2} = \sqrt{(M_{\Sigma_2}^{\text{изг}})^2 + T^2} = \sqrt{137\,747^2 + 224\,000^2} = 262\,964,32 \text{ Н};$$

$$M_{\text{экв}_3} = \sqrt{(M_{\Sigma_3}^{\text{изг}})^2 + T^2} = \sqrt{271\,488^2 + 224\,000^2} = 351\,968,37 \text{ Н}.$$

8. Суммарные реакции в опорах:

$$R_A = \sqrt{R_{A_y}^2 + R_{A_x}^2} = \sqrt{1786,64^2 + 2097,07^2} = 2754,96 \text{ Н};$$

$$R_B = \sqrt{R_{B_y}^2 + R_{B_x}^2} = \sqrt{1015,58^2 + 2249,44^2} = 2468,07 \text{ Н}.$$

В сечении I–I действует наибольший изгибающий момент $M_{\text{экв}} = 351\,968,37 \text{ Н}$ и крутящий момент $T = 224\,000 \text{ Н}$. Концентрация напряжений вызвана наличием шпоночной канавки. Концентрация напряжений от посадки зубчатых колес сказывается только у торца ступицы II–II. Проверочный расчет вала на выносливость выполняется аналогично примерам, рассмотренным выше.

Пример 16. Рассчитать промежуточный вал 2-ступенчатого горизонтального редуктора с цилиндрическими косозубыми колесами (см. рис. 1.16). Передаваемый крутящий момент $T_2 = 134,77 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Для быстроходной ступени редуктора: окружная сила $F_{t_2} = 1612,3 \text{ Н}$, радиальная сила $F_{r_2} = 598,2 \text{ Н}$, осевая сила $F_{a_2} = 318,954 \text{ Н}$. Для тихоходной ступени: окружная сила $F_{t_3} = 4162,3 \text{ Н}$, радиальная сила $F_{r_3} = 1538,66 \text{ Н}$, осевая сила $F_{a_3} = 738,42 \text{ Н}$. Диаметр делительной окружности колеса и шестерни $d_2 = 167,176 \text{ мм}$ и $d_3 = 62,96 \text{ мм}$. Найти радиальные реакции в опорах. Для вала – материал сталь 40X с учетом предотвращения усталостного разрушения принять $[\sigma] = 60 \text{ МПа}$.

Решение.

1. Определяем опорные реакции в горизонтальной плоскости XOZ:

$$\sum M_A = 0;$$

$$-F_{r_2} \cdot 0,044 + F_{a_2} \cdot \frac{d_2}{2} + F_{r_3} \cdot 0,098 + F_{a_3} \cdot \frac{d_3}{2} - R_{B_x} \cdot 0,152 = 0;$$

$$R_{B_x} = \frac{-F_{r_2} \cdot 0,044 + F_{a_2} \cdot \frac{d_2}{2} + F_{r_3} \cdot 0,098 + F_{a_3} \cdot \frac{d_3}{2}}{0,152} =$$

$$= \frac{-598,2 \cdot 0,044 + 318,954 \cdot \frac{0,167176}{2} + 1538,66 \cdot 0,098 + 738,42 \cdot \frac{0,06296}{2}}{0,152} =$$

$$= 1147,2 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = -F_{r_3} \cdot 0,054 + F_{a_3} \cdot \frac{d_3}{2} + F_{r_2} \cdot 0,108 + F_{a_2} \cdot \frac{d_2}{2} - R_{A_x} \cdot 0,152 = 0;$$

$$R_{A_x} = \frac{-F_{r_3} \cdot 0,054 + F_{a_3} \cdot \frac{d_3}{2} + F_{r_2} \cdot 0,108 + F_{a_2} \cdot \frac{d_2}{2}}{0,152} =$$

$$= \frac{-1538,66 \cdot 0,054 + 738,42 \cdot \frac{0,06296}{2} + 598,2 \cdot 0,108 + 318,954 \cdot \frac{0,167176}{2}}{0,152} =$$

$$= 206,7 \text{ Н}.$$

Проверка:

$$\sum F_x = 0;$$

$$R_{A_x} - F_{r_2} + F_{r_3} - R_{B_x} = 206,7 - 598,2 + 1538,7 - 1147,2 = 0.$$

2. Определяем опорные реакции в вертикальной плоскости YOX :

$$\sum M_A = 0;$$

$$F_{t_2} \cdot 0,044 + F_{t_3} \cdot 0,098 - R_{B_y} \cdot 0,152 = 0;$$

$$R_{B_y} = \frac{F_{t_2} \cdot 0,044 + F_{t_3} \cdot 0,098}{0,152} = \frac{1612,3 \cdot 0,044 + 4162,3 \cdot 0,098}{0,152} = 3150,3 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-F_{t_3} \cdot 0,054 - F_{t_2} \cdot 0,108 + R_{A_y} \cdot 0,152 = 0;$$

$$R_{A_y} = \frac{F_{t_3} \cdot 0,054 + F_{t_2} \cdot 0,108}{0,152} = \frac{4162,3 \cdot 0,054 + 1612,3 \cdot 0,108}{0,152} = 2624,3 \text{ Н.}$$

Проверка:

$$\sum F_y = 0;$$

$$-R_{A_y} + F_{t_2} + F_{t_3} - R_{B_y} = -2624,3 + 1612,3 + 4162,3 - 3150,3 = 0.$$

3. Суммарные радиальные реакции подшипников соответственно в опорах A и B :

$$R_A = \sqrt{R_{A_x}^2 + R_{A_y}^2} = \sqrt{206,7^2 + 2624,3^2} = 2632,4 \text{ Н;}$$

$$R_B = \sqrt{R_{B_x}^2 + R_{B_y}^2} = \sqrt{1147,2^2 + 3150,3^2} = 3352,7 \text{ Н.}$$

4. Изгибающие моменты в характерных точках в плоскости XOZ :

$$0 \leq z_1 \leq 0,044;$$

$$M = R_{A_x} \cdot z_1;$$

$$M_{z=0} = 206,7 \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{z=0,044} = 206,7 \cdot 0,044 = 9,1 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$0,044 \leq z_2 \leq 0,098;$$

$$M = R_{A_x} \cdot z_2 - F_{a_2} \cdot \frac{d_2}{2} - F_{r_2} \cdot (z_2 - 0,044);$$

$$\begin{aligned} M_{z=0,044} &= 206,7 \cdot 0,044 - 318,954 \cdot \frac{0,167176}{2} - 598,2 \cdot (0,044 - 0,044) = \\ &= -17,6 \text{ Н} \cdot \text{м}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{z=0,098} &= 206,7 \cdot 0,098 - 318,954 \cdot \frac{0,167176}{2} - 598,2 \cdot (0,098 - 0,044) = \\ &= -38,7 \text{ Н} \cdot \text{м}; \end{aligned}$$

$$0 \leq z_3 \leq 0,054;$$

$$M = -R_{B_x} \cdot z_3;$$

$$M_{z=0} = -1147,2 \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{z=0,054} = -1147,2 \cdot 0,054 = 0 = -61,9 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

5. Изгибающие моменты в характерных точках в плоскости YOZ :

$$0 \leq z_1 \leq 0,044;$$

$$M = -R_{A_y} \cdot z_1;$$

$$M_{z=0} = -2624,3 \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{z=0,044} = -2624,3 \cdot 0,044 = -115,5 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$0,044 \leq z_2 \leq 0,098;$$

$$M = -R_{A_y} \cdot z_2 + F_{t_2} \cdot (z_2 - 0,044);$$

$$M_{z=0,044} = -2624,3 \cdot 0,044 + 1612,3 \cdot (0,044 - 0,044) = -115,5 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{z=0,098} = -2624,3 \cdot 0,098 + 1612,3 \cdot (0,098 - 0,044) = -170,1 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$0 \leq z_3 \leq 0,054;$$

$$M = -R_{B_y} \cdot z_3;$$

$$M_{z=0} = -3150,3 \cdot 0 = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{z=0,054} = -3150,3 \cdot 0,054 = -170,1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

6. Определение суммарных изгибающих моментов:

$$M_{\Sigma A}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{x_{z=0}}^2 + M_{y_{z=0}}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma C}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{x_{z=0,044}}^2 + M_{y_{z=0,044}}^2} = \sqrt{9,1^2 + (-115,5)^2} = 115,9 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma C}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{x_{z=0,044}}^2 + M_{y_{z=0,044}}^2} = \sqrt{(-17,6)^2 + (-115,5)^2} = 116,8 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma D}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{x_{z=0,098}}^2 + M_{y_{z=0,098}}^2} = \sqrt{(-38,7)^2 + (-170,1)^2} = 174,4 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma D}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{x_{z=0,098}}^2 + M_{y_{z=0,098}}^2} = \sqrt{(-61,9)^2 + (-170,1)^2} = 181,0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Sigma B}^{\text{изг}} = \sqrt{M_{x_{z=0,152}}^2 + M_{y_{z=0,152}}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

7. Определение эквивалентных моментов:

$$M_{\text{эKB}_A} = \sqrt{M_{\Sigma B}^{\text{изг}^2} + T_2^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{эKB}_C} = \sqrt{M_{\Sigma C}^{\text{изг}^2} + T_2^2} = \sqrt{115,9^2 + 0^2} = 115,9 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{эKB}_C} = \sqrt{M_{\Sigma C}^{\text{изг}^2} + T_2^2} = \sqrt{116,8^2 + 134,8^2} = 178,4 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{эKB}_D} = \sqrt{M_{\Sigma D}^{\text{изг}^2} + T_2^2} = \sqrt{174,4^2 + 134,8^2} = 220,4 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{эKB}_D} = \sqrt{M_{\Sigma D}^{\text{изг}^2} + T_2^2} = \sqrt{181,0^2 + 0^2} = 181,0 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{эKB}_B} = \sqrt{M_{\Sigma B}^{\text{изг}^2} + T_2^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

8. Строим эпюры крутящих, изгибающих и эквивалентных моментов (см. рис. 1.16).

9. Определяем сечение вала в самой нагруженной точке. Проверочный расчет вала будем проводить для сечения, где эквивалентный момент максимален – под ведущим колесом в точке D , то есть где $M_{\text{эKB}_D} = 220,4 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Тогда

$$d_D = \sqrt[3]{\frac{32 M_{\text{эKB}_D}}{\pi \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 220,4 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 60}} = 33,45 \text{ мм}.$$

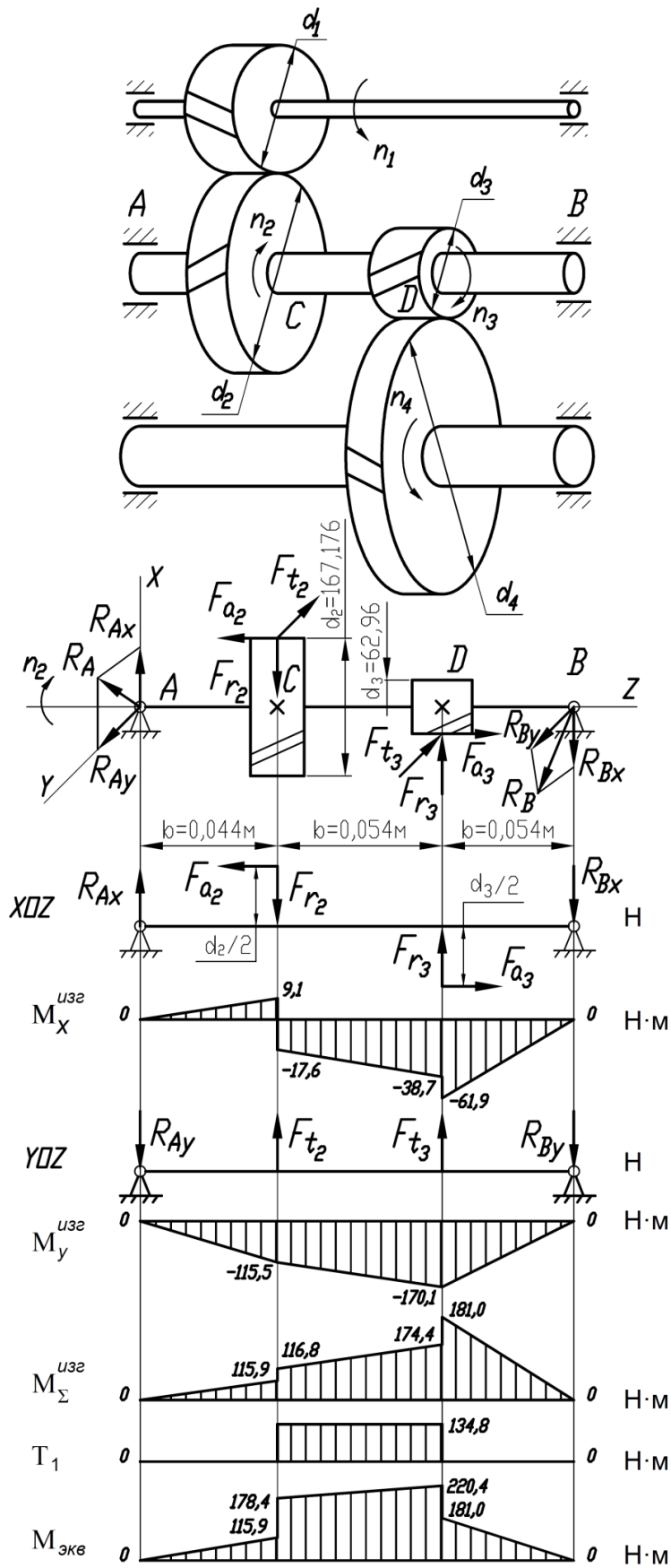


Рис. 1.16. Эпюры $M_x^{изг}$, $M_y^{изг}$, $M_\Sigma^{изг}$, T_1 , $M_{эКВ}$ промежуточного вала 2-ступенчатого горизонтального редуктора с цилиндрическими косозубыми колесами

Выбираем диаметр вала (см. табл. 1.1) из ряда нормальных линейных размеров ГОСТ6636-69 и принимаем $d_D = 34$ мм.

10. Расчет валов на сопротивление усталости.

В сечении вала на участке CD действует крутящий момент $T_2 = 134,8$ Н·м.

Момент сопротивления кручению сечения при одной шпоночной канавке для призматической шпонки $b \times h \times t_1 = 10 \times 8 \times 5$:

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} - \frac{b \cdot t_1 \cdot (d - t_1)^2}{2 \cdot d} = \frac{3,14 \cdot 35^3}{16} - \frac{10 \cdot 5 \cdot (35 - 5)^2}{2 \cdot 35} = 7771,36 \text{ мм}^3;$$

$$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32} - \frac{b \cdot t_1 \cdot (d - t_1)^2}{2 \cdot d} = \frac{3,14 \cdot 35^3}{32} - \frac{10 \cdot 5 \cdot (35 - 5)^2}{2 \cdot 35} = 3564,25 \text{ мм}^3.$$

Амплитуды переменных составляющих циклов напряжений:

$$\tau_a = \tau_m = 0,5 \cdot \tau_{\max} = \frac{0,5 \cdot T}{W_p} = \frac{0,5 \cdot 134,8 \cdot 10^3}{7771,36} = 8,62 \text{ МПа};$$

$$\sigma_a = 0 \text{ МПа};$$

$$\sigma_m = \frac{M_{\Sigma}^{\text{изг}}}{W_u} = \frac{116,8 \cdot 10^3}{3564,25} = 32,77 \text{ МПа}.$$

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений принимаются из табл. 1.3

$$K_{\sigma} = 1,75; \quad K_{\tau} = 1,5.$$

Коэффициент влияния абсолютных размеров рассматриваемого поперечного сечения (см. рис. 1.4) и коэффициент влияния параметров шероховатости поверхности (см. рис. 1.5) соответственно: $K_d = 0,9$, $K_F = 0,90$.

Значения отношений K_{σ} / K_d , K_{τ} / K_d (см. табл. 1.5)

$$\frac{K_{\sigma}}{K_d} = 3,7; \quad \frac{K_{\tau}}{K_d} = 2,64$$

и коэффициента K_v (см. табл. 1.4) – $K_v = 2,4$.

Коэффициенты снижения предела выносливости детали в рассматриваемом сечении вала:

$$K_{\sigma_D} = \left(\frac{K_{\sigma}}{K_{d_{\sigma}}} + \frac{1}{K_{F_{\sigma}}} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \left(3,7 + \frac{1}{0,9} - 1 \right) \frac{1}{2,4} = 1,59;$$

$$K_{\tau_D} = \left(\frac{K_{\tau}}{K_{d_{\tau}}} + \frac{1}{K_{F_{\tau}}} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \left(2,64 + \frac{1}{0,9} - 1 \right) \frac{1}{2,4} = 1,15.$$

Коэффициенты запаса по нормальным S_{σ} и касательным S_{τ} напряжениям:

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_m K_{\sigma_D} + \psi_{\sigma} \sigma_a} = \frac{380}{32,77 \cdot 1,59 + 0,1 \cdot 0} = 7,29;$$

$$S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a K_{\tau_D} + \psi_{\tau} \tau_m} = \frac{230}{8,62 \cdot 1,15 + 0,05 \cdot 8,62} = 22,24.$$

Общий коэффициент запаса прочности:

$$S = \frac{S_{\sigma} + S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} = \frac{7,29 + 22,24}{\sqrt{7,29^2 + 22,24^2}} = 1,26.$$

В сечении, где посадка подшипника с гарантированным натягом, действует крутящий момент $T = 55,29$ Н·м.

Момент сопротивления кручению и изгибу с учетом ослабления вала:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} = 3,14 \cdot \frac{35^3}{16} = 8414,22 \text{ мм}^3;$$

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{3,14 \cdot 35^3}{32} = 4207,11 \text{ мм}^3.$$

Определяем среднее напряжение и амплитуду переменных составляющих циклов напряжений:

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{\max}}{2} = \frac{T}{2W_p} = \frac{55,29 \cdot 10^3}{2 \cdot 8414,22} = 3,29 \text{ МПа};$$

$$\sigma_m = 0 \text{ МПа};$$

$$\sigma_a = \frac{M_{\Sigma}^{\text{изг}}}{W_x} = \frac{73,04 \cdot 10^3}{4207,11} = 17,36 \text{ МПа.}$$

Определяем коэффициент запаса прочности:

$$s_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a \cdot k_{\sigma\text{Д}} + \psi_{\sigma} \cdot \tau_m} = \frac{410}{17,36 \cdot 3,32 + 0,1 \cdot 0} = 7,11;$$

$$s_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a \cdot k_{\tau\text{Д}} + \psi_{\tau} \cdot \tau_m} = \frac{240}{3,29 \cdot 1,58 + 0,05 \cdot 3,29} = 44,75,$$

где $k_{\sigma\text{Д}}$ и $k_{\tau\text{Д}}$ – коэффициенты снижения предела выносливости детали в рассматриваемом сечении вала, по ГОСТ 25.504-82:

$$k_{\sigma\text{Д}} = \left(\frac{k_{\sigma}}{k_{d\sigma}} + \frac{1}{k_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_v} = \left(\frac{3,6}{0,65} + \frac{1}{0,9} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1,7} = 3,32;$$

$$k_{\tau\text{Д}} = \left(\frac{k_{\tau}}{k_{d\tau}} + \frac{1}{k_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_v} = \left(\frac{2,5}{0,65} + \frac{1}{0,9} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,5} = 1,58;$$

$k_{\sigma} = 3,6$; $k_{\tau} = 2,5$ – эффективные коэффициенты концентрации напряжений, принимается из табл. 1.3;

$k_{d\sigma} = 0,65$; $k_{d\tau} = 0,65$ – коэффициенты влияния абсолютных размеров рассматриваемого поперечного сечения, принимаются по графику (см. рис. 1.4);

$k_{F\sigma} = 0,9$; $k_{F\tau} = 0,9$ – коэффициенты влияния параметров шероховатости поверхности, принимаются по графику (см. рис. 1.5);

$k_{v\sigma} = 1,7$; $k_{v\tau} = 2,5$ – коэффициент влияния поверхностного упрочнения, принимается из табл. 1.4.

Общий коэффициент запаса прочности:

$$s = \frac{s_{\sigma} s_{\tau}}{\sqrt{s_{\sigma}^2 + s_{\tau}^2}} = \frac{7,11 \cdot 44,75}{\sqrt{7,11^2 + 44,75^2}} = 7,02.$$

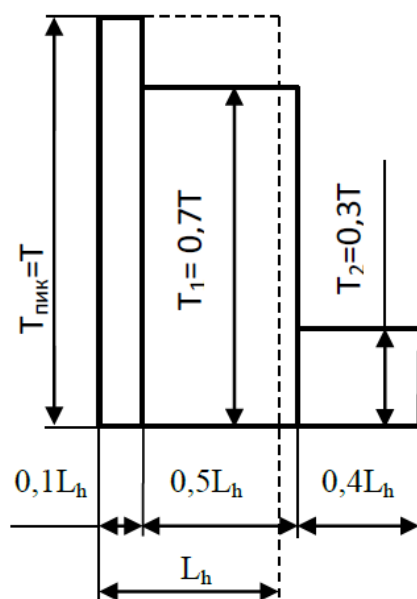
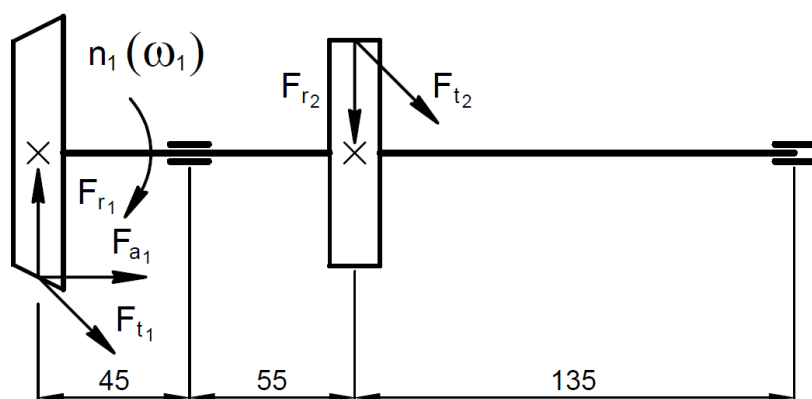
Условие $s \geq [s]$ выполнено. Прочность вала обеспечена. Было необходимо выбрать более дешевую сталь и уменьшить диаметр вала.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1. Вращающий момент, передаваемый валом, $T = 920$ Н·м. Допускаемое напряжение при кручении $[\tau] = 25$ МПа. Определить диаметр сплошного круглого вала.

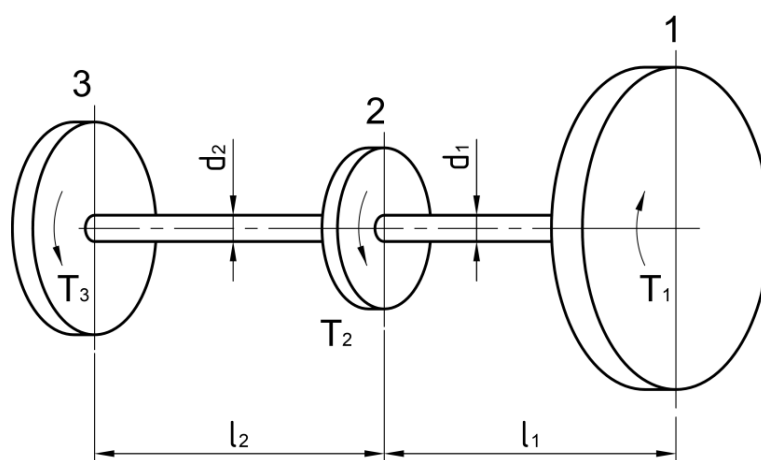
Задача 2. Для вала диаметром $d = 75$ мм, передающего мощность $P_1 = 160$ кВт, действительное напряжение кручения равно $\tau = 20$ МПа. Определить с какой частотой вращения должен вращаться вал при этих условиях и какая частота вращения потребуется, если передаваемая мощность составит $P_2 = 240$ кВт при том же диаметре вала и при той же величине напряжения кручения.

Задача 3. На валу на шпонке установлены коническое и цилиндрическое прямозубые колеса. Определить диаметр вала в опасном сечении. Построить эпюры изгибающих и крутящих моментов при следующих данных: $F_{t1} = 1710$ Н, $F_{t2} = 2570$ Н, $F_{a1} = 546$ Н, $F_{r1} = 895$ Н, $F_{r2} = 384$ Н, материал вала – сталь 45, колеса установлены на валу по посадке H7/k6, средний диаметр конического колеса $d_m = 186,4$ мм. Нагрузка переменная. Срок службы $L_h = 10\,000$ ч при $n_1 = 200$ мин⁻¹.

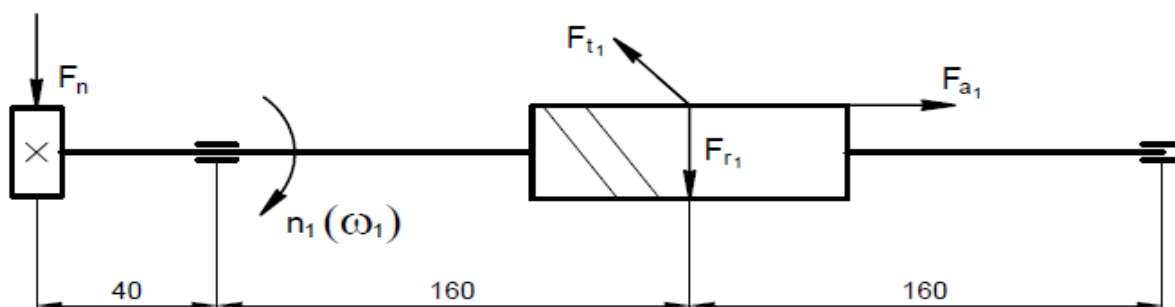


Задача 4. Определить диаметры сплошного и полого валов, если отношение диаметров для полого вала $d_0 / d_n = 0,8$. Рассчитать экономию материала в процентах при использовании полого вала по сравнению со сплошным при одинаковых моментах сопротивления, если вращающий момент, передаваемый валом, $T = 7600 \text{ Н}\cdot\text{м}$, а допускаемое напряжение кручения $[\tau] = 60 \text{ МПа}$.

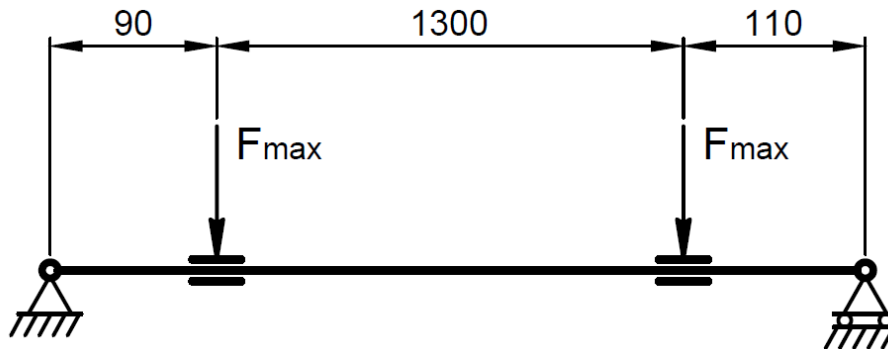
Задача 5. Определить диаметры d_1 и d_2 и соответствующие участкам абсолютные углы закручивания φ_1 и φ_2 , если вал вращается с частотой $n_1 = 230 \text{ мин}^{-1}$. Мощность $P_1 = 90 \text{ кВт}$ от шкива 1 передается на шкивы 2 и 3 и соответственно равны $P_2 = 35 \text{ кВт}$ и $P_3 = 55 \text{ кВт}$. Длины участков вала $l_1 = 1,6 \text{ м}$, $l_2 = 1,4 \text{ м}$, $G = 84\,000 \text{ МПа}$. Рабочее напряжение для обоих участков одинаково и равно $\tau_{\max} = 30 \text{ МПа}$.



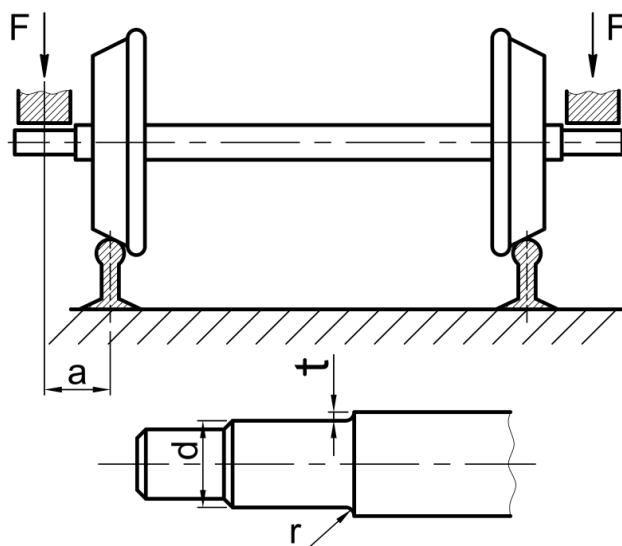
Задача 6. Проверить вал червяка на статическую прочность и жесткость. Определить коэффициент запаса прочности s и стрелу прогиба при следующих данных: $P_1 = 4,8 \text{ кВт}$, $n_1 = 400 \text{ мин}^{-1}$, диаметр делительной окружности червяка $d_1 = 62 \text{ мм}$, диаметр впадин червяка $d_{f1} = 46 \text{ мм}$. Усилия в зацеплении: окружное усилие червяка $F_{t1} = 2810 \text{ Н}$, осевое усилие червяка $F_{a1} = 5870 \text{ Н}$, радиальное усилие $F_{r1} = 2320 \text{ Н}$. Нагрузка на вал от ременной передачи $F_n = 630 \text{ Н}$ (направления сил F_n и F_r совпадают). Вал червяка из стали 45 с применением поверхностной закалки: $\text{HRC} > 45$; $\sigma_B = 800 \text{ МПа}$; $\sigma_{-1} = 340 \text{ МПа}$; $\tau_{-1} = 200 \text{ МПа}$; $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Допускаемый прогиб $[f] = 0,08 \text{ мм}$. Нагрузка постоянная. Срок службы $L_h = 15\,000 \text{ ч}$.



Задача 7. На основании величины угла поворота оси в подшипниках дать рекомендации по выбору подшипников для оси барабана. Определить прогиб оси барабана и углы поворота в подшипниках, если нагрузка на ось F_{\max} от двух канатов, навиваемых на барабан, передается через ступицы и равна 18 000 Н, диаметр оси $d = 60$ мм.



Задача 8. Определить диаметр оси вагона в месте посадки колеса, определить также коэффициент запаса прочности s_1 с учетом концентрации напряжений от посадки с натягом и s_2 с учетом концентрации в месте уступа с галтелью, приняв отношения $t/r = 1$ и $r/d = 0,05$, при следующих данных: давление на ходовое колесо $F = 16\ 000$ Н, расстояние от колеса до подшипника $a = 240$ мм, материал оси – сталь 45, $\sigma_B = 700$ МПа, посадка колеса на ось – с натягом, ступица колеса тверже оси и имеет фаску, ось имеет галтель в месте перехода к посадочному диаметру под колесо, разность диаметров соседних участков оси должна составлять 10 мм. Для упрочнения посадочная поверхность оси накатана стальным роликом.



Задача 9. Канат огибает блок под углом 180° . Натяжение одной ветви каната $S = 4800$ Н. Расстояние между опорами $l = 132$ мм. Определить прогиб и углы поворота в подшипниках для оси канатного блока, если блок соединен с осью $d = 24$ мм неподвижно.

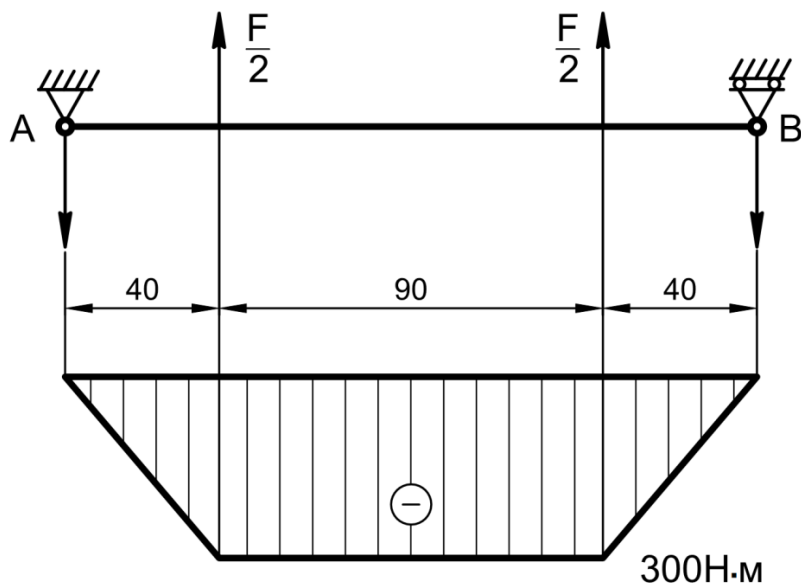
Задача 10. Определить критическую частоту вращения для стального вала с жестко закрепленным на него диском, если диаметр вала $d = 180$ мм, масса диска $G = 140$ кг, расстояние между левой опорой и диском $a = 225$ мм, диском и правой опорой $b = 900$ мм.

Задача 11. При следующих данных: нагрузка на шип $F_r = 16\,000$ Н, материал вкладышей – *Бр. ОЦС 5-5-5*, материал оси – *Ст5*, определить основные размеры шипа для вращающейся оси канатного барабана лебедки.

Задача 12. Определить диаметр сплошной линии цилиндрической пяты при следующих данных: вертикальная нагрузка $F_a = 24\,500$ Н, материал пяты – *закаленная сталь*, материал подпятника – *баббит*.

Задача 13. Определить абсолютный угол закручивания вала φ под зубчатый колесом, если крутящий момент $T = 480$ Н·м; диаметр вала $d = 30$ мм; материал вала – *сталь 50*.

Задача 14. На оси крюка расположено два блока, материал оси – *сталь Ст3*; требуемый коэффициент запаса прочности $s = 2,5$. Определить диаметр оси подвески крюка при действии силы $F = 30$ кН.



Эпюра изгибающих моментов

Задача 15. Через коническое прямозубое колесо и цилиндрическую прямозубую шестерню промежуточный вал редуктора передает крутящий момент. Силы в зацеплении конических колес: окружная $F_{t_1} = 2968$ Н, радиальная $F_{r_1} = 374$ Н, осевая $F_{a_1} = 1126$ Н. Силы в зацеплении цилиндрических колес: окружная $F_{t_2} = 4352$ Н, радиальная $F_{r_2} = 1582$ Н. Передаваемая мощность $P = 12$ кВт; частота вращения вала $n = 460$ мин⁻¹; $a = 82$ мм; $b = 124$ мм; $c = 54$ мм; средний диаметр конического колеса $d_m = 93$ мм; материал вала – *сталь 45*. Посадка колес на вал *H7/p6*. Определить диаметр вала в опасном сечении.

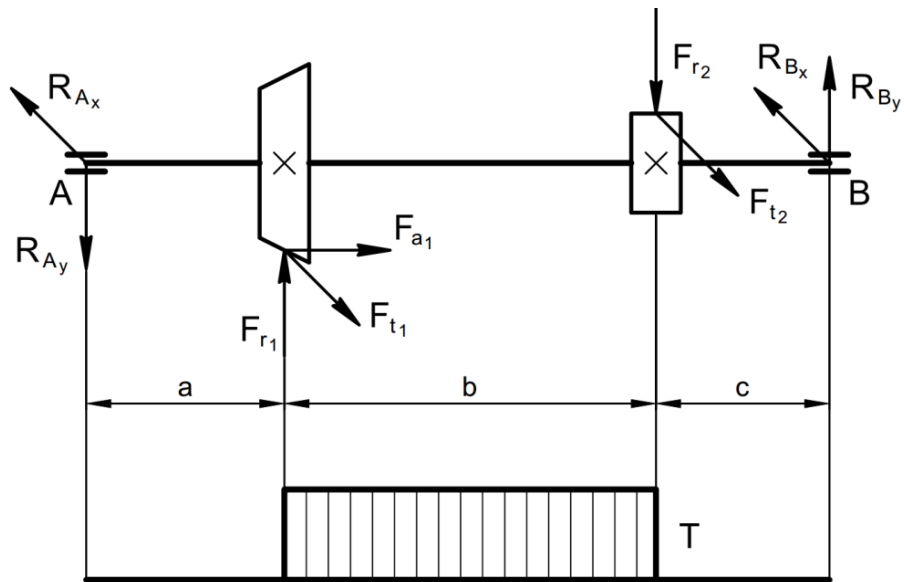


Схема нагружения промежуточного вала

Задача 16. Определить диаметр вала из расчета на прочность по деформации кручения, крутящий момент $T = 1460 \text{ Н}\cdot\text{м}$; материал вала – *сталь 45*; допускаемый абсолютный угол закручивания вала $[\varphi] = 0,0065 \text{ рад}$; допускаемое напряжение кручения $[\tau] = 25 \text{ МПа}$.

2. ПОДШИПНИКИ

Подшипник – часть опоры вала, состоящая из одной или нескольких деталей, передающая опорной части (цапфе) усилия от вала и обеспечивающая определенный режим вращения.

По принципу работы различают:

- подшипники скольжения;
- подшипники качения.

Подшипник скольжения – подшипник, в котором цапфа непосредственно скользит по опорной поверхности подшипника.

Подшипник качения – подшипник, в котором между поверхностями вращающейся детали и поверхностью опоры расположены тела качения – шарики или ролики.

2.1. Подшипники качения

Подшипник качения обычно состоит (см. рис. 2.1) из наружного (1) и внутреннего (2) колец, тел качения (4) и сепаратора (5). Сепаратор – деталь, удерживающая тела качения на определенном расстоянии и направляющая их.

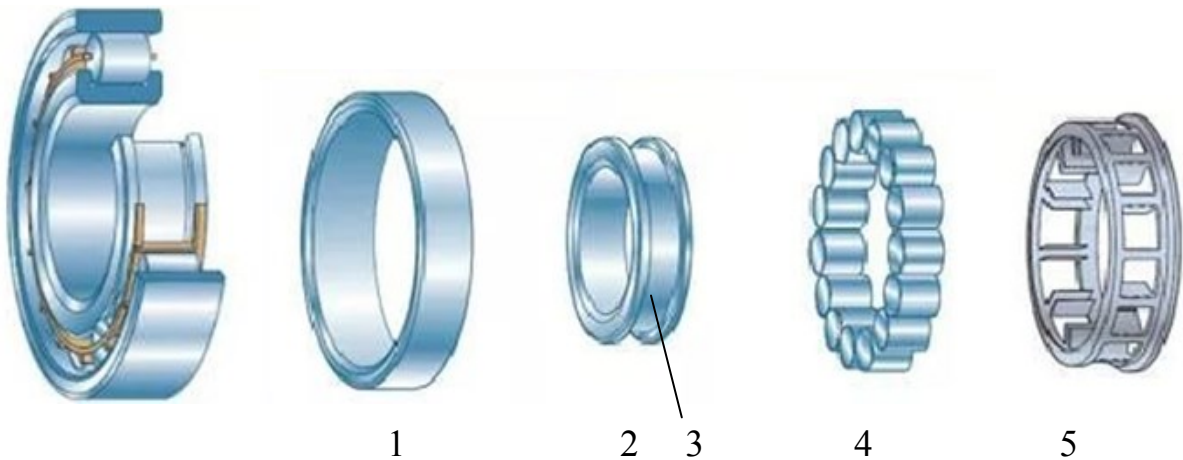


Рис. 2.1. Конструкция однорядного подшипника качения:
1 – наружное кольцо; 2 – внутреннее кольцо; 3 – дорожка качения;
4 – тела качения; 5 – сепаратор

Классификация подшипников.

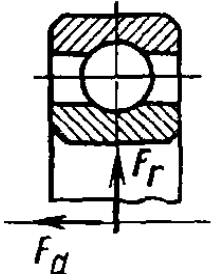

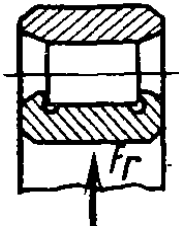

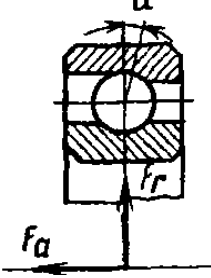

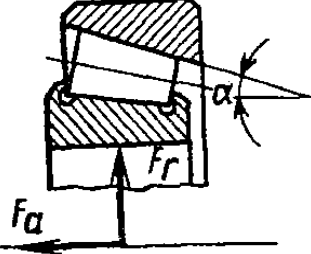

В зависимости от *направления воспринимаемой нагрузки* (см. табл. 2.1) различают подшипники: радиальные; радиально-упорные; упорные; упорно-радиальные (соответственно воспринимающие преимущественно радиальное, радиальное и осевое, осевое или осевое и радиальное усилия).

По форме тел качения и рабочих поверхностей колец различают подшипники (рис. 2.2):

- шариковые;
- роликовые с цилиндрическими роликами;
- роликовые с коническими роликами;
- роликовые с витыми роликами;
- игольчатые;
- сферические с бочкообразными роликами;
- сферические шариковые и другие.

Таблица 2.1

Классификация подшипников по типу воспринимаемой нагрузки

Конструктивная схема подшипника и воспринимаемая нагрузка	Тип подшипника	Условное изображение	Примечание
1	2	3	4
	Шариковый радиальный		Нерегулируемый
	Роликовый радиальный с цилиндрическими роликами		Нерегулируемый
	Шариковый радиально-упорный однорядный		Регулируемый
	Роликовый конический однорядный (радиально-упорный)		Регулируемый

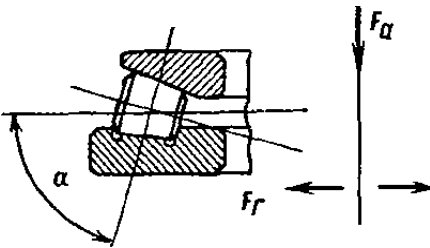
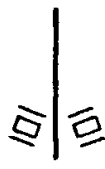
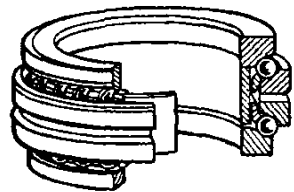
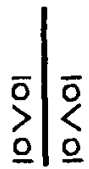
1	2	3	4
	Роликовый упорно- радиальный		Регулируемый
	Шариковый упорно- радиальный двухрядный		Регулируемый



Рис. 2.2. Формы тел качения подшипников

По числу рядов тел качения различают (см. рис. 2.3):

- однорядные;
- двухрядные;
- многорядные подшипники.

По нагрузочной способности (по габаритам) подшипники разделяют на 7 серий диаметров и ширин:

- сверхлегкая серия;
- особо легкая серия;
- легкая серия;
- легкая широкая серия;
- средняя серия;
- средняя широкая серия;
- тяжелая серия.

По классам точности подшипники различают следующим образом:

- 0 – нормальный класс точности;
- 6 – повышенный класс точности;

- 5 – высокий класс точности;
- 4 – особо высокий класс точности;
- 2 – сверхвысокий класс точности.

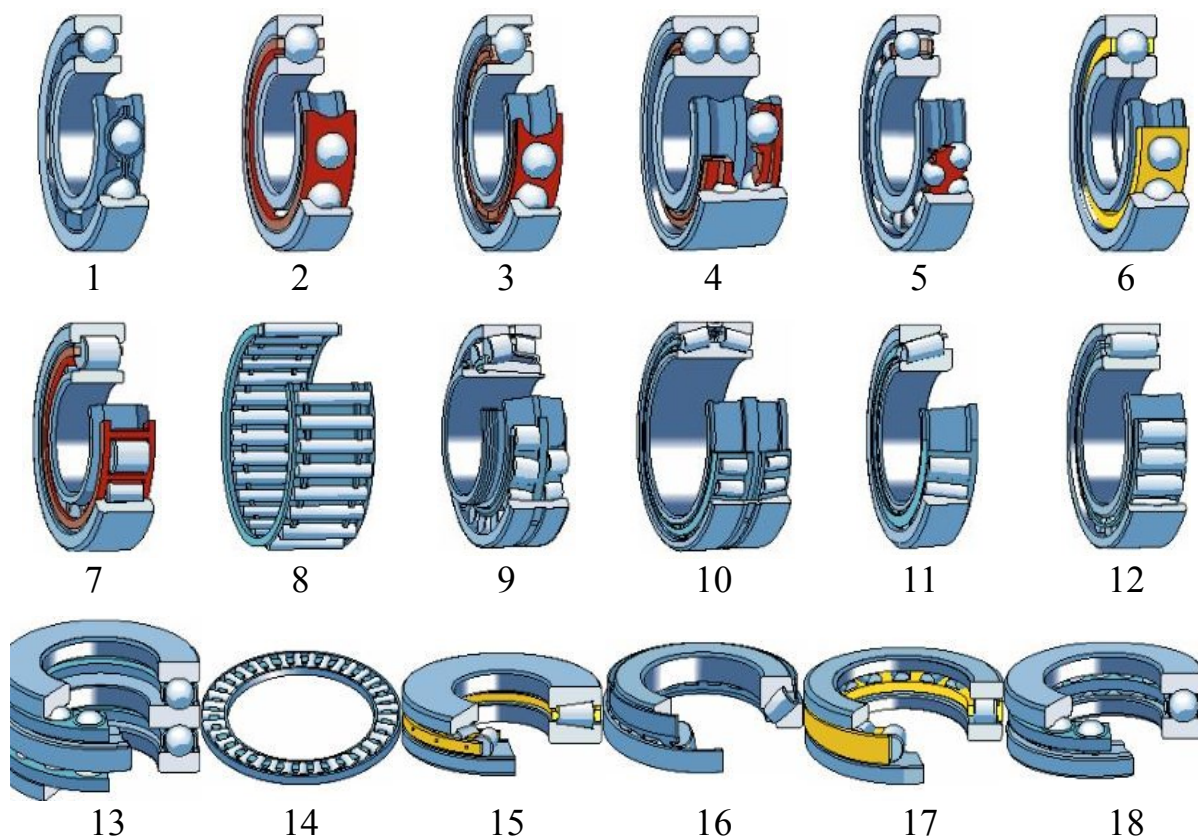


Рис. 2.3. Типы подшипников качения:

1 – шариковый радиальный однорядный; 2, 3, 6 – шариковые радиально-упорные однорядные; 4 – шариковый радиальный двухрядный; 5 – шариковый радиальный сферический двухрядный; 7 – роликовый радиальный с короткими цилиндрическими роликами; 8 – радиальный с игольчатыми роликами (без колец); 9 – сдвоенный роликовый радиально-упорный со сферическими роликами; 10 – роликовый радиально-упорный конический двухрядный; 11 – роликовый радиально-упорный конический однорядный; 12 – роликовый с тороидальными роликами; 13 – шариковый упорный двойной; 14 – игольчатый упорный (без колец); 15 – упорно-радиальный роликовый конический; 16 – роликовый упорно-радиальный сферический; 17 – роликовый упорный одинарный; 18 – шариковый упорный одинарный

Система условных обозначений подшипников $X_8 - X_7X_6X_5X_4X_3X_2X_1$.

X_2X_1 – внутренний диаметр подшипника. Для подшипников с диаметром от 20 до 495 мм размер внутреннего диаметра определяется умножением двух цифр на 5. Обозначение величины присоединительного отверстия подшипников с внутренними диаметрами от 10 до 17 мм показано в табл. 2.2.

Таблица 2.2

d	10	12	15	17
Обозначение	00	01	02	03

Для подшипников с диаметром до 9 мм первая позиция указывает фактический внутренний диаметр в миллиметрах. В этом случае на третьем месте справа в обозначении стоит «0». Подшипники с диаметром отверстия 22, 28, 32, 500 мм и более обозначаются дробью, знаменатель которой указывает диаметр отверстия, а числитель – все остальные характеристики в установленном для всех подшипников порядке.

X_3 – серия диаметров:

- 1 – особо легкая;
- 2 – легкая;
- 3 – средняя;
- 4 – тяжелая.

X_4 – тип подшипника:

- 0 – шариковые радиальные;
- 1 – шариковые радиальные сферические;
- 2 – роликовые радиальные с коротким цилиндрическим роликом;
- 3 – роликовые радиальные со сферическими роликами;
- 4 – роликовые радиальные с длинными цилиндрическими или игольчатými роликами;
- 5 – роликовые радиальные с витыми роликами;
- 6 – шариковые радиально-упорные;
- 7 – роликовые конические радиально-упорные;
- 8 – шариковые упорные, шариковые упорно-радиальные;
- 9 – роликовые упорные, роликовые упорно-радиальные.

X_6X_5 – отклонение от основного типа конструкции.

X_7 – серия ширин (узкая или широкая).

X_8 – класс точности впереди «через тире» (0 – для нормального класса точности не проставляется).

Достоинства подшипников качения:

- сравнительно невысокая стоимость подшипников благодаря высокой степени унификации;
- малые потери на трение и нагрев из-за преобладания трения качения;
- малый расход смазочного материала;
- не требуют постоянного ухода;
- небольшие габариты в осевом направлении.

Недостатки подшипников качения.

- из-за повышенной жесткости конструкции подшипник имеет высокую чувствительность к ударным и вибрационным нагрузкам;
- при высоких скоростях в подшипниках наблюдается шум и увеличивается вероятность разрушения сепараторов от центробежных сил;
- большие габариты по диаметру и неразъемность некоторых конструкций подшипников.

Материалы подшипников качения.

Основные материалы для колец и тел качения – шарикоподшипниковые высокоуглеродистые хромистые стали ШХ15, ШХ15СГ и ШХ20 (число показывает среднее содержание хрома в десятых долях процента, углерода содержится 1,0–1,1 %), цементуемые легированные стали типа 18ХГТ и 20Х2Н4А. Сепараторы изготавливают из углеродистой стали, антифрикционных бронз, текстолита, металлокерамики, полиамидов, дюралюминия и других материалов.

Виды разрушения подшипников качения.

Среди характерных видов разрушения подшипников следует выделить следующие (см. рис. 2.4):

– усталостное выкрашивание связано с попаданием масла в микротрещины, образованные в процессе работы под воздействием переменных напряжений. Чаще всего наблюдается на дорожках качения внутренних колец и на телах качения;

– пластические деформации на боковых дорожках колец в виде лунок и вмятин. Наблюдаются у тяжело нагруженных тихоходных подшипников или вследствие действия значительных по величине и ударных нагрузок;

– износ при недостаточной защите от пыли и грязи;

– задиры рабочих поверхностей из-за недостаточной смазки или погрешностей монтажа;

– разрушение сепараторов, особенно у быстроходных подшипников из-за действия центробежных сил;

– раскалывание колец и тел качения из-за перекосов при монтаже, вибрационных перегрузок и ударов.

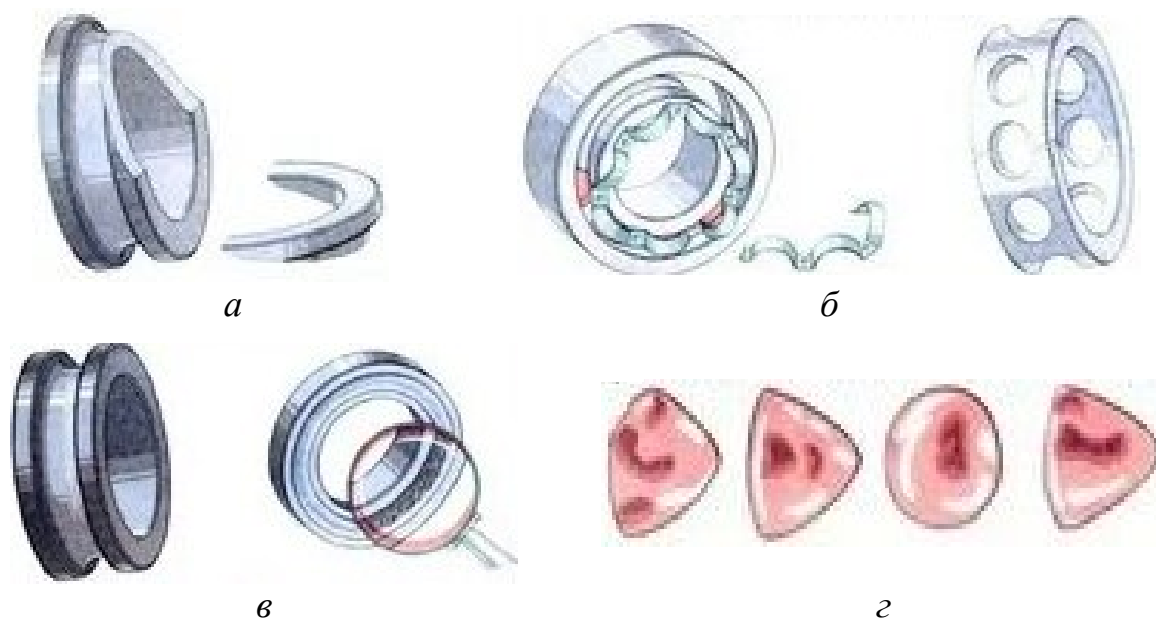


Рис. 2.4. Виды разрушения подшипников качения:

а – раскалывание колец; *б* – разрушение сепараторов; *в* – износ колец;
г – нагрев и пластическое деформирование тел качения.

Расчет подшипников качения.

У подшипников выделяют два режима работы:

- статический, если частота вращения подвижного кольца $n \leq 1 \text{ мин}^{-1}$;
- динамический, если $n > 1 \text{ мин}^{-1}$.

Соответственно существует два основных критерия расчета подшипников: расчет на *статическую грузоподъемность* по остаточным деформациям (ГОСТ 18854-82);

– расчет на *долговечность (на заданный ресурс)* по усталостному выкрашиванию (или на *динамическую грузоподъемность* – ГОСТ 18855-82).

Подбор подшипников по долговечности.

Базовая долговечность подшипника (L) – выраженное через суммарное число оборотов время, в течение которого должны проработать в тождественных эксплуатационных условиях не менее 90 % партии подшипников данного типоразмера.

Базовая динамическая грузоподъемность подшипника (C) – такая постоянная нагрузка, которую подшипник может выдержать в течении одного миллиона оборотов без появления признаков усталости не менее чем у 90 % из определенного числа подшипников, подвергающихся испытаниям. При этом под C понимается постоянная радиальная (для радиальных и радиально-упорных подшипников с невращающимся наружным кольцом) или осевая (для упорно-радиальных и упорных подшипников при вращении одного из колец) нагрузка. Значения динамической грузоподъемности для каждого типоразмера подшипников указаны в каталоге.

При подборе подшипников должны выполняться условия:

$$L_{\text{расч}} \geq L_{\text{треб}} \quad \text{или} \quad C_{\text{расч}} \leq C_{\text{паспортн}}$$

где $L_{\text{треб}}$ – требуемый ресурс (долговечность) при необходимой вероятности безотказной работы подшипника в миллионах оборотах или часах;

$L_{\text{расч}}$ – рассчитанный ресурс (долговечность) подшипника в миллионах оборотах или часах с учетом режима нагружения и условий эксплуатации;

$C_{\text{расч}}$ – расчетная динамическая грузоподъемность подшипника (радиальная C_r или осевая C_a) в Н;

$C_{\text{паспортн}}$ – паспортная динамическая грузоподъемность, которая указывается в справочных таблицах.

При расчете радиальной динамической грузоподъемности узла, состоящего из сдвоенных радиальных или радиально-упорных однорядных подшипников, пара одинаковых подшипников рассматривается как один двухрядный.

Суммарная динамическая радиальная грузоподъемность комплекта из двух шарикоподшипников: $C_{r\text{сум}} = C_r i^{0,7} \approx 1,625 C_r$, а двух роликоподшипников: $C_{r\text{сум}} = C_r i^{7/9} \approx 1,714 C_r$.

Скорректированный по уровню надежности и условиям эксплуатации расчетный ресурс (долговечность) подшипника:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p, \text{ млн. оборотов}; \quad (2.1)$$

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p \frac{10^6}{60n}, \text{ ч.} \quad (2.2)$$

где a_1 – коэффициент надежности. Вводится, если нужна повышенная надежность и точность подшипников. $a_1 = 1$, если коэффициент надежности 0,9 (вероятность безотказной работы 90 %). Если коэффициент надежности выше, то $a_1 = 0,21-0,62$ (чем выше требование к надежности, тем меньше коэффициент);

a_{23} – коэффициент, учитывающий совместное влияние качества металла и условий эксплуатации подшипника: $a_{23} = 0,7-0,8$ – для шариковых подшипников (кроме сферических); $a_{23} = 0,6-0,7$ – для роликовых конических; $a_{23} = 0,5-0,6$ – для роликоподшипников цилиндрических и шарико-подшипников сферических двухрядных; $a_{23} = 0,3-0,4$ – для роликовых радиальных двухрядных сферических подшипников.

C – паспортная динамическая грузоподъемность, указывается в таблицах.

$p = 3$ – показатель степени для шариковых подшипников; $p = 10/3 \approx 3,33$ – для роликовых подшипников;

n – частота вращения подвижного кольца.

P_3 – эквивалентная динамическая нагрузка. Для *радиальных и радиально-упорных* подшипников это такая условная постоянная нагрузка, которая при приложении ее к подшипникам с вращающимся внутренним кольцом и неподвижным наружным, обеспечивает такую же долговечность, какую имеет подшипник при действительных условиях нагружения и вращения. Для *упорных и упорно-радиальных* подшипников это, соответственно, центральная осевая нагрузка при вращении одного из колец.

Эквивалентная нагрузка (P_3) подшипников:

– радиальных шариковых и радиально-упорных шариковых и роликовых:

$$P_3 = P_r = (VXR_r + YR_a) \cdot K_6 \cdot K_T; \quad (2.4)$$

– радиальных роликовых:

$$P_3 = P_r = V \cdot R_r \cdot K_6 \cdot K_T; \quad (2.5)$$

– упорно-радиальных:

$$P_3 = P_a = (XR_r + YR_a) \cdot K_6 \cdot K_T; \quad (2.6)$$

– упорных:

$$P_3 = P_a = R_a \cdot K_6 \cdot K_T, \quad (2.7)$$

где K_6 – коэффициент режима работы, который учитывает динамичность нагрузки и приблизительно равен отношению значений кратковременной перегрузки к номинальной расчетной нагрузке, $K_6 = 1,1-3,0$ (см. табл. 2.3);

K_T – коэффициент, учитывающий тепловой режим работы подшипника. Для подшипников, работающих с нагревом до 100°C $K_T = 1$ (см. табл. 2.4);

V – коэффициент вращения кольца подшипника. Если вращается внутреннее кольцо, то $V = 1$, если вращается наружное кольцо, то $V = 1,2$;

R_r – радиальная нагрузка на подшипник, определяемая из условия равновесия вала при изгибе;

R_a – осевая нагрузка на подшипник, величина которой зависит от осевого усилия в зацеплении колес F_a и собственной осевой составляющей S_a в радиально-упорных подшипниках;

X, Y – соответственно коэффициенты радиальной и осевой нагрузок на подшипник, которые определяются по справочным таблицам или по формулам.

Таблица 2.3

Значения коэффициента режима работы K_6

Характер нагрузки и область применения	K_6
Нагрузка спокойная. Маломощные кинематические редукторы и приводы. Ролики ленточных конвейеров. Механизмы ручных кранов и блоков. Тали, кошки, ручные лебедки. Приводы управления	1,0
Кратковременная перегрузка до 120 %. Прецизионные зубчатые передачи. Металлорежущие станки (кроме строгальных, долбежных и шлифовальных). Гироскопы. Механизмы подъема кранов. Электротали и монорельсовые тележки. Лебедки с механическим приводом. Электродвигатели малой и средней мощности. Легкие вентиляторы и воздуходувки	1–1,2
Кратковременная перегрузка до 150 %. Зубчатые передачи. Редукторы всех типов. Буксы рельсового подвижного состава. Механизмы передвижения крановых тележек. Механизмы поворота кранов. Механизмы изменения вылета стрелы кранов. Шпиндели шлифовальных станков	1,3–1,5

Характер нагрузки и область применения	K_6
Кратковременная перегрузка до 180 %. Центрифуги и сепараторы. Буксы и тяговые двигатели электровозов. Механизмы и ходовые колеса кранов и дорожных машин. Строгальные и долбежные станки. Мощные электрические машины	1,5–1,8
Кратковременная перегрузка до 250 %. Дробилки и копры. Кривошипно-шатунные механизмы. Валки прокатных станов. Мощные вентиляторы	1,8–2,5
Кратковременная перегрузка до 300 %. Тяжелые ковочные машины. Лесопильные рамы. Холодильное оборудование. Валки и роликовые конвейеры крупносортовых станов, блюмингов и слябингов	2,5–3,0

Таблица 2.4

Значения температурного коэффициента K_T

Рабочая температура, °С	K_T	Рабочая температура, °С	K_T
100	1	200	1,25
125	1,05	225	1,35
150	1,10	250	1,40
175	1,15		

Если переменное нагружение подшипника задано циклограммой, в которой приведены соответствующие этим нагрузкам значения частот вращения, то циклограммы следует схематизировать и представить в упрощенном виде.

Эквивалентная динамическая радиальная нагрузка при переменном режиме работы для шарико- и роликоподшипников

$$P_{эр} = \sqrt[3]{\frac{P_{эр1}^3 L_{10,1} + P_{эр2}^3 L_{10,2} + \dots + P_{эrn}^3 L_{10,n}}{L_{10}}}, \quad (2.8)$$

где $L_{10} = L_{10,1} + L_{10,2} + \dots + L_{10,n}$ – суммарный ресурс подшипника;

$L_{10,n}$ – ресурс на каждом режиме.

Особенности подбора радиально-упорных подшипников.

Особенности подбора радиально-упорных подшипников связаны:

1. С наличием в радиально-упорных подшипниках собственного осевого усилия S_a , возникающего из-за наличия угла контакта тел качения (см.

рис. 2.5). На каждом теле качения возникает подобное усилие S_{ai} , а их сумма дает значение общего осевого усилия подшипника. Величина усилия зависит от значения радиальной составляющей, возникающей из-за прогиба вала и базовой статической грузоподъемности C_0 .

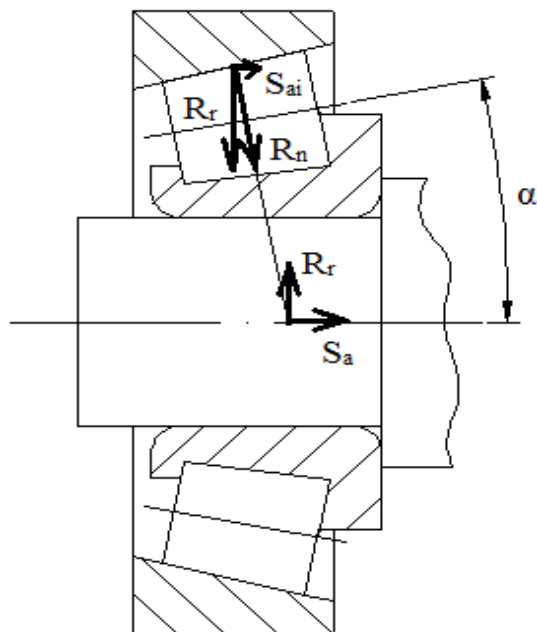


Рис. 2.5. Схема сил радиально-упорного подшипника

Для шариковых радиально-упорных подшипников с углом контакта $\alpha < 18^\circ$; $S_a = R_r e'$, где e' – коэффициент минимальной осевой нагрузки, принимается по рис. 2.6 или вычисляется в зависимости от отношения R_r / C_0 по формулам:

$$e' = 0,57(R_r / C_0)^{0,22} \text{ – при угле контакта } \alpha = 12^\circ;$$

$$e' = 0,58(R_r / C_0)^{0,14} \text{ – при угле контакта } \alpha = 15^\circ.$$

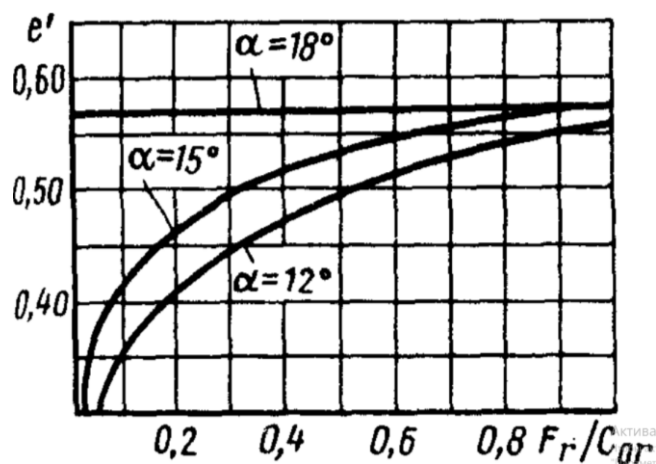


Рис. 2.6. Коэффициент минимальной осевой нагрузки

Для шариковых радиально-упорных подшипников с углом контакта $\alpha \geq 18^\circ$, $e' = e$, $S_a = R_r e$. Значение коэффициента e определяют по табл. 2.5.

Значение коэффициента f_0 зависит от геометрии элементов подшипника и от применяемых уровней напряжения при расчете базовой статической радиальной грузоподъемности. Величины f_0 для радиальных и радиально-упорных подшипников указаны в табл. 2.6.

Для конических роликовых радиально-упорных подшипников $e' = 0,83e$, поэтому $S_a = 0,83R_r e$. Значение e определяют по справочным таблицам.

Таблица 2.5

Значения коэффициента e

Тип подшипника	α , град	Коэффициент осевого нагружения e	Подшипник однорядный		Подшипник двухрядный			
			$R_a / VR_r > e$		$R_a / VR_r \leq e$		$R_a / VR_r > e$	
			X	Y	X	Y	X	Y
Радиальный	0	$0,28(f_0 F_a / C_0)^{0,23}$	0,56	0,44/ e	1,0	0	0,56	0,44/ e
Радиально-упорный	12	$0,41(f_0 F_a / C_0)^{0,17}$	0,45	0,55/ e	1,0	0,62/ e	0,74	0,88/ e
	15	$0,46(f_0 F_a / C_0)^{0,11}$	0,44	0,56/ e	1,0	0,63/ e	0,72	0,91/ e
	18	0,57	0,43	1,0	1,0	1,09	0,70	1,63
	25 26	0,68	0,41	0,87	1,0	0,92	0,67	1,41
	36	0,95	0,37	0,66	1,0	0,66	0,60	1,07
	40	1,14	0,35	0,57	1,0	0,55	0,57	0,93

Примечания:

1. Для однорядных подшипников при $R / VR_r \leq e$ принимают $X = 1$.
2. В приведенных в таблице формулах C_0 – паспортная статическая грузоподъемность подшипника, для двухрядных подшипников – статическая грузоподъемность одного ряда тел качения.

Таблица 2.6

Величины f_0 для радиальных и радиально-упорных подшипников

$D_{ш} \cos \alpha / D$	f_0	$D_{ш} \cos \alpha / D$	f_0	$D_{ш} \cos \alpha / D$	f_0
0,10	16,4	0,18	14,4	0,26	12,5
0,11	16,1	0,19	14,2	0,27	12,3
0,12	15,9	0,20	14,0	0,28	12,1
0,13	15,6	0,21	13,7	0,29	11,8
0,14	15,4	0,22	13,5	0,30	11,6
0,15	15,2	0,23	13,2	0,31	11,4
0,16	14,9	0,24	13,0	0,32	11,2
0,17	14,7	0,25	12,8	0,33	10,9

Примечание: $D_{ш}$ – диаметр шарика; α – угол контакта; D – диаметр окружности расположения центров шариков.

2. Со схемой установки подшипников на валах. Существует 4 основных схемы установки подшипников на валах (рис. 2.7–2.9):

- «враспор»;
- «врастяжку»;
- «плавающая» опора – фиксированная опора;
- «плавающий» вал.

Соотношение между значениями S_{a1} и S_{a2} определяет способ определения общей осевой нагрузки на подшипник, что наглядно видно из следующей табл. 2.7.

Коэффициент осевой нагрузки для роликовых радиально-упорных подшипников указывается в таблицах, а для шариковых радиальных и радиально-упорных определяется из F_a / C_0 , где F_a – осевое усилие в зацеплении, C_0 – статическая грузоподъемность подшипника (см. выше).

Таблица 2.7

Определение величины осевого усилия

Схема нагружения подшипников	Соотношение сил	Осевая нагрузка
<p>1. Радиально-упорные подшипники</p> <p>а) по схеме «враспор»</p>	$S_{a1} \geq S_{a2}$ $F_a \geq 0$	$R_{a1} = S_{a1}$ $R_{a2} = S_{a1} + F_a$
<p>б) по схеме «врастяжку»</p>	$S_{a1} < S_{a2}$ $F_a \geq S_{a2} - S_{a1}$	
<p>2. Шариковые радиальные по схеме «врас-тяжку» или «враспор»</p>	$S_{a1} = S_{a2} = 0$ $F_a \geq 0$	$R_{a1} = F_a$ и(или) $R_{a2} = F_a$

Примечания:

1. Цифрой 2 обозначается опора, которая удерживает вал от смещения в осевом направлении под действием осевой силы в зацеплении F_a .

2. В формулах для эквивалентной динамической нагрузки (см. (2.4)) $P_3 = (V \cdot X \cdot R_r + Y \cdot R_a) K_T \cdot K_B$ – осевая составляющая учитывается в том случае, если $\frac{R_a}{V \cdot R_r} > e$. Коэффициенты X и Y определяются по таблицам.

Если $\frac{R_a}{V \cdot R_r} \leq e$, то принимаем $X = 1$, $Y = 0$, то есть формула приобретает вид $P_3 = V \cdot R_r \cdot K_T \cdot K_B$ (см. (2.5)).

3. Шариковые подшипники – радиальные подшипники, способные воспринимать осевое усилие. Величина этого осевого усилия не должна превышать 30 % от минимальной радиальной силы (из двух подшипников).

Статическая грузоподъемность – такая статическая нагрузка, которой соответствует общая остаточная деформация тел качения и колец в наиболее нагруженной точке контакта, равная 0,0001 диаметра тела качения.

Статическую грузоподъемность используют для подбора подшипников при малых частотах вращения $n < 1 \text{ мин}^{-1}$, когда число циклов нагружений мало и не вызывает усталостных разрушений, а также для проверки подшипников, рассчитанных по динамической грузоподъемности. Условие подбора подшипника: $P_{03} \leq C_0$, где C_0 – статическая эквивалентная нагрузка.

$P_{03} = X_0 \cdot R_r + Y_0 \cdot R_a$, где X_0 , Y_0 – коэффициенты определяются по рекомендациям для данного типа подшипников.

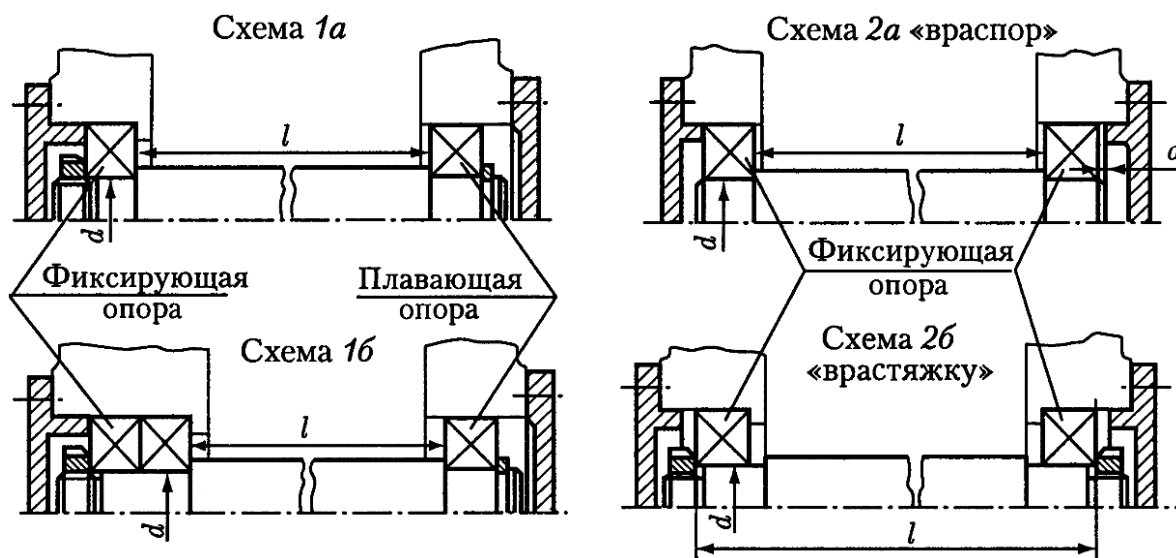


Рис. 2.7. Основные схемы установки подшипников

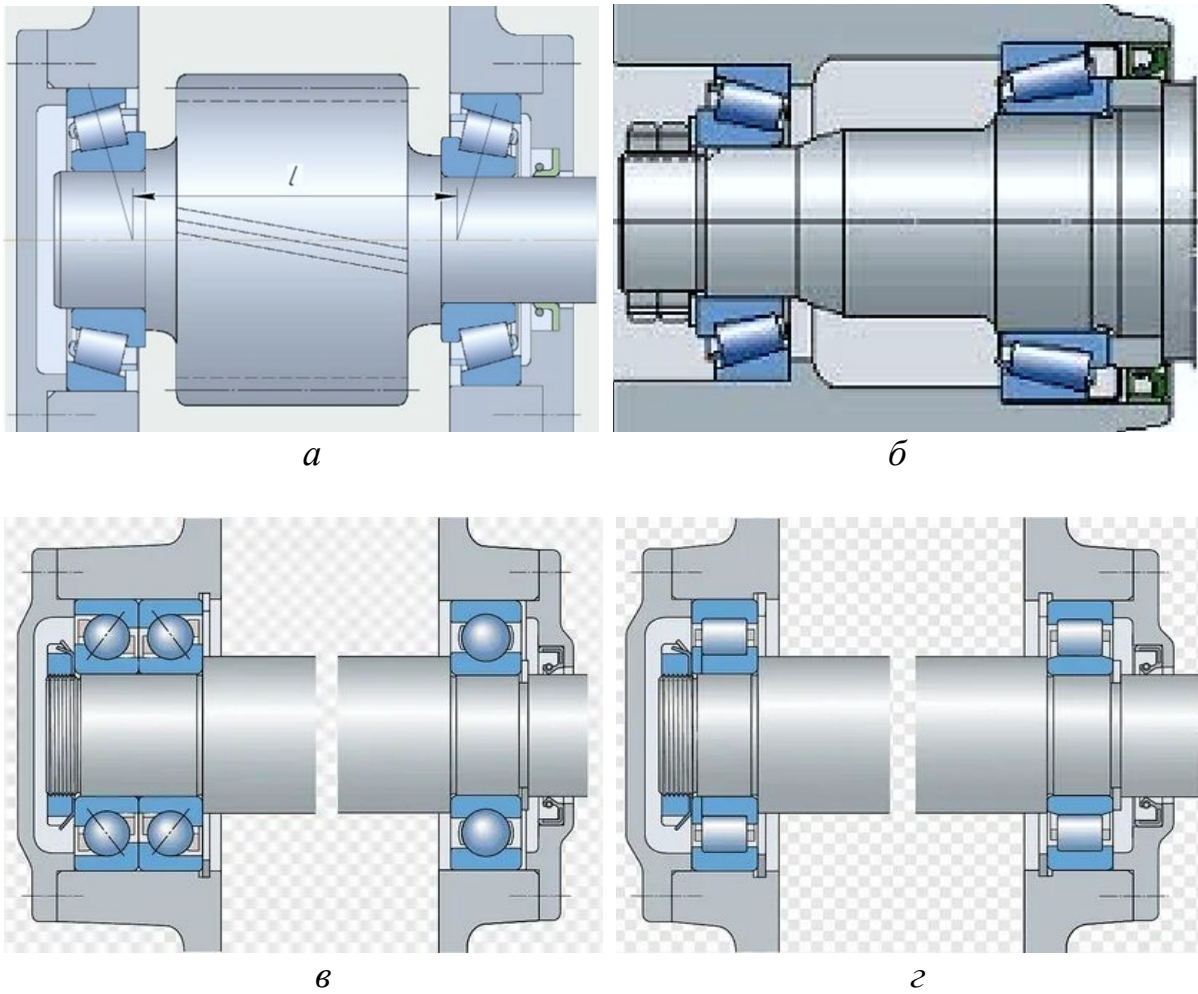


Рис. 2.8. Способы установки подшипников на валах:
a – «враспор»; *б* – «врастяжку»; *в, г* – фиксированная опора – «плавающая» опора

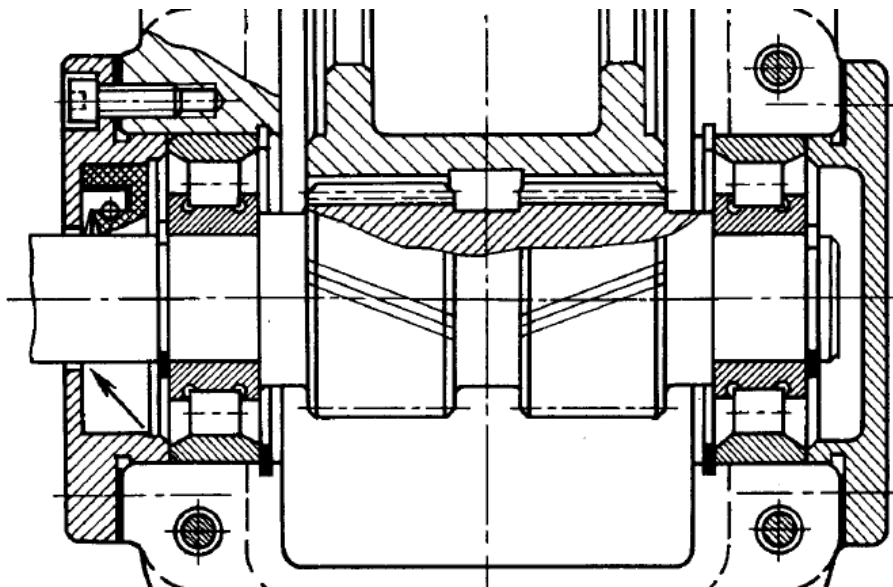


Рис. 2.9. Схема установки подшипников «плавающий» вал.

Примеры решения задач

Пример 1. Рассчитать долговечность подшипников № 7211, установленных на тихоходном валу цилиндрического косозубого редуктора (посадочный диаметр или диаметр цапфы – 55 мм) и определить их пригодность, если требуемая долговечность 20 000 часов. Подшипники установлены по схеме «враспор». Радиальные нагрузки на подшипники: $R_{r2} = 4874,997$ Н; $R_{r1} = 3336,590$ Н; осевое усилие в зацеплении колес $F_a = 852,845$ Н. Нагрузка постоянная. Вращается внутреннее кольцо подшипника с частотой 165 мин^{-1} .

Основные параметры и размеры подшипника: посадочный диаметр $d = 55$ мм; диаметр наружного кольца $D = 100$ мм; ширина $B = 21$ мм; паспортная динамическая грузоподъемность $C = 65$ кН; коэффициент осевой нагрузки $Y = 1,5$; коэффициент $e = 0,37$.

Решение.

Расчетный ресурс подшипника в часах определяется по формуле

$$L = a_1 \cdot a_{23} \left(\frac{C}{P_3} \right)^p \cdot \frac{10^6}{60 \cdot n^3} \geq L_{\text{треб}},$$

где a_1 – коэффициент надежности, принимаем $a_1 = 1$;

a_{23} – обобщенный коэффициент совместного влияния качества металла и условий эксплуатации. Для роликовых подшипников рекомендуется $0,6–0,7$. Принимаем $a_{23} = 0,6$;

$L_{\text{треб}}$ – требуемый ресурс работы редуктора (20 000 часов);

C – паспортная динамическая грузоподъемность;

n – частота вращения подвижного кольца (совпадает с частотой вращения вала);

P_3 – суммарная эквивалентная динамическая нагрузка.

Степень $p = 3,33$ – для роликовых подшипников.

Определяем собственные осевые составляющие S_{a1} и S_{a2} , а также суммарные осевые усилия подшипников R_{a1} и R_{a2} (см. табл. 2.7, п. 1, а).

$$S_{a1} = 0,83 \cdot e \cdot R_{r1} = 0,83 \cdot 0,37 \cdot 3336,590 = 1024,667 \text{ Н};$$

$$S_{a2} = 0,83 \cdot e \cdot R_{r2} = 0,83 \cdot 0,37 \cdot 4874,997 = 1497,112 \text{ Н};$$

$$F_a = 852,845 \text{ Н};$$

$$S_{a2} > S_{a1};$$

$$S_{a2} - S_{a1} = 1497,112 - 1024,667 = 472,445 \text{ Н};$$

$$S_{a2} - S_{a1} < F_a;$$

$$R_{a1} = S_{a1} = 1024,667 \text{ Н};$$

$$R_{a2} = S_{a1} + F_a = 1024,667 + 852,845 = 1877,512 \text{ Н}.$$

Прежде чем определять эквивалентную динамическую нагрузку, считаем соотношение $\frac{R_a}{V \cdot R_r}$ и сравним с e :

$$\frac{R_{a1}}{V \cdot R_{r1}} = \frac{1024,667}{3336,590} = 0,307 < e; \Rightarrow X = 1, Y = 0;$$

$$\frac{R_{a2}}{V \cdot R_{r2}} = \frac{1877,512}{4874,997} = 0,385 > e; \Rightarrow X = 0,4, Y = 1,5;$$

где $X = 0,4$ – коэффициент радиальной нагрузки (для однорядных радиально-упорных роликовых подшипников);

Y – коэффициент осевой нагрузки (указывается в справочных таблицах подшипников);

V – коэффициент, учитывающий, которое из колец подшипника вращается: $V = 1$ – вращается внутреннее кольцо.

Определим P_3 для каждого подшипника:

$$P_{31} = V \cdot X \cdot R_{r1} \cdot K_T \cdot K_G = 1 \cdot 1 \cdot 3336,590 \cdot 1 \cdot 1,2 = 4003,908 \text{ Н};$$

$$P_{32} = (V \cdot X \cdot R_{r2} + Y \cdot R_{a2}) K_T \cdot K_G =$$

$$= (1 \cdot 0,4 \cdot 4874,997 + 1,5 \cdot 1877,512) \cdot 1 \cdot 1,2 = 5719,52 \text{ Н};$$

$K_G = 1,2$ – коэффициент режима работы подшипников;

$K_T = 1$ – температурный коэффициент.

Дальнейший расчет выполняем по большему значению.

$$L_{\text{расч}} = a_1 \cdot a_{23} \cdot \frac{10^6}{60n} \cdot \left(\frac{C}{P_3} \right)^{3,33} = 1 \cdot 0,6 \cdot \frac{10^6}{60 \cdot 165} \cdot \left(\frac{65000}{5719,52} \right)^{3,33} = 1,98 \cdot 10^5 \text{ часов}.$$

Таким образом, требование $L_{\text{расч}} \geq L_{\text{треб}}$ выполняется, где $L_{\text{треб}} = 20\,000$ часов.

Пример 2.

Проверить долговечность подшипников вала червяка, которые установлены по схеме: фиксированная опора – «плавающая» опора (см. рис. 2.7, схема 1б или рис. 2.8, в). В этом случае «плавающая» опора нагружена только радиальной силой, а фиксированная – радиальной и осевой. Для «плавающей» опоры выбран шариковый радиальный подшипник № 310. Основные параметры подшипника: посадочный диаметр $d = 50$ мм; диаметр наружного кольца $D = 110$ мм; ширина $B = 27$ мм; паспортная динамическая грузоподъемность $C = 61,8$ кН; паспортная статическая грузоподъемность $C_0 = 36$ кН. Радиальная нагрузка на опору $R_{r1} = 1616$ Н.

В фиксированной опоре установлены два шариковых радиально-упорных подшипника № 46310. Основные параметры однорядного подшипника: посадочный диаметр $d = 50$ мм; диаметр наружного кольца $D = 110$ мм; ширина $B = 27$ мм; паспортная динамическая грузоподъемность $C = 71,5$ кН; паспортная статическая грузоподъемность $C_0 = 44$ кН; $\alpha = 26^\circ$.

Радиальная нагрузка на опору $R_{r2} = 602,32$ Н, осевая сила в зацеплении $F_a = 4185$ Н.

Вращаются внутренние кольца подшипников с частотой $n = 2940$ мин⁻¹. Требуемая долговечность 18 000 часов.

Решение.

Рассчитаем долговечность подшипника № 310:

$$L_h = a_1 \cdot a_{23} \left(\frac{C}{P_3} \right)^p \cdot \frac{10^6}{60n} \geq L_{h \text{ треб}},$$

где C – динамическая грузоподъемность подшипника $C = 61,8$ кН;
 n – частота вращения внутреннего кольца (вала), $n = 2940$ мин⁻¹;
 $L_{h \text{ треб}} = 18\,000$ ч;
 $\alpha_1 = 1$ – коэффициент надежности;
 $\alpha_{23} = 0,7$ – коэффициент совместного влияния качества металла и условий эксплуатации подшипника;
 $p = 3$ – для шариковых подшипников;
 P_3 – эквивалентная динамическая нагрузка, которая рассчитывается по формуле:

$$P_3 = P_r = V \cdot R_r \cdot K_T \cdot K_6;$$

K_T – температурный коэффициент, учитывается при температуре $t \geq 100$ °С, иначе – $K_T = 1$;

K_6 – коэффициент режима работы, принимаем $K_6 = 1,1$;

$V = 1$ – коэффициент, учитывающий вращение внутреннего кольца;

R_r – радиальная нагрузка на подшипник 1616 Н.

Тогда эквивалентная нагрузка:

$$P_{\Sigma 1} = P_{r1} = V \cdot R_r \cdot K_T \cdot K_6 = 1 \cdot 1616 \cdot 1 \cdot 1,1 = 1777,6 \text{ Н.}$$

$$L_{\text{расч}} = a_1 \cdot a_{23} \cdot \frac{10^6}{60n} \cdot \left(\frac{C}{P_{\Sigma 1}} \right)^3 = 1 \cdot 0,7 \cdot \frac{10^6}{60 \cdot 2940} \left(\frac{61800}{1777,6} \right)^3 = 1,67 \cdot 10^5 \text{ часов;}$$

167 000 > 18 000 часов.

Условие выполняется.

Проверим фиксированную опору из двух радиально-упорных подшипников № 46310.

Определяем суммарную грузоподъемность сдвоенной опоры $C_{r\Sigma}$.

$$C_{r\Sigma} = 1,625 \cdot C_r = 1,625 \cdot 71\,500 = 116\,187,5 \text{ Н.}$$

n – частота вращения вала, $n = 2940 \text{ мин}^{-1}$;

a_1 – коэффициент надежности, принимаем $a_1 = 1$;

a_{23} – обобщенный коэффициент совместного влияния качества металла и условий эксплуатации. Для шариковых подшипников рекомендуется 0,7–0,8. Принимаем $a_{23} = 0,7$.

Степень $p = 3$, для шариковых подшипников;

$P_{\Sigma 2}$ – эквивалентная динамическая нагрузка, которая рассчитывается по формуле:

$$P_{\Sigma 2} = (V \cdot X \cdot R_{r2} + Y \cdot R_{a2}) K_T \cdot K_6,$$

где $V = 1$, т. к. вращаются внутренние кольца подшипников;

K_T – температурный коэффициент, учитывается при температуре $t \geq 100 \text{ }^\circ\text{C}$, $K_T = 1$;

K_6 – коэффициент режима работы, принимаем $K_6 = 1,1$;

$R_{r2} = 602,32 \text{ Н}$ – радиальная нагрузка на опору;

R_{a2} – осевая нагрузка на опору, которая равна осевому усилию в зацеплении колес $F_a = 4185 \text{ Н}$.

$e = 0,68$ – коэффициент осевого нагружения (см. табл. 2.5).

Проверим соотношение

$$\frac{R_{a2}}{V \cdot R_{r2}} = \frac{4185}{1 \cdot 602,997} = 6,94 > e; \Rightarrow X = 0,67, Y = 1,41. \text{ (см. табл. 2.5).}$$

Эквивалентная динамическая нагрузка:

$$\begin{aligned} P_{\Sigma 2} &= (V \cdot X \cdot R_{r2} + Y \cdot R_{a2}) K_T \cdot K_6 = \\ &= (1 \cdot 0,67 \cdot 602,322 + 1,41 \cdot 4185) \cdot 1 \cdot 1,1 = 6934,846 \text{ Н;} \end{aligned}$$

$$L_{\text{расч}} = a_1 \cdot a_{23} \cdot \frac{10^6}{60n} \cdot \left(\frac{C}{P_3} \right)^3 = 1 \cdot 0,7 \cdot \frac{10^6}{60 \cdot 2940} \cdot \left(\frac{116187,5}{6934,846} \right)^3 =$$

$$= 18\,662,389 \text{ часов};$$

18 662,389 > 18 000.

Условие выполняется.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1

Определить долговечность в часах радиального однорядного шарико-подшипника № 312, если радиальная нагрузка на подшипник составляет 8000 Н, частота вращения вала 500 мин⁻¹, нагрузка постоянная, вращается внутреннее кольцо.

Задача 2

Определить долговечность в часах радиально-упорного подшипника № 7211, если радиальная нагрузка на подшипник составляет 9000 Н, осевая нагрузка – 5000 Н, $e = 0,37$, частота вращения внутреннего кольца 300 мин⁻¹. Нагружение имеет постоянный характер.

Задача 3

Определить долговечность в часах радиально-упорного подшипника № 6208, если радиальная нагрузка на подшипник составляет 8000 Н, осевая нагрузка – 4500 Н, $e = 0,36$, частота вращения внутреннего кольца 250 мин⁻¹. Нагружение имеет постоянный характер.

Задача 4

Определить долговечность в часах радиального однорядного шарико-подшипника № 211, если радиальная нагрузка на подшипник составляет 4570 Н, осевая нагрузка – 1050 Н, частота вращения вала 100 мин⁻¹, нагрузка постоянная, вращается внутреннее кольцо.

2.2. Подшипники скольжения

Подшипник скольжения – это опора, в которой цапфа вала скользит по поверхности подшипника (вкладыша).

Подшипник скольжения (рис. 2.10) состоит из корпуса 1, вкладыша 2, смазывающих устройств и уплотнений. Обычно корпус подшипника является отдельной деталью, на которую опирается цапфа вала 4. Вкладыш из-

готовавливают из антифрикционных материалов. В целях экономии дорогостоящего материала применяют биметаллические вкладыши, в которых тонкий антифрикционный слой наносят на более дешевую металлическую основу. Смазочный материал поступает к рабочей поверхности подшипника из канала 3 в смазочные канавки 5.

По направлению воспринимаемой нагрузки подшипники скольжения подразделяются на *радиальные и упорные (подпятники)*. При совместном действии радиальных и осевых сил применяют совмещенные опоры, в которых осевую силу воспринимают торцы опоры (рис. 2.11).

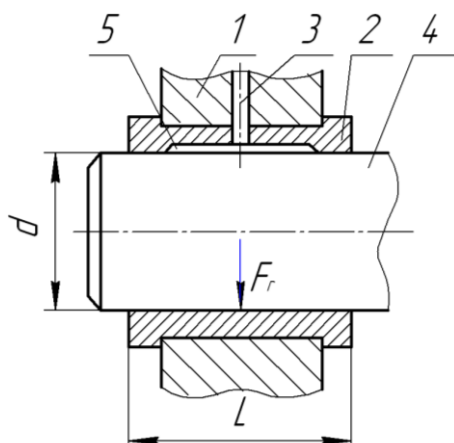


Рис. 2.10. Подшипник скольжения:
1 – корпус; 2 – вкладыш; 3 – канал для смазки;
4 – цапфа вала; 5 – смазочная канавка

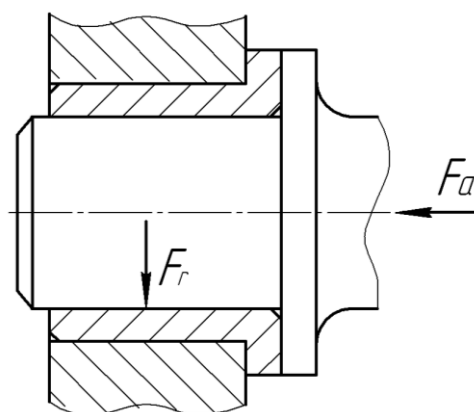


Рис. 2.11. Совмещенная опора,
воспринимающая радиальную
и осевую силы

Для уменьшения износа и потерь на трение подшипники работают, в основном, с жидким смазочным материалом. Для тихоходных опор используют пластичную смазку.

Газообразные смазочные материалы (воздух, азот, водород и др.) применяют для малонагруженных высокоскоростных опор. Использование в качестве смазочного материала газа резко снижает коэффициент трения и повышает допустимые частоты вращения, что обеспечивается малой вязкостью газа. *Недостатки опор скольжения:* чувствительность к перегрузкам и к погрешностям изготовления, склонность к автоколебаниям.

Исключить контакт цапфы вала и подшипника можно с помощью сил магнитного поля. Магнитные подшипники работают без износа при очень высоких частотах вращения (до 10^8 мин⁻¹) и температурах от абсолютного нуля до +250 °С. Они имеют высокую стоимость и применяются в особых условиях эксплуатации (в космической технике, навигационных приборах, атомной промышленности).

Для подшипников, работающих в экстремальных условиях (при высоких или сверхнизких температурах, в вакууме), используют самосмазывающиеся материалы.

Для разделения поверхностей цапфы и вала слоем смазочного материала, в подшипнике скольжения необходимо создать избыточное давление

смазки. В зависимости от способа создания давления подшипники делят на *гидродинамические* и *гидростатические*. В гидродинамических подшипниках давление возникает при относительном движении поверхностей вследствие затягивания смазки в клиновидный зазор. В гидростатических подшипниках давление создается насосом. Более распространены гидродинамические подшипники благодаря простоте конструкции и экономичности использования.

В основу классификации подшипников скольжения положен анализ их эксплуатационных режимов работы исследованием расположения соответствующих точек на диаграмме Герси–Штрибека (рис. 2.12), представляющей зависимость коэффициента трения f от величин, характеризующих процесс трения.

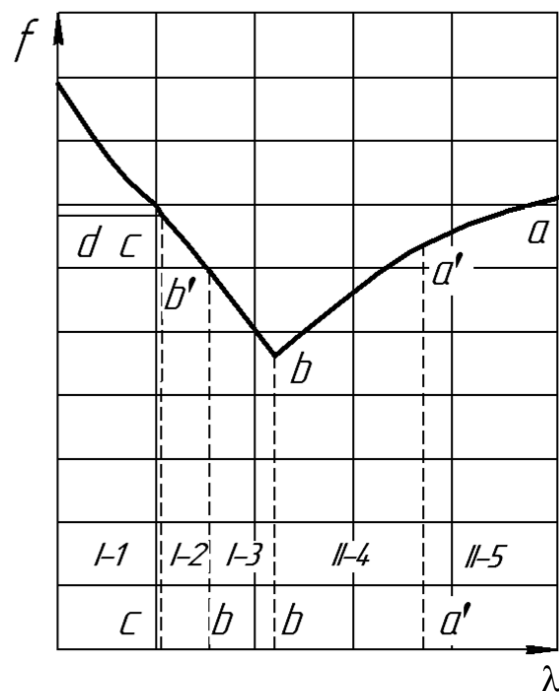


Рис. 2.12. Диаграмма Герси–Штрибека:
 I-1 – область граничного трения; I-2 и I-3 – область полужидкостного трения;
 II-4 и II-5 – область жидкостного трения

При весьма малой угловой скорости цапфы ω , основным аргументом, определяющим значение f , является скорость скольжения $v = \omega \cdot r$.

Точка b кривой характеризуется минимальным значением f . В этот момент все неровности трущихся поверхностей покрыты слоем смазки, но еще не перекрыты с избытком. При дальнейшем увеличении v график изменения f строит в зависимости от безразмерной характеристики режима работы:

$$\lambda = \frac{\eta \cdot \omega}{q_{\text{ср}}},$$

где η – динамическая вязкость смазки;

ω – угловая скорость цапфы;

$q_{\text{ср}} = \frac{F_r}{l \cdot d}$ – среднее давление, приходящееся на единицу опорной по-

верхности подшипника.

Эти эксплуатационные режимы работы подшипника определяются преимущественно материалом вкладыша и свойствами смазки. Классификация подшипников скольжения и области применения приведены в табл. 2.9.

Данные в табл. 2.8 и рис. 2.12 позволяют для конкретных условий работы вала устанавливать необходимый класс подшипника. В зависимости от выбранного класса конструкцию подшипника можно принять по табл. 2.8.

Таблица 2.8

Классификация подшипников по основным конструктивным признакам

Встроенные отдельно стоящие			
Неразъемные, применяемые в основном для класса I-1			
Регулируемые	Нерегулируемые		Регулируемые
С одним масляным клином	С одним масляным клином (разрезная втулка)		С одним масляным клином
С несколькими масляными клиньями	С несколькими масляными клиньями		
Разъемные, применяемые в основном для классов I-2, I-3, II-4, II-5			
С одним масляным клином	С несколькими масляными клиньями	С одним масляным клином	С несколькими масляными клиньями
С двумя вкладышами	С двумя вкладышами	С двумя вкладышами	С плавающим сегментом
С тремя четырьмя вкладышами	С плавающим сегментом		

Надежность и долговечность подшипников скольжения зависят прежде всего от диаметра и длины вкладыша. Выбор оптимальной длины вкладыша производят по отношению его длины к диаметру l/d , а диаметр вкладыша определяется диаметром цапфы вала. В современных конструкциях подшипников приняты отношения l/d (табл. 2.10).

Таблица 2.9

Классификация и области применения подшипников скольжения

Группа подшипников	Класс	Способ смазки	Вид трения	Величина коэффициента трения	Назначение	Область применения
I	I-1	Незначительное количество, периодически	Граничное	0,1...0,3	Малые скорости скольжения и большие удельные давления. Кратковременный режим работы. Возможен реверс	Опорные ролики транспортеров, ходовые колеса мостовых кранов и др.
	I-2	В основном непрерывная	Полужидкостное	0,02...0,1	Малые скорости скольжения и большие удельные давления. Кратковременный режим работы. Возможен реверс	Литейные и формовочные машины, кузнечно-прессовое оборудование, прокатные станы, грузоподъемные машины
	I-3	Масляная ванна или при помощи колец	Полужидкостное	0,0001...0,02	Редко меняющаяся по величине и направлению нагрузка: большая и средняя	Буксы железнодорожного состава, тягелые станки, мощные электродвигатели и генераторы, тяжелые редукторы, текстильные машины
II	II-4	Под давлением	Полужидкостное	0,001...0,02	Переменная нагрузка	Поршневые двигатели различного назначения
		Кольцами, комбинированный или под давлением	Жидкостное	0,0005...0,005	Малые окружные скорости валов, особо тяжелые условия работы при переменных по величине и направлению нагрузках	Электродвигатели и генераторы средней и малой мощности, легкие и средние редукторы, центробежные насосы и компрессоры, коренные и шатунные подшипники транспортных двигателей (авиационных, автомобильных, тракторных, тепловозных), прокатные станы
	II-5	Под давлением	Жидкостное	0,005...0,05	Малонагруженные опоры с большими скоростями скольжения	Паровые турбины, питательные насосы, крупные центробежные и пропеллерные насосы, водяные турбины, газовые турбины, осевые вентиляторы, турбокомпрессоры, воздухоподъемники, шпиндели станков для чистовых и доводочных операций и др.

Отношение длины к диаметру (l/d) для подшипников скольжения

Тип двигателя	Тип подшипника		
	коренной	шатунный	втулка поршневого пальца
1	2	3	4
Авиационные поршневые:			
рядный	0,4–0,6	0,7–1,0	–
звездообразный	–	1,0–1,3	–
Автомобильные	0,35–0,70	0,5–0,8	0,8–0,9
Быстроходные дизели, в том числе тепловозные	0,30–0,75	0,50–0,90	0,8–0,9
Стационарные дизели:			
старой конструкции	0,6–2,0	0,6–1,5	1,5–2,0
новой конструкции	0,6–1,0	0,5–1,0	–
Морские паровые машины	0,7–1,5	0,7–1,2	1,2–1,7
Стационарные тихоходные паровые машины	1,0–2,0	0,9–1,3	1,2–1,5
Поршневые насосы и компрессоры	0,8–2,0	0,9–1,7	1,5–2,0
Машины			
Турбогенераторы, электромашины, турбокомпрессоры	1,2–1,0		
прокатные станы	0,6–1,0		
станки	1,0–3,0		
буксы вагонов	1,4–2,0		
подшипники трансмиссионных валов	1,7–3,5		
Самоустанавливающиеся подшипники трансмиссий	2,5–4,0		

При выборе оптимального значения l/d для подшипников, используемых в различных двигателях, придерживаются следующих рекомендаций:

а) для уменьшения влияния неточности изготовления и монтажа на работоспособность подшипника, значения l/d выбирают ближе к нижнему пределу;

б) с увеличением угловой скорости вращения принимают меньшие значения l/d ;

в) в условиях полужидкостного, а особенно жидкостного трения для подшипников принимают:

с высоким давлением – $0,5 \leq l/d \leq 0,7$;

со средним давлением – $0,7 \leq l/d \leq 1,1$;

с низким давлением – $l/d \leq 1,5$.

Виды расчетов подшипников скольжения.

Расчет подшипника зависит от типа трения.

Условные (упрощенные) расчеты проводят для подшипников скольжения, работающих в режиме граничного или полужидкостного трения, когда величина износа определяется свойствами поверхностей и смазочного материала, поскольку в этом случае учет всех закономерностей трения невозможен.

Наилучшие условия для работы подшипников создаются при жидкостной смазке, когда поверхности цапфы и вкладыша полностью разделены жидким смазочным материалом.

Основной расчет подшипников скольжения – это расчет минимальной толщины масляного слоя, который при установившемся режиме работы обеспечит жидкостную смазку.

Тепловые расчеты проводят с целью определения рабочих температур подшипника и оценки пригодности смазочного материала.

Условные расчеты подшипников.

Условные расчеты подшипников позволяют в простейшей форме оценить пригодность материала и размера подшипника скольжения для конкретных условий работы на основании опыта конструирования и эксплуатации машин.

Проверку пригодности подшипника проводят по двум критериям:

Износостойкость оценивается по среднему условному давлению в подшипнике:

$$q = \frac{F_r}{d \cdot l} \leq [q]. \quad (2.9)$$

Работа сил трения в подшипнике преобразуется в тепло.

Теплостойкость является другим критерием расчета и оценивается произведением условного давления на окружную скорость цапфы:

$$q \cdot v = \frac{F_r}{d \cdot l} \cdot \frac{\omega \cdot d}{2} = \frac{F_r \cdot \omega}{2 \cdot l} \leq [q \cdot v], \quad (2.10)$$

где q – давление, Па;

F_r – радиальная сила, действующая на подшипник, Н;

d – диаметр цапфы, мм;

l – длина подшипника, мм;

v – скорость скольжения на поверхности цапфы $v = \omega \cdot r = \frac{\omega \cdot d}{2}$, м/с;

$[q]$ – допускаемое давление в подшипнике, Па;

$[q \cdot v]$ – характеристика напряженности работы подшипника, Па · м/с;

Допускаемые значения $[q]$ и $[q \cdot v]$ приведены в табл. 2.11.

Таблица 2.11

Значения $[q]$ и $[q \cdot v]$ для подшипников скольжения

Материал подшипника	Назначение	Область применения	Допускаемая температура, °С	Допускаемые значения	
				$[q]$, МПа	$[q \cdot v]$, МПа
Баббиты Б83 и Б89 (ГОСТ 1320-55)	Большие нагрузки, скорость v_{\max} до 60 м/с	Паровые турбины, турбокомпрессоры, двигатели внутреннего сгорания, электромашин, приводы прокатных станков	110	25	20–100
Заменители Б83 и Б89: БрС30; БН; баббит Б16 (ГОСТ 1320-55)	Большие нагрузки, скорость v_{\max} до 6 м/с, хуже чем Б83 и Б89 работает при ударных нагрузках	Центробежные насосы, редукторы, шестеренные клетки прокатных станков, тракторы, металлорежущие станки, судовые и стационарные паровые машины до 885 кВт, локомотивы, лесопильные рамы, гидротурбины, электродвигатели мощностью 250–750 кВт, компрессоры	130	15	10–50
Свинцовый баббит Б6 (ГОСТ 1320-55)	Умеренная нагрузка без резких ударов, v_{\max} до 6 м/с	Механизмы небольших мощностей, металлообрабатывающие станки, вентиляторы, нефтяные двигатели, шаровые мельницы, лебедки, тихоходные паровые машины, коробки передач небольших станков	110	5	5
Баббит БН (ГОСТ 1320-55); заменитель баббит БТ	Знакопеременная и ударная нагрузка, v_{\max} до 15 м/с	Автомобильные и тракторные двигатели, дизели компрессоров, электродвигатели средней мощности, паровые турбины, прокатные станы, центробежные насосы	120	15–20	15–20
Серый чугун АСЧ-1	Для работы с заклепанным валом: – v_{\max} до 2 м/с; – v_{\max} до 0,2 м/с		– –	0,05 9,0	0,1 1,8

Плоский упорный подшипник (подпятник) (кольцевой упорный подшипник (рис. 2.13). Расчет ведется по среднему давлению:

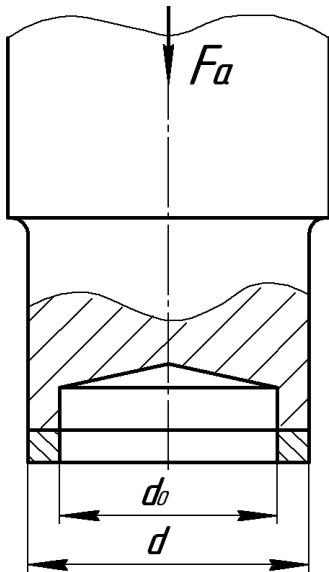


Рис. 2.13. Кольцевой упорный подшипник скольжения

$$q \leq \frac{F_a}{\frac{\pi}{4} \cdot (d^2 - d_0^2) \cdot \varphi} \leq [q].$$

После этого находят произведение давления на скорость скольжения в подшипнике:

$$q \cdot v \leq [q \cdot v],$$

где F_a – осевая нагрузка, Н;

φ – коэффициент, учитывающий уменьшение опорной поверхности смазочными канавками: $\varphi = 0,8-0,9$;

v – средняя скорость скольжения, м/с:

$$v = \omega \cdot \frac{d^3 - d_0^3}{3 \cdot (d^2 - d_0^2)};$$

d – наружный диаметр, м;

d_0 – внутренний диаметр, принимаемый равным $(0,6...0,8)d$, м;

ω – угловая скорость вала, c^{-1} .

Допускаемые значения $[q]$ и $[q \cdot v]$ такие же, как и для радиальных подшипников скольжения.

Упорный подшипник со сплошной пятой (рис. 2.14) рассчитывают по среднему давлению:

$$q = \frac{F_a}{\frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \varphi} \leq [q].$$

Затем рассчитывают произведение давления в подшипнике на скорость скольжения:

$$q \cdot v \leq [q \cdot v];$$

$$v = \omega \frac{d}{3}, \text{ м/с.}$$

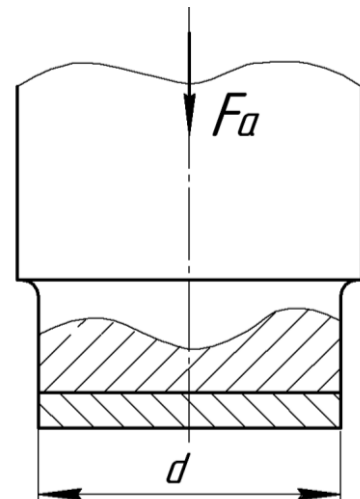


Рис. 2.14. Кольцевой упорный подшипник скольжения

Значения $[q]$ и $[q \cdot v]$ принимаются такие же, как и для радиальных подшипников.

Различные материалы, из которых изготавливают вкладыши подшипников, обеспечивают нормальную работу в определенном диапазоне окружных скоростей, поэтому необходима проверка условия:

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60\,000} \leq [v], \quad (2.11)$$

где n – частота вращения вала (мин^{-1});

v – окружная скорость цапфы (м/с).

Эти расчеты являются основными при граничной или полужидкостной смазке и предварительными для подшипников с жидкостной смазкой. В табл. 2.12 приведены допускаемые значения величин $[q]$, $[v]$ и $[q \cdot v]$ для некоторых материалов вкладышей.

Таблица 2.12

Допускаемые режимы работы для подшипниковых материалов

Материал	$[q]$, МПа	$[v]$, м/с	$[q \cdot v]$, МПа · м/с
АЧС-5	30	0,4	12
БрО10Ф1	15	10	15
АН-2,5	25	15	100
ЦАМ 10-5	20	7	10
Баббит Б88	20	50	75
Текстолит	15	8	25

Примеры решения задач

Пример 1. Рассчитать подшипник скольжения вала червячного колеса редуктора (рис. 2.15). Радиальная нагрузка на подшипник $F_r = 11$ кН; осевая $F_a = 4,4$ кН; диаметр цапфы вала $d = 80$ мм, частота вращения $n = 115$ мин^{-1} .

Решение.

Принимаем ширину вкладыша $b_0 = 0,8d = 0,8 \cdot 80 = 64$ мм учитывая фаски, примем рабочую ширину вкладыша $b = 60$ мм.

Для определения скорости скольжения вычисляем предварительно угловую скорость вала:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 115}{60} = 12 \text{ с}^{-1}.$$

Скорость скольжения $v = 0,5 \cdot \omega \cdot d = 0,5 \cdot 12 \cdot 80 \cdot 10^{-3} = 0,48$ м/с.

Среднее давление на рабочую поверхность вкладыша

$$q = \frac{F_r}{d \cdot b} = \frac{11 \cdot 10^3}{80 \cdot 60} = 2,3 \text{ МПа.}$$

Произведение $q \cdot v = 2,3 \cdot 0,48 = 1,1$ МПа · м/с.

По табл. 2.9 выбираем материал для вкладыша – антифрикционный чугун АЧС-5, для которого при $v = 2$ м/с имеем:

$$[q] = 0,05 \text{ МПа; } [q \cdot v] = 0,1 \text{ МПа} \cdot \text{м/с.}$$

При $v = 0,2$ м/с имеем $[q] = 9$ МПа; $[q \cdot v] = 1,8$ МПа · м/с.

Для вычисленной ранее скорости скольжения $v = 0,48$ м/с находим методом интерполирования значение $[q \cdot v] = 1,54$ МПа · м/с, следовательно,

$$[q] = \frac{[q \cdot v]}{v} = \frac{1,54}{0,48} = 3,2 \text{ МПа.}$$

Условия (2.10) и (2.11) выполнены.

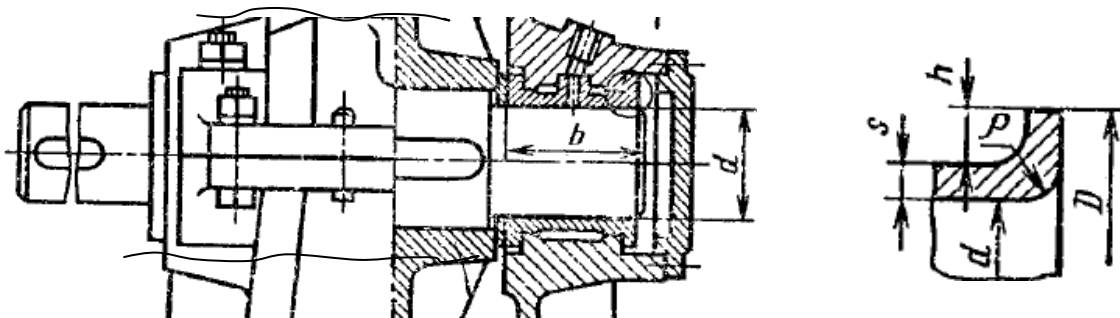


Рис. 2.15. Тихоходный вал червячного редуктора на опорах с подшипниками скольжения

Осевая сила $F_a = 4,4$ кН действует на торец вкладыша. Принимаем толщину вкладыша $s = 0,03d + (1...3) = 0,03 \cdot 80 + 2,6 = 5$ мм; высота буртика $H = 1,2s + (3...5) = 1,2 \cdot 5 + 4 = 10$ мм.

Наружный диаметр буртика $D = d + 2H = 80 + 2 \cdot 10 = 100$ мм.

Внутренний диаметр кольцевой торцевой поверхности вкладыша определяем с учетом радиуса галтели $\rho = 2$ мм: $d_0 = d + 2 \cdot \rho = 80 + 2 \cdot 2 = 84$ мм.

Площадь опорной поверхности торца:

$$A_T = 0,25 \cdot \pi (D^2 - d_0^2) = 0,25 \cdot 3,14 (100^2 - 84^2) = 2300 \text{ мм}^2.$$

Среднее давление на торец вкладыша:

$$q_T = \frac{F_a}{A_T} = \frac{4,4 \cdot 10^3}{2300} = 1,92 \text{ МПа.}$$

Приведенный радиус торцевой поверхности:

$$R_{cp} = 0,33 \frac{D^2 + d_O^2}{D^2 - d_O^2} = 0,33 \cdot \frac{100^2 + 84^2}{100^2 - 84^2} = 45 \text{ мм.}$$

Скорость скольжения на приведенном радиусе торцевой поверхности:

$$v = \omega \cdot R_{тр} = 12 \cdot 45 \cdot 10^{-3} = 0,54 \text{ м/с.}$$

Следовательно,

$$q \cdot v = 1,92 \cdot 0,54 \approx 1,04 \text{ МПа} \cdot \text{м/с.}$$

Методом интерполирования находим при $v_T = 0,54$ м/с значение $[q \cdot v] = 1,48$ МПа · м/с, следовательно,

$$[q] = \frac{[q \cdot v]}{v_T} = \frac{1,48}{0,54} = 2,74 \text{ МПа.}$$

Для торцевой поверхности вкладыша условия $q \leq [q]$ и $q \cdot v \leq [q \cdot v]$ также выполняются.

Вкладыш пригоден для установки в подшипник скольжения червячного редуктора для заданных условий работы. $q_{cp} = \frac{F_r}{l \cdot d}$ – среднее давление.

Расчет подшипников при жидкостной смазке.

В криволинейном клиновом зазоре гидродинамического подшипника скольжения (рис. 18.3) при вращении вала возникают избыточное давление и подъемная сила. Радиальная сила, воспринимаемая подшипником, равна:

$$F_r = \frac{\mu \cdot \omega}{\psi^2} \cdot d \cdot l \cdot C_F, \quad (2.12)$$

где μ – динамическая вязкость масла;

ω – угловая частота вращения вала, с^{-1} ;

$\psi = \frac{D - d}{d}$ – относительный зазор;

D – диаметр отверстия вкладыша, мм;

d – диаметр вала, мм;

C_F – безразмерный коэффициент нагруженности (коэффициент Зоммерфельда), приводимый в справочниках в зависимости от дуги охвата $\varphi_2 - \varphi_1$, относительной длины подшипника l/d и относительного эксцентриситета $\chi = \frac{2e}{\psi \cdot d}$ (e – эксцентриситет).

$$\chi = \frac{2e}{\psi \cdot d} \quad (e - \text{эксцентриситет}).$$

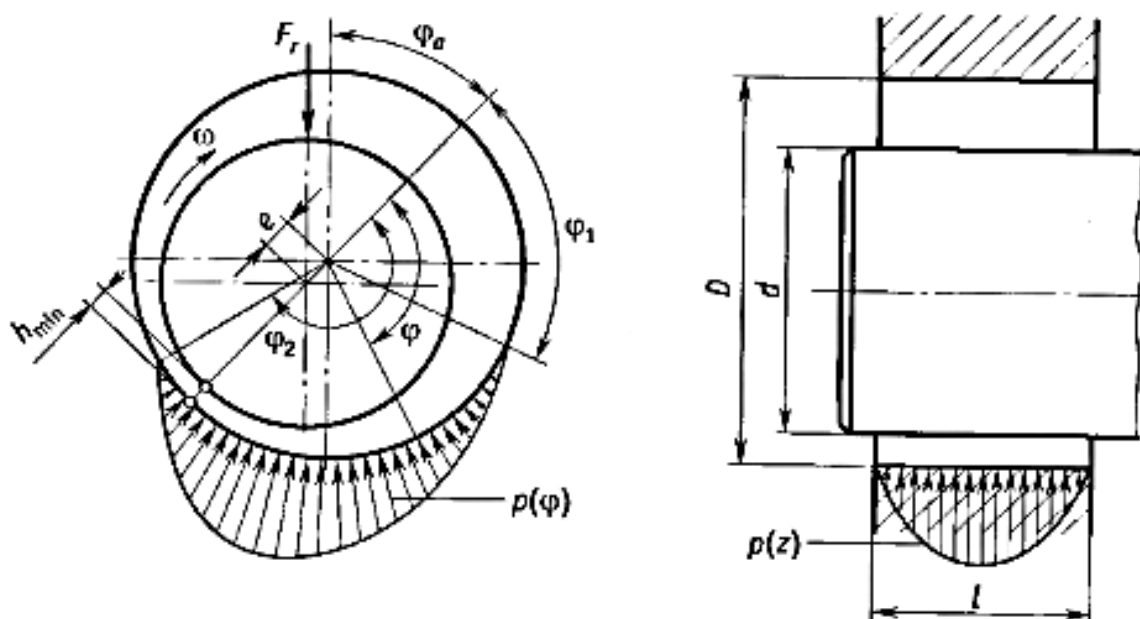


Рис. 2.16. Эпюры давления в гидродинамическом подшипнике

Таблица 2.13

Значения коэффициентов β и θ

Относительный эксцентриситет χ	Значения β для подшипников с углом обхвата		Значения θ подшипников с двумя продольными канавками
	360°	180°	
0,3	0,132	0,194	0,097
0,4	0,153	0,227	0,107
0,5	0,175	0,273	0,116
0,6	0,200	0,323	0,125
0,65	0,213	0,352	0,129
0,7	0,226	0,384	0,131
0,75	0,240	0,417	0,132
0,8	0,256	0,454	0,132
0,85	0,273	0,489	0,128
0,9	0,289	0,535	0,121
0,925	0,299	0,563	0,113
0,95	0,308	0,582	0,108
0,975	0,318	0,609	0,097
0,99	0,323	0,625	0,090

При известной радиальной силе F_r , из уравнения (3.2.4) находят коэффициент нагруженности:

$$C_F = \frac{q \cdot \psi^2}{\mu \cdot \omega}, \quad (2.13)$$

где $q = \frac{F_r}{d \cdot l}$.

Далее, по таблицам определяют χ , вычисляют минимальную толщину масляного слоя

$$h_{\min} = 0,5\psi \cdot d(1 - \chi) \quad (2.14)$$

и сравнивают ее с необходимой толщиной масляного слоя по условию существования жидкостной смазки:

$$h_{\min} = 2(R_{z1} + R_{z2}),$$

где R_{z1} и R_{z2} – высоты профилей микронеровностей поверхностей цапфы и вкладыша.

В условиях граничной и полужидкостной смазки в общем случае определить силы трения и моменты сил трения расчетным путем не удастся. В условиях жидкостной смазки сила трения

$$F_{\text{тр}} = \frac{C_T}{\psi} \cdot \frac{\pi \cdot \omega}{q} \cdot F_r, \quad (2.15)$$

где C_T – безразмерный коэффициент сопротивления вращению, который вычисляют по приближенной формуле:

$$C_T = \frac{\pi}{\sqrt{1 - \chi^2}} + 0,44\chi \cdot C_F \cdot \sqrt{1 - \chi^2}. \quad (2.16)$$

Используя силу трения $F_{\text{тр}}$, определяют тепловыделение в подшипнике и его КПД.

Пример 2. Рассчитать подшипник жидкостного трения по следующим данным: $F_r = 15 \cdot 10^3$ Н; $d = 150$ мм; $l = 100$ мм; частота вращения вала $n = 1500$ мин⁻¹; $\psi = 0,002$; масло Тп-22, имеющее при температуре 50 °С вязкость $\mu = 0,018$ Па · с; шероховатость рабочих поверхностей $Rz = 3,2$ мкм; расстояние между опорами вала $L = 1500$ мм; максимальный прогиб вала $y_{\max} = 0,1$ мм;

Проверить возможность обеспечения режима жидкостного трения, определить расход и давление подачи масла при средней температуре масла в нагруженной зоне 50 °С и при угле обхвата подшипника 180°.

Решение.

Определяем величины q_m , ω , v и l/d :

$$q_m = \frac{F_r}{l \cdot d} = \frac{15\,000}{0,1 \cdot 0,15} = 1 \cdot 10^6 \text{ Па};$$

$$l/d = \frac{100}{150} = 0,67;$$

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{\pi \cdot 1500}{30} = 157 \text{ с}^{-1};$$

$$v = \frac{1}{2} \omega \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 157 \cdot 0,15 = 11,8 \text{ м/с}.$$

По формуле (15.4):

$$\Phi_p = \frac{10^6 \cdot 4 \cdot 10^6}{1,8 \cdot 10^{-2} \cdot 1577} = 1,41.$$

По этому значению из табл. 2.10 определяем для заданного отношения $l/d = 0,67$ значение $\chi = 0,73$ при угле обхвата 180°. Минимальная толщина слоя масла:

$$h_{\min} = \delta(1 - \chi) = \frac{1}{2} d \cdot \psi(1 - \chi) = \frac{1}{2} \cdot 150 \cdot 0,002(1 - 0,73) = 0,0425 \text{ мм} \approx 42 \text{ мкм}.$$

Прогиб шипа в подшипнике:

$$y_0 = 1,6 \frac{l}{L} y_{\max} = \frac{1,6 \cdot 100}{1500} \cdot 0,1 = 0,0105 \text{ мм} = 10,5 \text{ мкм}.$$

В соответствии с условием

$$1,1(\Sigma Rz + y_0) = 1,1(2 \cdot 3,3 + 10,5) \approx 19 \text{ мкм} \leq h_{\min} = 42 \text{ мкм},$$

т. е. условие выполняется.

Тепловой расчет подшипников. Температуру подшипника рассчитывают из уравнения теплового баланса между теплообразованием и тепло-

отдачей при установившемся тепловом режиме. Расход мощности на образование тепловой энергии в подшипнике:

$$W_1 = F_r \cdot \psi \cdot v \cdot C_T / C_F. \quad (2.17)$$

Теплоотвод происходит через корпус, вал и смазочный материал. Мощность

$$W_2 = K_T \cdot A(t_k - t_o).$$

Пример 3. Рассчитать на износостойкость и нагрев кольцевую пятю из стали Ст.5, работающую на чугунном подпятнике. Осевая нагрузка на колонну $F_a = 40$ кН, частота вращения $n = 80$ мин⁻¹.

Решение.

Внутренний и наружный диаметры кольцевой пятю (см. рис. 2.13) определим из расчета на износостойкость и нагрев.

Принимаем по табл. 2.12 $[q_m] = 2$ МПа.

Удельное давление для кольцевой пятю рассчитывается по формуле:

$$q_m = \frac{F_a}{(\beta \cdot A_{\text{оп}})} = \frac{4F_a}{\beta \cdot \pi \cdot (d^2 - d_1^2)} \leq [q_m] = \frac{4 \cdot 40}{0,9 \cdot 3,14 \cdot (d^2 - d_1^2)} \leq 2 \cdot 10^6;$$

$$(d^2 - d_1^2) \geq \frac{4 \cdot 40 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,9 \cdot 10^6} = 28,29 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2,$$

где $\beta = 0,9 \dots 0,95$ – коэффициент уменьшения опорной площади пятю за счет смазочных канавок;

$A_{\text{оп}} = \pi(d^2 - d_1^2) / 4$ – площадь опорной поверхности для кольцевой пятю.

Условие работы подшипника скольжения без чрезмерного нагрева и опасности заедания имеет вид:

$$q_m \cdot v_s \leq [q_m \cdot v_s],$$

где v_s – окружная скорость, которую находят для окружности среднего диаметра $d_{\text{ср}} = 0,5(d + d_1)$;

d и d_1 – наружный и внутренний диаметры кольцевой пятю.

При $[q_m \cdot v_s] = 12$ МПа·м/с определяем:

$$q_m \cdot v_s = \frac{F_a}{\beta \cdot A_{\text{оп}}} \cdot v_s = \frac{4F_a}{\beta \cdot \pi \cdot (d^2 - d_1^2)} \cdot \frac{\pi \cdot (d + d_1) \cdot n}{2 \cdot 60} = \frac{F_a \cdot n}{30 \cdot \beta \cdot (d - d_1)} \leq [q_m \cdot v_s].$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1

Определить температуру подшипника скольжения вала электродвигателя, работающего при угловой скорости 65 с^{-1} . Нагрузка на цапфу вала $F_r = 18\,000 \text{ Н}$, размеры цапфы $d = 0,1 \text{ м}$; $l = 0,13 \text{ м}$. Коэффициент трения принять $f = 0,0023$.

Задача 2

Определить размеры подпятника для кольцевой пяты вала червяка редуктора механизма поворота стационарного крана с переменным вылетом. Скорость поворота стрелы крана – $0,22 \text{ м/с}$. Подпятник изготовлен из серого чугуна АСЧ-1 и воспринимает осевую нагрузку $F_a = 36\,500 \text{ Н}$. При расчете принять отношение $d_0 / d = 0,6$ (d_0 – внутренний диаметр, d – наружный).

Задача 3

Определить минимальную толщину масляной пленки в подшипнике шпинделя токарного станка по следующим данным: диаметр цапфы $0,065$; длина вкладыша $0,075 \text{ м}$; нагрузка на цапфу 7200 Н , материал втулки – БрС 30, посадка H7/f7, угловая скорость вращения шпинделя 100 с^{-1} , подшипник смазывается индустриальным маслом 45 с предельной температурой нагрева 323 К .

3. КИНЕМАТИКА АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ПЛАНЕТАРНОЙ КОРОБКИ ПЕРЕДАЧ

3.1. Общие сведения

Автоматизированная планетарная коробка передач (АПКП) представляет собой синтезированную передачу, состоящую из рядов трехзвенных планетарных механизмов с одновенцовыми сателлитами с последовательным и параллельным соединением звеньев и элементов управления, к которым относятся соединительные муфты (**М**), жестко связывающие входной вал с основными звеньями планетарных рядов и тормозные муфты (**Т**), блокирующие вращение основных звеньев планетарных рядов за счет их жесткой связи с неподвижным корпусом.

При включении последовательных скоростных режимов происходит алгоритмическое взаимодействие звеньев планетарных рядов, что активизирует в АПКП различные типы планетарных механизмов:

- трехзвенный планетарный механизм с одновенцовыми сателлитами;
- многоступенчатая планетарная передача;
- замкнутый дифференциал планетарно-дифференциального вида;
- сложный замкнутый дифференциал с дифференциальным механизмом на выходе и планетарно-дифференциальной передачей.

Рассмотрим особенности кинематико-силового и мощностного расчета данных типов планетарных механизмов.

3.2. Кинематический расчет планетарных механизмов

Передаточное отношение $i_{пл}$ трехзвенного планетарного механизма с одновенцовыми сателлитами (рис. 3.1) зависит от статуса основного звена *водила* – h (остановленное, ведущее или ведомое) и заключается в определении функции $i_{пл} = f(i^h)$.

Для раскрытия функции составим матрицу расчетных формул для трехзвенных планетарных механизмов с одновенцовыми сателлитами [1]:

$$i_{пл} = f(i^h) = i_{12}^3 = \begin{cases} i_{12}^h = (\pm z_2/z_1); \\ i_{1h}^3 = 1 - i_{13}^h = 1 - (\pm z_3/z_1); \\ i_{h2}^3 = \frac{1}{i_{2h}^3} = \frac{1}{1 - i_{23}^h} = \frac{1}{1 - (\pm z_3/z_2)}. \end{cases} \quad (3.1)$$

В формуле (3.1) приняты следующие обозначения: индекс **1** – ведущее звено; индекс **2** – ведомое звено; индекс **3** – остановленное звено.

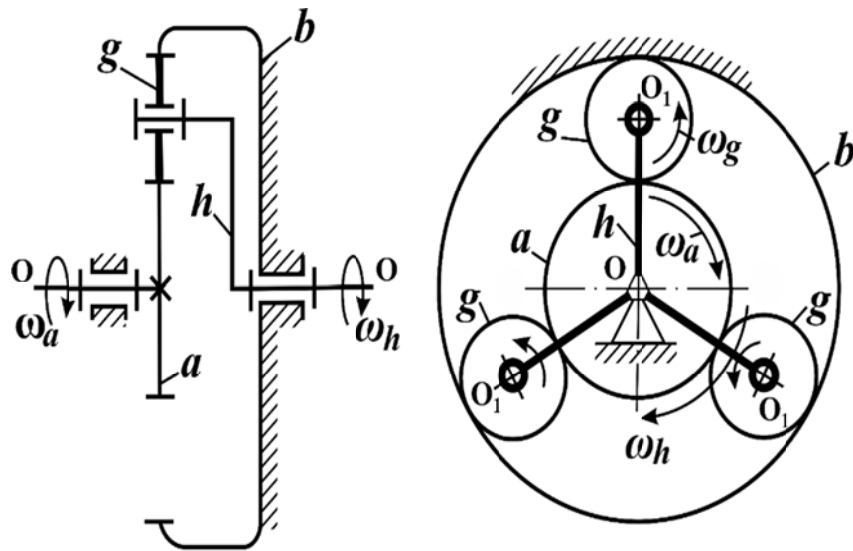


Рис. 3.1. Схема трехзвенного планетарного механизма

Для зацепления $a-g-b$ (рис. 3.1) дифференциального и планетарного механизмов справедливы следующие равенства взаимозависимости частот вращения звеньев:

$$\left. \begin{aligned} n_a &= i_{ab}^h \cdot n_b + i_{ah}^b \cdot n_h; & n_g &= i_{gb}^h \cdot n_b + i_{gh}^b \cdot n_h; \\ n_b &= i_{ba}^h \cdot n_a + i_{bh}^a \cdot n_h; & n_g &= i_{ga}^h \cdot n_a + i_{gh}^a \cdot n_h; \\ n_h &= i_{ha}^b \cdot n_a + i_{hb}^a \cdot n_b; \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Относительная частота вращения сателлитов дифференциальных механизмов определяется по формуле:

$$(n_g - n_h) = \begin{cases} (n_a - n_h)(z_a/z_g); \\ (n_b - n_h)(z_b/z_g). \end{cases} \quad (3.3)$$

Относительная частота вращения сателлитов планетарных механизмов с учетом наличия остановленных звеньев:

$$(n_g - n_h) = \begin{cases} n_h (z_a/z_g), & \text{при } n_a = 0; \\ (-n_h)(z_b/z_g), & \text{при } n_b = 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

Для расширения кинематических возможностей планетарных механизмов на практике применяют **ступенчатые передачи**, состоящие из последовательного соединения простых планетарных механизмов (рис. 3.2).

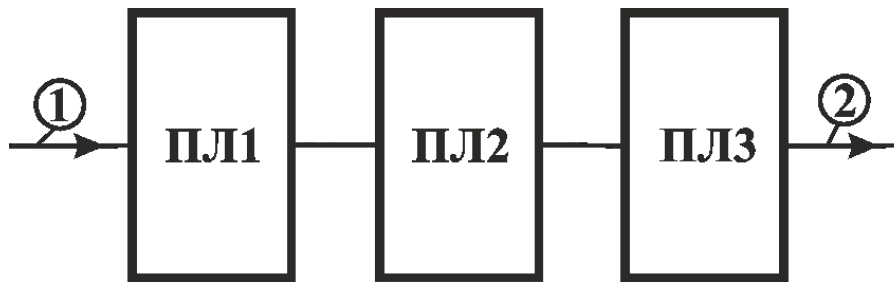


Рис. 3.2. Структурная схема трехступенчатой планетарной передачи с последовательным соединением звеньев:
 1 – входной вал; 2 – выходной вал; ПЛ1, ПЛ2, ПЛ3 – планетарные механизмы

Общее передаточное отношение ступенчатых передач определяется как произведение передаточных отношений всех ступеней. Например, для трехступенчатой планетарной передачи общее передаточное отношение:

$$i_{12} = i_{ПЛ1} \cdot i_{ПЛ2} \cdot i_{ПЛ3}, \quad (3.5)$$

где $i_{ПЛ1}, i_{ПЛ2}, i_{ПЛ3}$ – передаточные отношения планетарных механизмов, соответственно 1-й, 2-й и 3-й ступеней передачи (определяются по зависимостям (3.1)).

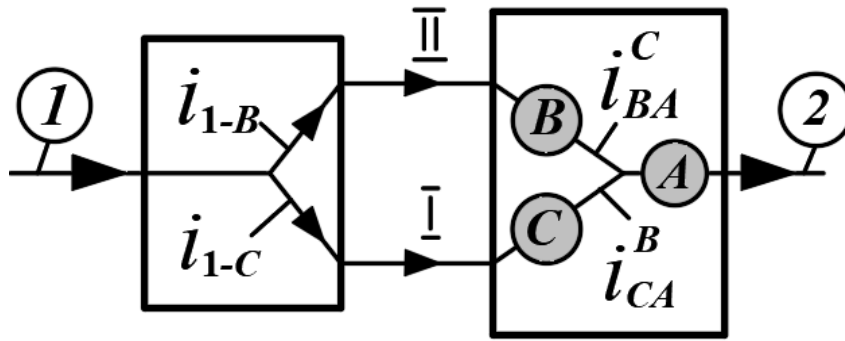
На современных транспортных машинах широко применяют двухпоточные передачи. Передача энергии от входного вала к выходному двумя потоками с различной степенью трансформации момента в каждом из них позволяет создавать более совершенные технические устройства, расширяет возможности применения гидродинамических, гидрообъемных и электрических трансформаторов.

Возможность использования двухпоточных передач основана на известном свойстве дифференциальных механизмов алгебраически суммировать на одном из основных звеньев не связанные между собой вращения двух других основных звеньев.

Двухпоточная передача состоит из дифференциального механизма и замыкающей передачи, кинематически связывающей два основных выходных звена дифференциального механизма. Такие передачи называются **замкнутыми дифференциальными механизмами** [2].

В замкнутых дифференциальных механизмах в качестве замыкающей передачи может использоваться классическая зубчатая передача или планетарный механизм. В последнем случае получаем замкнутый дифференциал дифференциально-планетарного вида (дифференциальный механизм расположен на входе передачи) или замкнутый дифференциал планетарно-дифференциального вида (дифференциальный механизм расположен на выходе передачи).

На рис. 3.3 представлена структурная схема замкнутых дифференциалов планетарно-дифференциального вида.



Планетарный механизм (П) Дифференциальный механизм (Д)

Рис. 3.3. Структурная схема и алгоритм определения передаточного отношения замкнутого дифференциала планетарно-дифференциального вида:
 1 – входной (ведущий) вал, 2 – выходной (ведомый) вал; A, B, C – основные звенья дифференциального механизма (в произвольном порядке);
 I, II – параллельные кинематические потоки

Вывод формулы для определения передаточных отношений данных передач основан на формулах взаимозависимости частот вращения звеньев (3.2). Согласно принятым на рис. 3.3 обозначениям и направлениям кинематического обхода ветвей замкнутого контура:

$$n_A = i_{AC}^B \cdot n_C + i_{AB}^C \cdot n_B = \frac{n_C}{i_{CA}^B} + \frac{n_B}{i_{BA}^C}.$$

Учитывая, что $i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{n_1}{n_A}$; $i_{1-B} = \frac{n_1}{n_B}$; $i_{1-C} = \frac{n_1}{n_C}$, получим:

$$i_{12} = \frac{n_1}{\frac{n_1}{i_{1-C} \cdot i_{CA}^B} + \frac{n_1}{i_{1-B} \cdot i_{BA}^C}} = \frac{1}{\frac{1}{i_{1-C} \cdot i_{CA}^B} + \frac{1}{i_{1-B} \cdot i_{BA}^C}} = \frac{1}{\frac{1}{i_1} + \frac{1}{i_{II}}} = \frac{i_1 \cdot i_{II}}{i_1 + i_{II}};$$

$$i_{II-Д} = i_{12} = \frac{i_1 \cdot i_{II}}{i_1 + i_{II}} = \frac{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B)(i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)}{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B) + (i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)}. \quad (3.6)$$

Зависимость (3.6) представляет *метод* определения передаточных отношений замкнутого дифференциала планетарно-дифференциального вида путем *гармонического суммирования* относительных передаточных отношений i_I и i_{II} двух параллельных силовых потоков I и II.

Передаточные отношения, входящие в формулу (3.6) определяются согласно зависимостям (3.1).

К **сложным замкнутым дифференциалам** [3] относятся передачи, состоящие из замкнутого дифференциала дифференциально-планетарного

или планетарно-дифференциального вида и дополнительного дифференциального механизма. Следовательно, сложный замкнутый дифференциал включает в себя как минимум три механизма (два дифференциальных и один планетарный) и обладает одной степенью свободы.

Данные передачи используются в многочисленных современных технических устройствах (автоматические планетарные коробки передач, распределители крутящих моментов, редукторы, мультипликаторы, бесступенчатые передачи, главные судовые приводы и др.).

Рассмотрим кинематический расчет сложных замкнутых дифференциалов с дифференциальным механизмом на выходе и планетарно-дифференциальной передачей.

На рис. 3.4 представлена структурная схема и алгоритм определения передаточного отношения сложного замкнутого дифференциала с дифференциальным механизмом на выходе и планетарно-дифференциальной передачей.

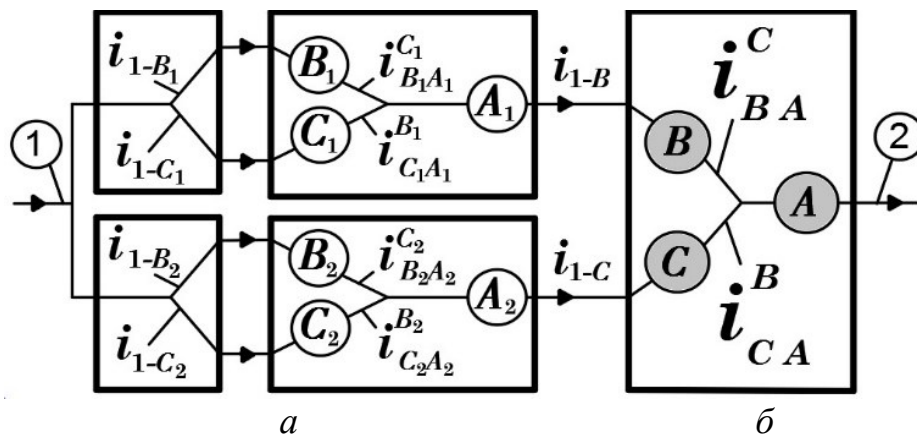


Рис. 3.4. Структурная схема и алгоритм определения передаточного отношения сложного замкнутого дифференциала с дифференциальным механизмом на выходе и планетарно-дифференциальной передачей:
а – планетарно-дифференциальная передача; б – дифференциальный механизм

Передаточное отношение данного варианта сложного замкнутого дифференциала с учетом кинематики замкнутых дифференциалов [1] и принятых на рис. 3.4 обозначений и направлений кинематического обхода ветвей замкнутых контуров принимает вид:

$$i_{1-B} = i_{1-A_1} = \frac{(i_{1-C_1} \cdot i_{C_1 A_1}^{B_1}) \cdot (i_{1-B_1} \cdot i_{B_1 A_1}^{C_1})}{(i_{1-C_1} \cdot i_{C_1 A_1}^{B_1}) + (i_{1-B_1} \cdot i_{B_1 A_1}^{C_1})};$$

$$i_{1-C} = i_{1-A_2} = \frac{(i_{1-C_2} \cdot i_{C_2 A_2}^{B_2}) \cdot (i_{1-B_2} \cdot i_{B_2 A_2}^{C_2})}{(i_{1-C_2} \cdot i_{C_2 A_2}^{B_2}) + (i_{1-B_2} \cdot i_{B_2 A_2}^{C_2})};$$

$$i_{12} = \frac{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B) \cdot (i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)}{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B) + (i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)}. \quad (3.7)$$

Передаточные отношения, входящие в формулу (3.7) определяются согласно зависимостям (3.1).

3.3. Силовой расчет планетарных механизмов

Значения сил в зацеплении и вращающих моментов на основных звеньях дифференциального и планетарного механизмов являются основными исходными параметрами для расчета зубьев колес, подшипниковых узлов, элементов управления (тормозных и блокировочных муфт) и других деталей.

Пренебрегая потерями на трение, при установившемся режиме движения, *энергетическое состояние дифференциального механизма* (рис. 3.5) можно описать условием равновесного силового состояния (3.8) и условием мощностного баланса (3.9):

$$T_A + T_B + T_C = 0; \quad (3.8)$$

$$T_A \cdot \omega_A + T_B \cdot \omega_B + T_C \cdot \omega_C = 0. \quad (3.9)$$

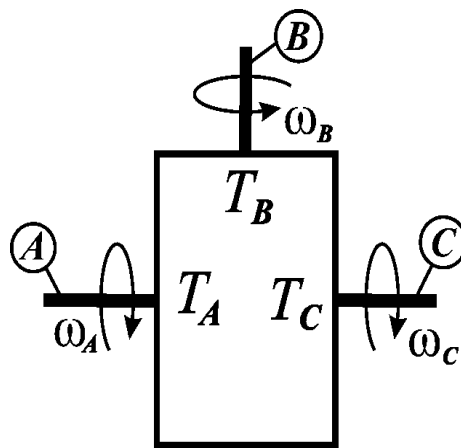


Рис. 3.5. Структурная схема дифференциального механизма:
 T_A, T_B, T_C – вращающие моменты; $\omega_A, \omega_B, \omega_C$ – угловые скорости
на основных звеньях

Выразим из уравнения (3.8) вращающий момент, например, звена C $T_C = -(T_A + T_B)$ и подставим в (3.9):

$$T_A \cdot \omega_A + T_B \cdot \omega_B - (T_A + T_B) \omega_C = 0;$$

$$T_A(\omega_A - \omega_C) + T_B(\omega_B - \omega_C) = 0;$$

$$\frac{T_A}{T_B} = -\frac{(\omega_B - \omega_C)}{(\omega_A - \omega_C)} = -i_{BA}^C;$$

$$T_A = -T_B \cdot i_{BA}^C. \quad (3.10)$$

Формула (3.10) представляет **закон распределения вращающих моментов** на основных звеньях дифференциального механизма в зависимости от его относительных передаточных отношений.

Применительно к планетарным механизмам (рис. 3.1) уравнения (3.8) и (3.10) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} T_a + T_b + T_h &= 0; \\ T_a &= -T_b \cdot i_{ba}^h = -T_h \cdot i_{ha}^b; \\ T_b &= -T_h \cdot i_{hb}^a = -T_a \cdot i_{ab}^h; \\ T_h &= -T_a \cdot i_{ah}^b = -T_b \cdot i_{bh}^a. \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

где T_a, T_b, T_h – вращающие моменты на звеньях планетарного механизма.

3.4. Мощностной расчет (баланс) планетарных механизмов

При анализе существующих механизмов или синтезе новых кинематических схем замкнутых дифференциалов (или сложных замкнутых дифференциалов) необходимо учитывать возникновение в передаче **циркулирующей мощности**.

Без учета потерь на трение и, приписывая знак «+» входной мощности и знак «-» – мощности на выходе передачи, определим долевое распределение подводимой мощности в параллельных силовых потоках I и II (см. рис. 3.3) замкнутого дифференциала планетарно-дифференциального вида в зависимости от относительных передаточных отношений двух параллельных силовых потоков:

$$P_1 = T_1 \cdot \omega_1 = -\frac{T_2}{i_{12}} \omega_2 \cdot i_{12} = -T_2 \cdot \omega_2 \frac{i_{12}}{i_1 \cdot i_{II}} = -P_2 \frac{i_{12}(i_I + i_{II})}{i_1 \cdot i_{II}} = P_1 \frac{i_{12}}{i_I} + P_1 \frac{i_{12}}{i_{II}}.$$

Принимая $P_1 = 1,0$, получим формулу расчета долевых значений параллельных потоков мощности в передаче:

$$\frac{i_{12}}{i_1} + \frac{i_{12}}{i_{II}} = \frac{i_{12}}{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B)} + \frac{i_{12}}{(i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)} = 1,0. \quad (3.12)$$

При положительных значениях долевых частей мощность двумя потоками передается от входного вала к выходному, циркулирующая мощность в передаче отсутствует. Отрицательные значения свидетельствуют о наличии в контуре, образованном замыкающей передачей и дифференциалом, **замкнутой мощности**, которая дополнительно нагружает зубчатые колеса и подшипники, увеличивает потери на трение, а, следовательно, снижает КПД передачи. Величина этой мощности может быть незначительной, а в отдельных случаях во много раз превосходить передаваемую.

Так как расчетная мощность при проектировании зубчатых колес и других деталей замкнутых дифференциалов **суммируется из циркулирующей и передаваемой**, то необходимо выбирать рациональные схемы передач с отсутствием циркуляции мощности или стремиться к ее минимизации за счет снижения кинематического эффекта передачи.

Мощностной расчет сложных замкнутых дифференциалов включает три этапа.

На первом этапе исследуется **абсолютный мощностной баланс** выходного дифференциального механизма и планетарно-дифференциальной передачи по формуле (3.12). На данном этапе планетарно-дифференциальная передача (замкнутый дифференциал планетарно-дифференциального вида) рассматривается как единый механизм.

На втором этапе исследуется **относительный мощностной баланс** замкнутого дифференциала планетарно-дифференциального вида (см. формулу (3.12)).

На третьем этапе определяются абсолютные долевые значения мощностных потоков замкнутого дифференциала планетарно-дифференциального вида.

3.5. Пример кинематико-силового и мощностного расчета автоматизированной планетарной коробки передач

На рис. 3.6 представлена общая кинематическая схема шестискоростной автоматизированной планетарной коробки передач (АПКП), включающей три трехзвенных планетарных механизма с одновенцовыми сателлитами, две соединительные муфты **М1**, **М2** (жестко связывающие входной вал с основными звеньями планетарных рядов) и три тормозные муфты **Т1**, **Т2**, **Т3** (блокирующие вращение основных звеньев планетарных рядов за счет их жесткой связи с неподвижным корпусом).

Рис. 3.7. Кинематическая схема работы АПКП на первом скоростном режиме:
включены муфты М2, Т3

На данном скоростном режиме активизирован третий планетарный ряд, представляющий **трехзвенный планетарный механизм** с одновенцовыми сателлитами с входным солнечным колесом a_3 , связанным с входным валом **1**, остановленным эпициклическим колесом b_3 и водилом h_3 , связанным с выходным валом **2**.

Расчет. На схеме (рис. 3.8) наносим обозначения звеньев a, g, b, h , индексы 1, 2. $T_{\text{вх}} = 150 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $n_{\text{вх}} = 1800 \text{ мин}^{-1}$

$$z_{a_1} = 32; \quad z_{a_2} = z_{a_3} = 30; \quad z_{g_1} = 20;$$

$$z_{g_2} = z_{g_3} = 21; \quad z_{b_1} = z_{b_2} = z_{b_3} = 72.$$

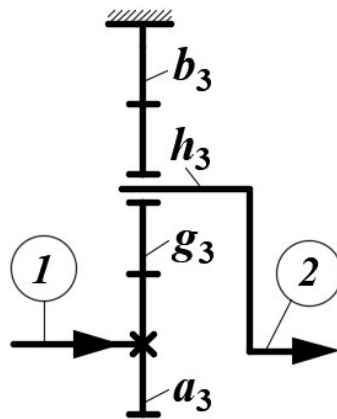


Рис. 3.8. Трехзвенный планетарный механизм с одновенцовыми сателлитами
(первый скоростной режим)

1. Кинематический расчет.

1.1. Передаточное отношение по формулам (3.1):

$$i_{1\text{ск}} = i_{12} = i_{a_3 h_3}^{b_3} = 1 - i_{a_3 b_3}^{h_3} = 1 - \left(-\frac{z_{b_3}}{z_{a_3}} \right) = 1 + \frac{72}{30} = 3,4.$$

1.2. Частота вращения выходного вала по формулам (1.2):

$$n_{\text{вых}} = n_{h_3} = n_{a_3} \cdot i_{h_3 a_3}^{b_3} = \frac{n_{a_3}}{i_{a_3 h_3}^{b_3}} = \frac{1800}{3,4} = 529,41 \text{ мин}^{-1}.$$

1.3. Относительная частота вращения сателлитов (формула (3.4)):

$$(n_{g_3} - n_{h_3}) = -n_{h_3} \frac{z_{b_3}}{z_{g_3}} = -529,41 \cdot \frac{72}{21} = -1815,12 \text{ мин}^{-1}.$$

2. Силовой расчет.

Вращающие моменты на основных звеньях по формулам (3.11):

$$T_{a_3} = T_{\text{вх}} = 150 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{h_3} = -T_{a_3} \cdot i_{a_3 h_3}^{b_3} = -150 \cdot 3,4 = -510 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{b_3} = -T_{a_3} \cdot i_{a_3 b_3}^{h_3} = -T_{a_3} \left(-\frac{z_{b_3}}{z_{a_3}} \right) = 150 \cdot \frac{72}{30} = 360 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверка: $T_{a_3} + T_{b_3} + T_{h_3} = 150 + 360 - 510 = 0$.

Второй скоростной режим осуществляется за счет включения соединительной муфты **M2**, связывающей входной вал **1** с солнечным колесом a_2 второго планетарного ряда, и тормозной муфты **T2**, блокирующей вращение эпициклического колеса b_2 (рис. 3.9).

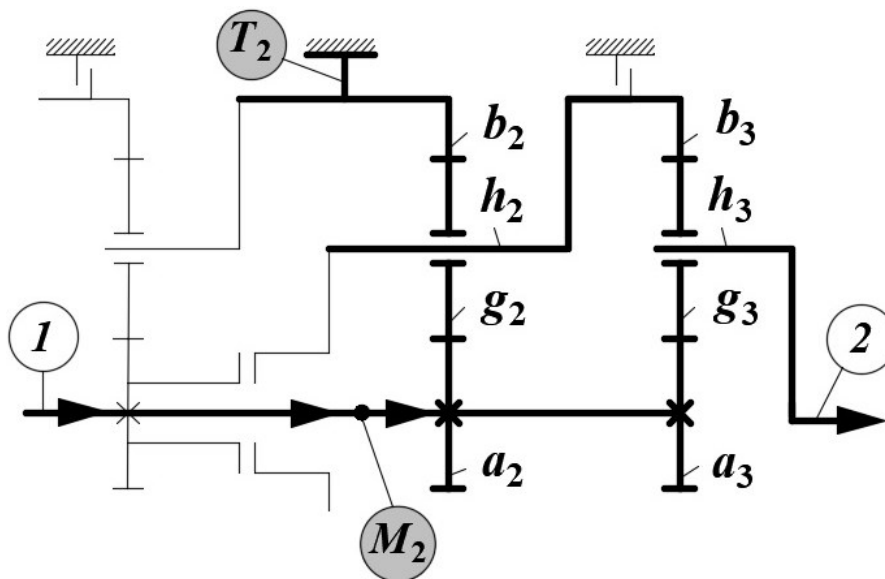


Рис. 3.9. Кинематическая схема работы АПКП на втором скоростном режиме: включены муфты M2, T2

На данном скоростном режиме активизированы второй и третий планетарные ряды, взаимодействие которых представляет **замкнутый дифференциал** планетарно-дифференциального вида с входным солнечным колесом a_2 , связанным с входным валом **1**, остановленным эпициклическим колесом b_2 и водилом h_3 , связанным с выходным валом **2**.

Расчет. На схеме (рис. 3.10) наносим обозначения звеньев a, g, b, h , индексы 1, 2, A, B, C , разграничиваем планетарный (П) и дифференциальный (Д) механизмы.

$$T_{\text{ВЫХ}} = -600 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad n_{\text{ВХ}} = 1800 \text{ мин}^{-1}.$$

$$z_{a_1} = 32; \quad z_{a_2} = z_{a_3} = 30; \quad z_{g_1} = 20; \quad z_{g_2} = z_{g_3} = 21; \quad z_{b_1} = z_{b_2} = z_{b_3} = 72.$$

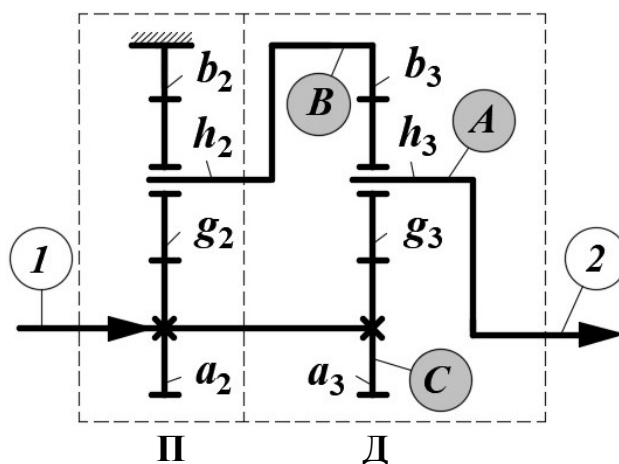


Рис. 3.10. Замкнутый дифференциал планетарно-дифференциального вида (второй скоростной режим)

1. Кинематический расчет.

1.1. Передаточное отношение на второй скорости АПКП (формулы (3.1), (3.6)):

$$i_{2\text{СК}} = i_{12} = \frac{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B)(i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)}{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B) + (i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)};$$

$$i_{1-C} = 1;$$

$$i_{CA}^B = i_{a_3 h_3}^{b_3} = 1 - i_{a_3 b_3}^{h_3} = 1 - \left(-\frac{z_{b_3}}{z_{a_3}} \right) = 1 + \frac{72}{30} = 3,4;$$

$$i_{1-B} = i_{a_2 h_2}^{b_2} = 1 - i_{a_2 b_2}^{h_2} = 1 - \left(-\frac{z_{b_2}}{z_{a_2}} \right) = 1 + \frac{72}{30} = 3,4;$$

$$i_{BA}^C = i_{b_3 h_3}^{a_3} = 1 - i_{b_3 a_3}^{h_3} = 1 - \left(-\frac{z_{a_3}}{z_{b_3}} \right) = 1 + \frac{30}{72} = 1,417;$$

$$i_{2\text{СК}} = \frac{(1 \cdot 3,4)(3,4 \cdot 1,417)}{(1 \cdot 3,4) + (3,4 \cdot 1,417)} = 1,993.$$

1.2. Частота вращения выходного вала по формулам (3.2):

$$n_{\text{ВЫХ}} = n_{h_3} = n_{a_3} \cdot i_{21} = \frac{n_{a_3}}{i_{2\text{СК}}} = \frac{1800}{1,993} = 903,16 \text{ мин}^{-1}.$$

1.3. Относительная частота вращения сателлитов (формулы (3.3), (3.4)):

$$n_{h_2} = \frac{n_{\text{ВХ}}}{i_{a_2h_2}^{b_2}} = \frac{1800}{3,4} = 529,41 \text{ мин}^{-1};$$

$$(n_{g_2} - n_{h_2}) = -n_{h_2} \frac{z_{b_2}}{z_{g_2}} = -529,41 \cdot \frac{72}{21} = -1815,12 \text{ мин}^{-1}.$$

$$(n_{g_3} - n_{h_3}) = (n_{a_3} - n_{h_3}) \left(-\frac{z_{a_3}}{z_{g_3}} \right) = (1800 - 903,16) \left(-\frac{30}{21} \right) = -1281,2 \text{ мин}^{-1}.$$

2. Силовой расчет (формулы (3.11)).

2.1. Вращающие моменты на звеньях дифференциального механизма:

$$T_{h_3} = T_{\text{ВЫХ}} = T_2 = -600 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{a_3} = -T_{h_3} \cdot i_{h_3a_3}^{b_3} = -\frac{T_{h_3}}{i_{a_3h_3}^{b_3}} = \frac{600}{3,4} = 176,47 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{b_3} = -T_{a_3} \cdot i_{a_3b_3}^{h_3} = -T_{a_3} \left(-\frac{z_{b_3}}{z_{a_3}} \right) = 176,47 \cdot \frac{72}{30} = 423,53 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверка: $T_{a_3} + T_{b_3} + T_{h_3} = 176,47 + 423,53 - 600 = 0$.

Вращающие моменты на звеньях планетарного механизма:

$$T_{h_2} + T_{b_3} = 0;$$

$$T_{h_2} = -T_{b_3} = -423,53 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{a_2} = -T_{h_2} \cdot i_{h_2 a_2}^{b_2} = \frac{-T_{h_2}}{i_{a_2 h_2}^{b_2}} = \frac{423,53}{3,4} = 124,57 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$T_{b_2} = -T_{a_2} \cdot i_{a_2 b_2}^{h_2} = -T_{a_2} \left(-\frac{z_{b_2}}{z_{a_2}} \right) = 124,57 \frac{72}{30} = 298,98 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверка: $T_{a_2} + T_{b_2} + T_{h_2} = 124,57 + 298,98 - 423,55 = 0$.

2.3. Распределение вращающего момента на входном валу:

$$T_{\text{вх}} = T_1 = T_{a_2} + T_{a_3} = 124,57 + 176,47 = 301 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверка: $T_{\text{вх}} = T_1 = -\frac{T_2}{i_{2\text{ск}}} = \frac{600}{1,993} = 301 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

3. Мощностной расчет (формула (3.12)).

Абсолютное долевое соотношение мощности двух параллельных силовых потоков между выходным дифференциальным механизмом и планетарной передачей (рис. 3.11).

$$\frac{i_{2\text{ск}}}{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B)} + \frac{i_{2\text{ск}}}{(i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)} = \frac{1,993}{1 \cdot 3,4} + \frac{1,993}{3,4 \cdot 1,417} = 0,586 + 0,414 = 1,0.$$

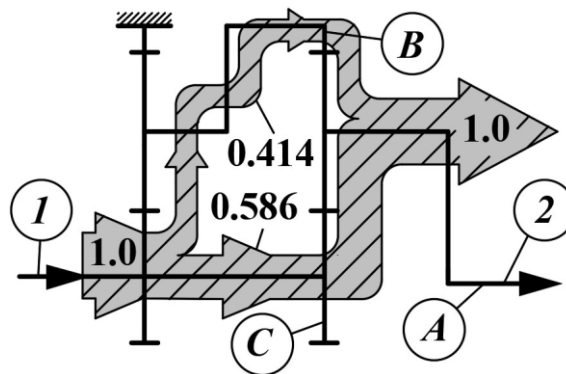


Рис. 3.11. Распределение мощностных потоков в ветвях замкнутого дифференциала (второй скоростной режим)

Положительные значения долевых соотношений свидетельствуют об отсутствии циркуляции мощности в кинематических ветвях: 1–C–A (0,586) и 1–B–A (0,414).

Подводимая мощность передается без циркуляции двумя параллельными силовыми потоками в долевом соотношении **0,586** (ветвь 1–C–A) и **0,414** (ветвь 1–B–A) и суммируется на выходном валу.

Третий скоростной режим осуществляется за счет включения соединительной муфты **M2**, связывающей входной вал **1** с солнечным колесом a_2 второго планетарного ряда, и тормозной муфты **T1**, блокирующей вращение эпициклического колеса b_1 (рис. 3.12).

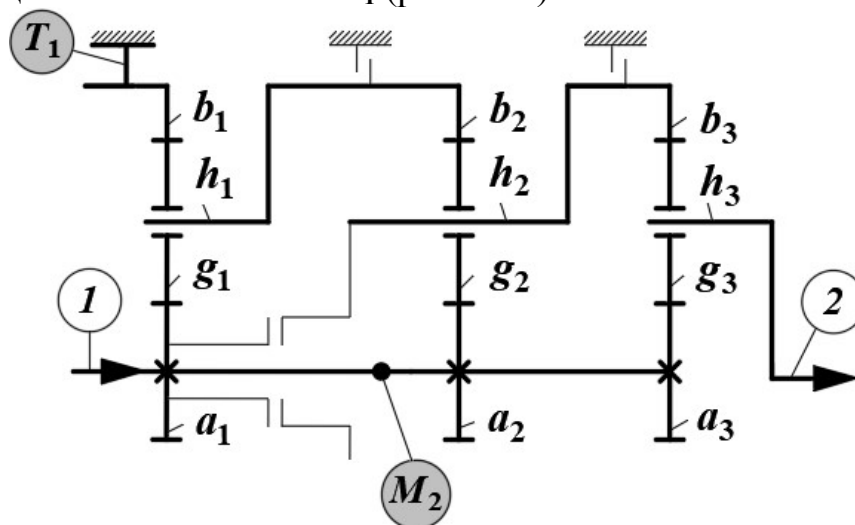


Рис. 3.12. Кинематическая схема работы АПКП на третьем скоростном режиме: включены муфты M2, T1

На данном скоростном режиме активизированы первый, второй и третий планетарные ряды, взаимодействие которых представляет **сложный замкнутый дифференциал** с дифференциальным механизмом на выходе и планетарно-дифференциальной передачей с входным солнечным колесом a_1 , связанным с входным валом **1**, остановленным эпициклическим колесом b_1 и водилом h_3 , связанным с выходным валом **2**.

Расчет. На схеме (рис. 3.13) наносим обозначения звеньев a, g, b, h , индексы 1, 2, A, B, C, A_1, B_1, C_1 , разграничиваем дифференциальный механизм и планетарно-дифференциальную передачу.

$$T_{\text{вых}} = -300 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad n_{\text{вых}} = 3000 \text{ мин}^{-1}.$$

$$z_{a_1} = 32; \quad z_{a_2} = z_{a_3} = 30; \quad z_{g_1} = 20; \quad z_{g_2} = z_{g_3} = 21; \quad z_{b_1} = z_{b_2} = z_{b_3} = 72.$$

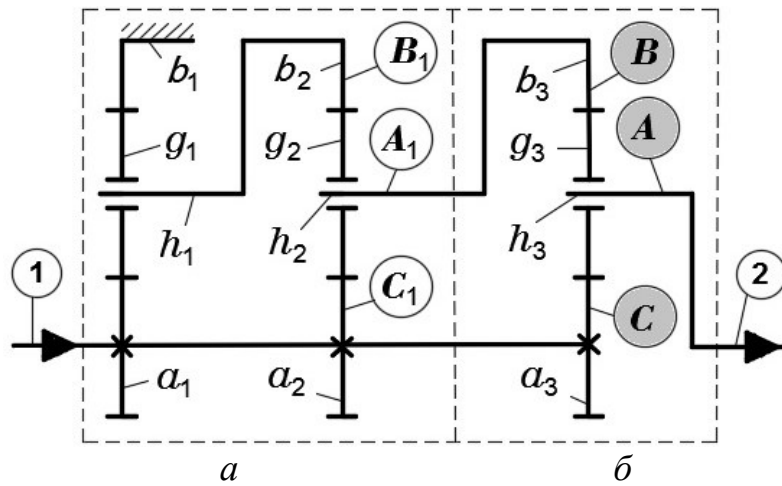


Рис. 3.13. Сложный замкнутый дифференциал (третий скоростной режим):
a – планетарно-дифференциальная передача; *б* – дифференциальный механизм

1. Кинематический расчет.

1.1. Передаточное отношение на третьей скорости АПКП по формуле (3.1):

$$i_{3\text{ск}} = i_{12} = \frac{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B) \cdot (i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)}{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B) + (i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)};$$

$$i_{1-C} = 1;$$

$$i_{CA}^B = i_{a_3 h_3}^{b_3} = 1 - i_{a_3 b_3}^{h_3} = 1 - \left(-\frac{z_{b_3}}{z_{a_3}} \right) = 1 + \frac{72}{30} = 3,4;$$

$$i_{BA}^C = i_{b_3 h_3}^{a_3} = 1 - i_{b_3 a_3}^{h_3} = 1 - \left(-\frac{z_{a_3}}{z_{b_3}} \right) = 1 + \frac{30}{72} = 1,417;$$

$$i_{1-B} = i_{1-A_1} = \frac{(i_{1-C_1} \cdot i_{C_1 A_1}^{B_1}) \cdot (i_{1-B_1} \cdot i_{B_1 A_1}^{C_1})}{(i_{1-C_1} \cdot i_{C_1 A_1}^{B_1}) + (i_{1-B_1} \cdot i_{B_1 A_1}^{C_1})};$$

$$i_{1-C_1} = 1;$$

$$i_{C_1 A_1}^{B_1} = i_{a_2 h_2}^{b_2} = 1 - i_{a_2 b_2}^{h_2} = 1 + \frac{z_{b_2}}{z_{a_2}} = 1 + \frac{72}{30} = 3,4;$$

$$i_{1-B_1} = i_{a_1 h_1}^{b_1} = 1 - i_{a_1 b_1}^{h_1} = 1 + \frac{z_{b_1}}{z_{a_1}} = 1 + \frac{72}{32} = 3,25;$$

$$i_{B_1 A_1}^{C_1} = i_{b_2 h_2}^{a_2} = 1 - i_{b_2 a_2}^{h_2} = 1 + \frac{z_{a_2}}{z_{b_2}} = 1 + \frac{30}{72} = 1,417;$$

$$i_{1-B} = i_{1-A_1} = \frac{(1 \cdot 3,4) \cdot (3,25 \cdot 1,417)}{(1 \cdot 3,4) + (3,25 \cdot 1,417)} = \frac{3,4 \cdot 4,6}{3,4 + 4,6} = 1,955;$$

$$i_{3\text{СК}} = \frac{(1 \cdot 3,4) \cdot (1,955 \cdot 1,417)}{(1 \cdot 3,4) + (1,955 \cdot 1,417)} = \frac{3,4 \cdot 2,77}{3,4 + 2,77} = 1,5264.$$

1.2. Выходная частота вращения (формулы (3.2)):

$$n_{\text{ВЫХ}} = n_{h_3} = \frac{n_{\text{ВХ}}}{i_{3\text{СК}}} = \frac{3000}{1,5264} = 1965,41 \text{ мин}^{-1}.$$

1.3. Относительная частота вращения спутников (формулы (3.2), (3.3), (3.4)):

$$n_{h_1} = i_{h_1 a_1}^{b_1} \cdot n_{a_1} = \frac{n_{a_1}}{i_{a_1 h_1}^{b_1}} = \frac{3000}{3,25} = 923,1 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_{h_2} = i_{h_2 a_2}^{b_2} \cdot n_{a_2} + i_{h_2 b_2}^{a_2} \cdot n_{b_2} = \frac{n_{a_2}}{i_{a_2 h_2}^{b_2}} + \frac{n_{b_2}}{i_{b_2 h_2}^{a_2}} = \frac{3000}{3,4} + \frac{923,1}{1,417} = 1534 \text{ мин}^{-1};$$

$$(n_{g_1} - n_{h_1}) = (-n_{h_1}) \frac{z_{b_1}}{z_{g_1}} = (-923,1) \frac{72}{20} = -3323,2 \text{ мин}^{-1};$$

$$(n_{g_2} - n_{h_2}) = (n_{b_2} - n_{h_2}) \frac{z_{b_2}}{z_{g_2}} = (923,1 - 1534) \frac{72}{21} = -2094,3 \text{ мин}^{-1};$$

$$(n_{g_3} - n_{h_3}) = (n_{b_3} - n_{h_3}) \frac{z_{b_3}}{z_{g_3}} = (1534 - 1965,41) \frac{72}{21} = -1477,9 \text{ мин}^{-1}.$$

2. Силовой расчет (формулы (3.11)).

2.1. Вращающие моменты на звеньях дифференциального механизма:

$$T_{h_3} = T_{\text{ВЫХ}} = T_2 = -300 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{a_3} = -T_{h_3} \cdot i_{h_3 a_3}^{b_3} = -\frac{T_{h_3}}{i_{a_3 h_3}^{b_3}} = \frac{300}{3,4} = 88,2 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{b_3} = -T_{a_3} \cdot i_{a_3 b_3}^{h_3} = -T_{a_3} \left(-\frac{z_{b_3}}{z_{a_3}} \right) = 88,2 \cdot \frac{72}{30} = 211,8 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Проверка: $T_{a_3} + T_{b_3} + T_{h_3} = 88,2 + 211,8 - 300 = 0$.

2.2. Вращающие моменты на звеньях дифференциального механизма планетарно-дифференциальной передачи:

$$T_{h_2} + T_{b_3} = 0;$$

$$T_{h_2} = -T_{b_3} = -211,8 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{b_2} = -T_{h_2} \cdot i_{h_2 b_2}^{a_2} = -\frac{T_{h_2}}{i_{b_2 h_2}^{a_2}} = \frac{211,8}{1,417} = 149,5 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{a_2} = -T_{b_2} \cdot i_{b_2 a_2}^{h_2} = -T_{b_2} \left(-\frac{z_{a_2}}{z_{b_2}} \right) = 149,5 \cdot \frac{30}{72} = 62,3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверка: $T_{a_2} + T_{b_2} + T_{h_2} = 62,3 + 149,5 - 211,8 = 0$.

2.3. Вращающие моменты на звеньях планетарного механизма планетарно-дифференциальной передачи:

$$T_{h_1} + T_{b_2} = 0;$$

$$T_{h_1} = -T_{b_2} = -149,5 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{a_1} = -T_{h_1} \cdot i_{h_1 a_1}^{b_1} = \frac{-T_{h_1}}{i_{a_1 h_1}^{b_1}} = \frac{149,5}{3,25} = 46 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$T_{b_1} = -T_{a_1} \cdot i_{a_1 b_1}^{h_1} = -T_{a_1} \left(-\frac{z_{b_1}}{z_{a_1}} \right) = 46 \cdot \frac{72}{32} = 103,5 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Проверка: $T_{a_1} + T_{b_1} + T_{h_1} = 46 + 103,5 - 149,5 = 0$.

2.4. Распределение вращающего момента на входном валу:

$$T_{\text{вх}} = T_1 = T_{a_1} + T_{a_2} + T_{a_3} = 46 + 62,3 + 88,2 = 196,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверка: $T_{\text{вх}} = T_1 = -\frac{T_2}{i_{3\text{ск}}} = \frac{300}{1,5264} = 196,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

3. Мощностной расчет (формула (3.12)).

Абсолютное долевое соотношение мощности двух параллельных силовых потоков между выходным дифференциальным механизмом и планетарно-дифференциальной передачей:

$$\frac{i_{3\text{ск}}}{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B)} + \frac{i_{3\text{ск}}}{(i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)} = \frac{1,5264}{3,4} + \frac{1,5264}{2,77} = 0,45 + 0,55 = 1,0.$$

Положительные значения долевых соотношений свидетельствуют об отсутствии циркуляции мощности в кинематических ветвях: C_1-C-A (0,45) и A_1-B-A (0,55) (см. рис. 3.13).

Относительное долевое соотношение мощности двух параллельных силовых потоков в ветвях планетарно-дифференциальной передачи:

$$\frac{i_{1-B}}{(i_{1-C_1} \cdot i_{C_1 A_1}^{B_1})} + \frac{i_{1-B}}{(i_{1-B_1} \cdot i_{B_1 A_1}^{C_1})} = \frac{1,955}{3,4} + \frac{1,955}{4,6} = 0,575 + 0,425 = 1,0.$$

Положительные значения долевых соотношений свидетельствуют об отсутствии циркуляции мощности в кинематических ветвях: $1-C_1-A_1$ (0,575) и $1-B_1-A_1$ (0,425) (см. рис. 3.13).

Мощность потоков планетарно-дифференциальной передачи суммируется в ветви A_1-B , что составляет 0,55 часть от подводимой мощности. Тогда **абсолютные** долевые значения мощности в ветвях $1-C_1-A_1$ и $1-B_1-A_1$ составят:

$$(0,575 + 0,425) \cdot 0,55 = 0,32 + 0,23 = 0,55.$$

планетарного ряда, и тормозной муфты T_1 , блокирующей вращение эпициклического колеса b_1 (рис. 3.16).

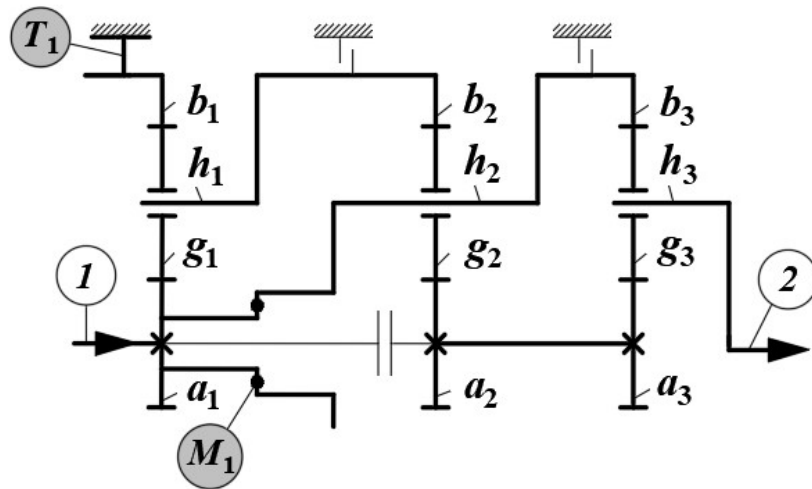


Рис. 3.16. Кинематическая схема работы АПКП на пятом скоростном режиме: включены муфты M_1 , T_1

На данном скоростном режиме (аналогичен третьему скоростному режиму) активизированы первый, второй и третий планетарные ряды, взаимодействие которых представляет **сложный замкнутый дифференциал** с дифференциальным механизмом на выходе и планетарно-дифференциальной передачей с входным солнечным колесом a_1 , связанным с входным валом **1**, остановленным эпициклическим колесом b_1 и водилом h_3 , связанным с выходным валом **2**.

Расчет. На схеме (рис. 3.17) наносим обозначения звеньев a, g, b, h , индексы 1, 2, A, B, C, A_2, B_2, C_2 , разграничиваем дифференциальный механизм и планетарно-дифференциальную передачу.

$$T_{\text{ВЫХ}} = -400 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad n_{\text{ВХ}} = 2000 \text{ мин}^{-1}.$$

$$z_{a_1} = 32; \quad z_{a_2} = z_{a_3} = 30; \quad z_{g_1} = 20; \quad z_{g_2} = z_{g_3} = 21; \quad z_{b_1} = z_{b_2} = z_{b_3} = 72.$$

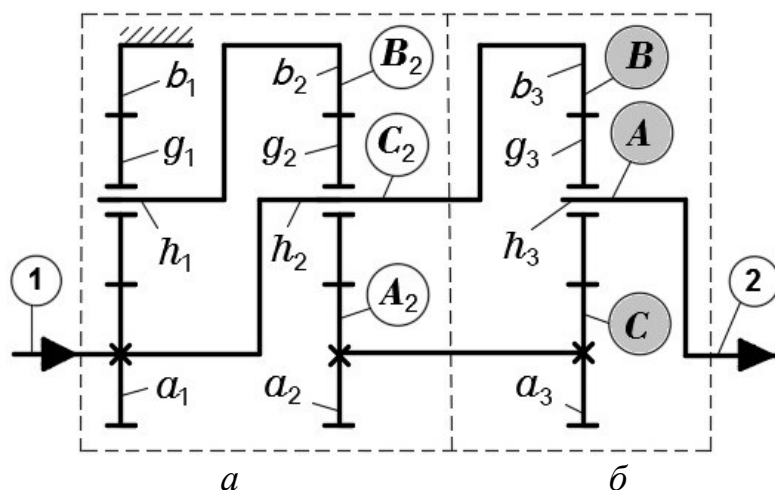


Рис. 3.17. Сложный замкнутый дифференциал (пятый скоростной режим):
 a – планетарно-дифференциальная передача; b – дифференциальный механизм

1. Кинематический расчет.

1.1. Передаточное отношение по формуле (3.1):

$$i_{5\text{ск}} = i_{12} = \frac{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B) \cdot (i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)}{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B) + (i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)};$$

$$i_{1-B} = 1;$$

$$i_{BA}^C = i_{b_3 h_3}^{a_3} = 1 - i_{b_3 a_3}^{h_3} = 1 - \left(-\frac{z_{a_3}}{z_{b_3}} \right) = 1 + \frac{30}{72} = 1,417;$$

$$i_{CA}^B = i_{a_3 h_3}^{b_3} = 1 - i_{a_3 b_3}^{h_3} = 1 - \left(-\frac{z_{b_3}}{z_{a_3}} \right) = 1 + \frac{72}{30} = 3,4;$$

$$i_{1-C} = i_{1-A_2} = \frac{(i_{1-C_2} \cdot i_{C_2 A_2}^{B_2}) \cdot (i_{1-B_2} \cdot i_{B_2 A_2}^{C_2})}{(i_{1-C_2} \cdot i_{C_2 A_2}^{B_2}) + (i_{1-B_2} \cdot i_{B_2 A_2}^{C_2})};$$

$$i_{1-C_2} = 1;$$

$$i_{C_2 A_2}^{B_2} = i_{h_2 a_2}^{b_2} = \frac{1}{i_{a_2 h_2}^{b_2}} = \frac{1}{1 - i_{a_2 b_2}^{h_2}} = \frac{1}{1 + \frac{z_{b_2}}{z_{a_2}}} = \frac{1}{1 + \frac{72}{30}} = 0,294;$$

$$i_{1-B_2} = i_{a_1 h_1}^{b_1} = 1 - i_{a_1 b_1}^{h_1} = 1 - \left(-\frac{z_{b_1}}{z_{a_1}} \right) = 1 + \frac{72}{32} = 3,25;$$

$$i_{B_2 A_2}^{C_2} = i_{b_2 a_2}^{h_2} = -\frac{z_{a_2}}{z_{b_2}} = -\frac{30}{72} = -0,417;$$

$$i_{1-C} = \frac{(1 \cdot 0,294)(3,25(-0,417))}{(1 \cdot 0,294) + (3,25(-0,417))} = \frac{0,294(-1,356)}{0,294 + (-1,356)} = 0,3754;$$

$$i_{5\text{ск}} = \frac{(0,3754 \cdot 3,4)(1 \cdot 1,417)}{(0,3754 \cdot 3,4) + (1 \cdot 1,417)} = \frac{1,276 \cdot 1,417}{1,276 + 1,417} = 0,671.$$

1.2. Выходная частота вращения (формулы (3.2)):

$$n_{\text{ВЫХ}} = n_{h_3} = \frac{n_{\text{ВХ}}}{i_{5\text{ск}}} = \frac{2000}{0,671} = 2980,6 \text{ мин}^{-1}.$$

1.3. Относительная частота вращения сателлитов (формулы (3.2), (3.3), (3.4)):

$$n_{h_1} = i_{h_1 a_1}^{b_1} \cdot n_{a_1} = \frac{n_{a_1}}{i_{a_1 h_1}^{b_1}} = \frac{2000}{3,25} = 615,4 \text{ мин}^{-1};$$

$$(n_{g_1} - n_{h_1}) = -n_{h_1} \cdot \frac{z_{b_1}}{z_{g_1}} = -615,4 \cdot \frac{72}{20} = -2215,4 \text{ мин}^{-1};$$

$$(n_{g_2} - n_{h_2}) = (n_{b_2} - n_{h_2}) \frac{z_{b_2}}{z_{g_2}} = (615,4 - 2000) \frac{72}{21} = -4747,2 \text{ мин}^{-1};$$

$$(n_{g_3} - n_{h_3}) = (n_{b_3} - n_{h_3}) \frac{z_{b_3}}{z_{g_3}} = (2000 - 2980,6) \frac{72}{21} = -3362,1 \text{ мин}^{-1}.$$

2. Силовой расчет (формулы (3.11)).

2.1. Вращающие моменты на звеньях дифференциального механизма:

$$T_{h_3} = T_{\text{ВЫХ}} = T_2 = -400 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{b_3} = -T_{h_3} \cdot i_{h_3 b_3}^{a_3} = -\frac{T_{h_3}}{i_{b_3 h_3}^{a_3}} = \frac{400}{1,417} = 282,3 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{a_3} = -T_{h_3} \cdot i_{h_3 a_3}^{b_3} = -\frac{T_{h_3}}{i_{a_3 h_3}^{b_3}} = \frac{400}{3,4} = 117,7 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Проверка: $T_{a_3} + T_{b_3} + T_{h_3} = 117,7 + 282,3 + (-400) = 0.$

2.2. Вращающие моменты на звеньях дифференциального механизма планетарно-дифференциальной передачи:

$$T_{a_2} + T_{a_3} = 0;$$

$$T_{a_2} = -T_{a_3} = -117,7 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{h_2} = -T_{a_2} \cdot i_{a_2 h_2}^{b_2} = -\frac{T_{a_2}}{i_{h_2 a_2}^{b_2}} = \frac{117,7}{0,294} = 400 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{b_2} = -T_{a_2} \cdot i_{a_2 b_2}^{h_2} = -\frac{T_{a_2}}{i_{b_2 a_2}^{h_2}} = \frac{117,7}{-0,417} = -282,3 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Проверка: $T_{a_2} + T_{b_2} + T_{h_2} = -117,7 - 282,3 + 400 = 0$.

2.3. Вращающие моменты на звеньях планетарного механизма планетарно-дифференциальной передачи:

$$T_{h_1} + T_{b_2} = 0;$$

$$T_{h_1} = -T_{b_2} = -(-282,3) = 282,3 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{b_1} = -\frac{T_{h_1}}{i_{b_1 h_1}^{a_1}} = -\frac{T_{h_1}}{1 - i_{b_1 a_1}^{h_1}} = -\frac{282,3}{1 + \frac{32}{72}} = -195,5 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{a_1} = -T_{h_1} \cdot i_{h_1 a_1}^{b_1} = -\frac{T_{h_1}}{i_{a_1 h_1}^{b_1}} = -\frac{282,3}{3,25} = -86,8 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверка: $T_{a_1} + T_{b_1} + T_{h_1} = -86,8 - 195,5 + 282,3 = 0$.

2.4. Распределение вращающего момента на входном валу:

$$T_{\text{вх}} = T_1 = T_{a_1} + T_{h_2} + T_{b_3} = -86,8 + 400 + 282,3 = 596 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверка: $T_{\text{вх}} = T_1 = -\frac{T_{\text{вых}}}{i_{5\text{ск}}} = \frac{400}{0,671} = 596 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

3. Мощностной расчет (формула (3.12)).

Определим **абсолютное** долевое соотношение мощности двух параллельных силовых потоков между выходным дифференциальным механизмом и планетарно-дифференциальной передачей:

$$\frac{i_{5\text{ск}}}{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B)} + \frac{i_{5\text{ск}}}{(i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)} = \frac{0,671}{1,276} + \frac{0,671}{1,417} = 0,53 + 0,47 = 1,0.$$

Положительные значения долевых соотношений свидетельствуют об отсутствии циркуляции мощности в кинематических ветвях: A_2-C-A (0,53) и C_2-B-A (0,47) (см. рис. 3.17).

Определим **относительное** долевое соотношение мощности двух параллельных силовых потоков в ветвях планетарно-дифференциальной передачи:

$$\frac{i_{1-C}}{(i_{1-C_2} \cdot i_{C_2A_2}^{B_2})} + \frac{i_{1-C}}{(i_{1-B_2} \cdot i_{B_2A_2}^{C_2})} = \frac{0,3754}{0,294} + \frac{0,3754}{-1,356} = 1,28 + (-0,28) = 1,0.$$

Отрицательное значение одного из долевых соотношений свидетельствует о наличии в контуре $1-C_2-B_2-1$ ($-0,28$) циркулирующей мощности.

Мощности потоков планетарно-дифференциальной передачи суммируются в ветви A_2-C , что составляет 0,53 часть от подводимой мощности. Тогда **абсолютные** долевые значения мощности в ветвях $1-C_2$ (1,28) и $1-B_2$ ($-0,28$) составят:

$$(1,28 + (-0,28)) \cdot 0,53 = 0,68 + (-0,15) = 0,53.$$

На рис. 3.18 представлен полный баланс мощности во всех ветвях сложного замкнутого дифференциала.

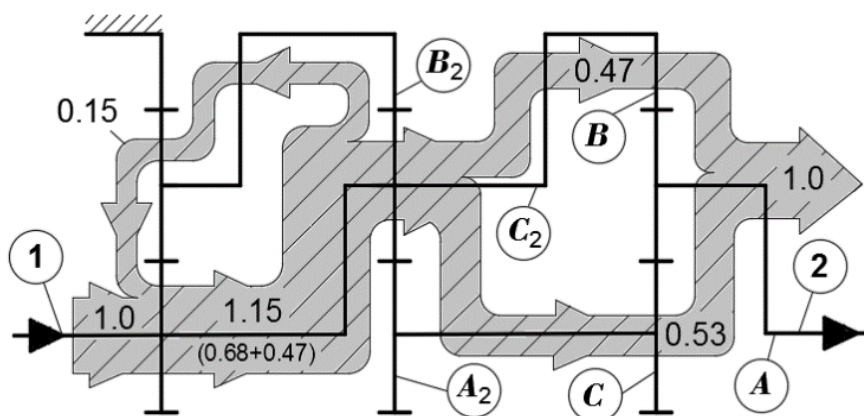


Рис. 3.18. Распределение мощностных потоков в ветвях сложного замкнутого дифференциала (пятый скоростной режим)

П Д

Рис. 3.20. Замкнутый дифференциал планетарно-дифференциального вида
(шестой скоростной режим)

1. Кинематический расчет.

1.1. Передаточное отношение на шестой скорости АПКП (формулы (3.1), (3.6)):

$$i_{6\text{ск}} = i_{12} = \frac{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B)(i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)}{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B) + (i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)};$$

$$i_{1-C} = i_{h_2 a_2}^{b_2} = \frac{1}{i_{a_2 h_2}^{b_2}} = \frac{1}{1 - i_{a_2 b_2}^{h_2}} = \frac{1}{1 + \frac{z_{b_2}}{z_{a_2}}} = \frac{1}{1 + \frac{72}{30}} = 0,2941;$$

$$i_{CA}^B = i_{a_3 h_3}^{b_3} = 1 - i_{a_3 b_3}^{h_3} = 1 - \left(-\frac{z_{b_3}}{z_{a_3}} \right) = 1 + \frac{72}{30} = 3,4;$$

$$i_{1-B} = 1;$$

$$i_{BA}^C = i_{b_3 h_3}^{a_3} = 1 - i_{b_3 a_3}^{h_3} = 1 - \left(-\frac{z_{a_3}}{z_{b_3}} \right) = 1 + \frac{30}{72} = 1,417;$$

$$i_{6\text{ск}} = i_{12} = \frac{(0,2941 \cdot 3,4)(1 \cdot 1,417)}{(0,2941 \cdot 3,4) + (1 \cdot 1,417)} = 0,58624.$$

1.2. Частота вращения выходного вала по формулам (3.2):

$$n_{\text{ВЫХ}} = n_{h_3} = n_{\text{ВХ}} \cdot i_{21} = \frac{n_{b_3}}{i_{12}} = \frac{n_{b_3}}{i_{6\text{ск}}} = \frac{2000}{0,58624} = 3411,6 \text{ мин}^{-1}.$$

1.3. Относительная частота вращения сателлитов (формула (3.3), (3.4)):

$$(n_{g_2} - n_{h_2}) = -n_{h_2} \frac{z_{b_2}}{z_{g_2}} = -2000 \cdot \frac{72}{21} = -6857,14 \text{ мин}^{-1}.$$

$$(n_{g_3} - n_{h_3}) = (n_{b_3} - n_{h_3}) \frac{z_{b_3}}{z_{g_3}} = (2000 - 3411,6) \frac{72}{21} = -4839,77 \text{ мин}^{-1}.$$

2. Силовой расчет (формулы (3.11)).

2.1. Вращающие моменты на звеньях дифференциального механизма:

$$T_{h_3} = T_{\text{ВЫХ}} = T_2 = -400 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{a_3} = -T_{h_3} \cdot i_{h_3 a_3}^{b_3} = -\frac{T_{h_3}}{i_{a_3 h_3}^{b_3}} = \frac{400}{3,4} = 117,65 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{b_3} = -T_{a_3} \cdot i_{a_3 b_3}^{h_3} = -T_{a_3} \left(-\frac{z_{b_3}}{z_{a_3}} \right) = 117,65 \cdot \frac{72}{30} = 282,35 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Проверка: $T_{a_3} + T_{b_3} + T_{h_3} = 117,65 + 282,35 - 400 = 0$.

2.2. Вращающие моменты на звеньях планетарного механизма:

$$T_{a_2} + T_{a_3} = 0;$$

$$T_{a_2} = -T_{a_3} = -117,65 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{h_2} = -T_{a_2} \cdot i_{a_2 h_2}^{b_2} = \frac{T_{a_2}}{i_{h_2 a_2}^{b_2}} = \frac{117,65}{0,2941} = 400 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{b_2} = -T_{a_2} \cdot i_{a_2 b_2}^{h_2} = -T_{a_2} \left(-\frac{z_{b_2}}{z_{a_2}} \right) = -117,65 \cdot \frac{72}{30} = -282,35 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверка: $T_{a_2} + T_{b_2} + T_{h_2} = -117,65 - 282,35 + 400 = 0$.

2.3. Распределение вращающего момента на входном валу:

$$T_{\text{ВХ}} = T_1 = T_{h_2} + T_{b_3} = 400 + 282,35 = 682,3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$\text{Проверка: } T_{\text{ВХ}} = T_1 = -\frac{T_2}{i_{\text{бск}}} = \frac{400}{0,58624} = 682,3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

3. Мощностной расчет.

Абсолютное долевое соотношение мощности двух параллельных силовых потоков между выходным дифференциальным механизмом и планетарной передачей (формула (3.12)):

$$\frac{i_{6\text{ск}}}{(i_{1-C} \cdot i_{CA}^B)} + \frac{i_{6\text{ск}}}{(i_{1-B} \cdot i_{BA}^C)} = \frac{0,58624}{0,2941 \cdot 3,4} + \frac{0,58624}{1 \cdot 1,417} = 0,586 + 0,414 = 1,0.$$

Положительные значения долевых соотношений свидетельствуют об отсутствии циркуляции мощности в кинематических ветвях: 1–C–A (0,586) и 1–B–A (0,414) (рис. 3.21).

Подводимая мощность передается без циркуляции двумя параллельными силовыми потоками в долевом соотношении **0,586** (ветвь 1–C–A) и **0,414** (ветвь 1–B–A) и суммируется на выходном валу 2.

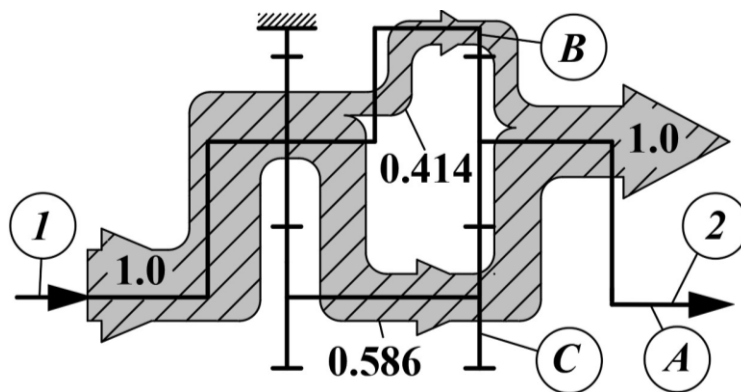


Рис. 3.21. Распределение мощностных потоков в ветвях замкнутого дифференциала (шестой скоростной режим)

Реверсный скоростной режим осуществляется за счет включения тормозной муфты **T1**, блокирующей вращение эпициклического колеса b_1 и тормозной муфты **T3**, блокирующей вращение эпициклического колеса b_3 и водила h_2 (рис. 3.22).

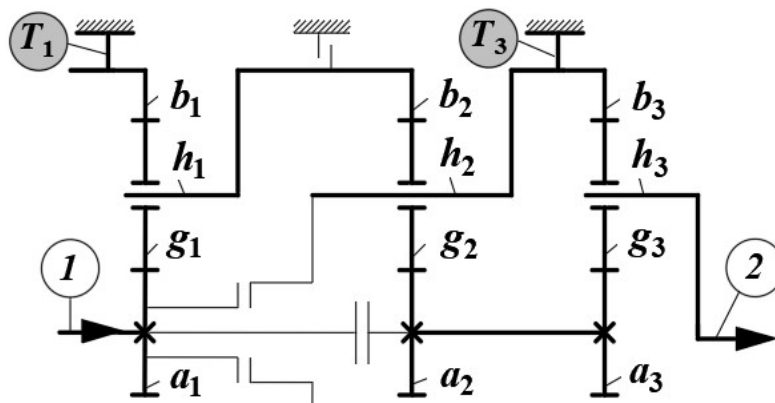


Рис. 3.22. Кинематическая схема работы АПКП на реверсном скоростном режиме: включены муфты T1, T3

На данном скоростном режиме активизированы первый, второй и третий планетарные ряды, последовательное соединение которых представляет **трехступенчатую планетарную передачу**, состоящую из трех трехзвен-

ных планетарных механизмов (ПЛ1, ПЛ2, ПЛ3) с одновенцовыми сателлитами с входным солнечным колесом a_1 , связанным с входным валом **1**, остановленным водилом h_2 , остановленными эпициклическими колесами b_1, b_3 и водилом h_3 , связанным с выходным валом **2**.

Расчет. На схеме (рис. 3.23) наносим обозначения звеньев a, g, b, h , индексы 1, 2, разграничиваем планетарные механизмы ПЛ1, ПЛ2, ПЛ3.

$$T_{\text{вх}} = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad n_{\text{вх}} = 1000 \text{ мин}^{-1}.$$

$$z_{a_1} = 32; \quad z_{a_2} = z_{a_3} = 30; \quad z_{g_1} = 20; \quad z_{g_2} = z_{g_3} = 21; \quad z_{b_1} = z_{b_2} = z_{b_3} = 72.$$

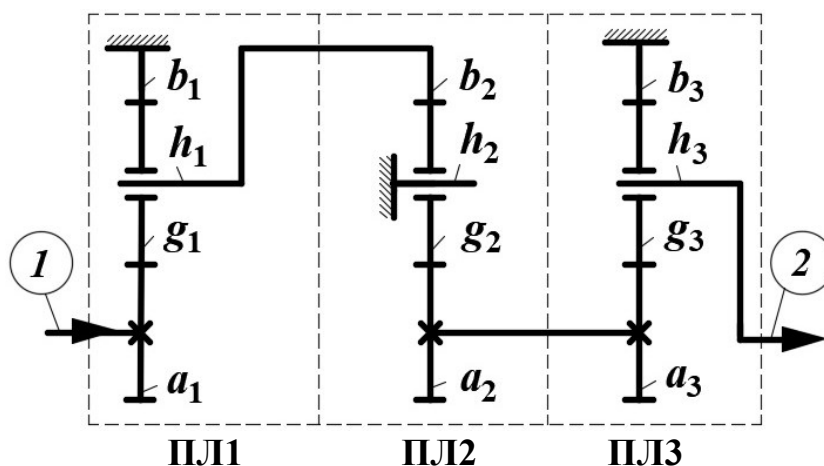


Рис. 3.23. Трехступенчатая планетарная передача (реверсный режим)

1. Кинематический расчет.

1.1. Передаточное отношение на реверсной скорости АПКП (формулы (3.5)):

$$i_R = i_{12} = i_{\text{ПЛ1}} \cdot i_{\text{ПЛ2}} \cdot i_{\text{ПЛ3}};$$

$$i_{\text{ПЛ1}} = i_{a_1 h_1}^{b_1} = 1 - i_{a_1 b_1}^{h_1} = 1 - \left(-\frac{z_{b_1}}{z_{a_1}} \right) = 1 + \frac{72}{32} = 3,25;$$

$$i_{\text{ПЛ2}} = i_{b_2 a_2}^{h_2} = -\frac{z_{a_2}}{z_{b_2}} = -\frac{30}{72} = -0,4166;$$

$$i_{\text{ПЛ3}} = i_{a_3 h_3}^{b_3} = 1 - i_{a_3 b_3}^{h_3} = 1 - \left(-\frac{z_{b_3}}{z_{a_3}} \right) = 1 + \frac{72}{30} = 3,4;$$

$$i_R = i_{\text{ПЛ1}} \cdot i_{\text{ПЛ2}} \cdot i_{\text{ПЛ3}} = 3,25(-0,4166)3,4 = -4,60417.$$

1.2. Выходная частота вращения (формулы (3.2)):

$$n_{\text{ВЫХ}} = n_{h_3} = n_2 = \frac{n_{\text{ВХ}}}{i_{12}} = \frac{n_{a_1}}{i_R} = \frac{1000}{-4,60417} = -217,2 \text{ мин}^{-1}.$$

1.3. Относительная частота вращения сателлитов (формула (3.4)):

$$n_{h_1} = \frac{n_{a_1}}{i_{\text{ПЛ1}}} = \frac{1000}{3,25} = 307,7 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_{h_2} = 0 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_{h_3} = n_{\text{ВЫХ}} = -217,2 \text{ мин}^{-1};$$

$$(n_{g_1} - n_{h_1}) = (-n_{h_1}) \frac{z_{b_1}}{z_{g_1}} = -307,7 \cdot \frac{72}{20} = -1107,72 \text{ мин}^{-1};$$

$$(n_{g_3} - n_{h_3}) = (-n_{h_3}) \frac{z_{b_3}}{z_{g_3}} = 217,2 \cdot \frac{72}{21} = 744,7 \text{ мин}^{-1}.$$

2. Силовой расчет (формулы (3.11)).

2.1. Вращающие моменты на звеньях планетарного механизма **ПЛ1**:

$$T_{a_1} = T_{\text{ВХ}} = 200 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{h_1} = -T_{a_1} \cdot i_{a_1 h_1}^{b_1} = -200 \cdot 3,25 = -650 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{b_1} = -T_{a_1} \cdot i_{a_1 b_1}^{h_1} = -200 \left(-\frac{z_{b_1}}{z_{a_1}} \right) = 200 \frac{72}{32} = 450 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Проверка: $T_{a_1} + T_{b_1} + T_{h_1} = 200 + 450 - 650 = 0$.

2.2. Вращающие моменты на звеньях планетарного механизма **ПЛ2**:

$$T_{b_2} = -T_{h_1} = 650 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{a_2} = -T_{b_2} \cdot i_{b_2 a_2}^{h_2} = -650 \left(-\frac{z_{a_2}}{z_{b_2}} \right) = 650 \left(\frac{30}{72} \right) = 270,83 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{h_2} = -T_{a_2} \cdot i_{a_2 h_2}^{b_2} = -270,83 \left(1 + \frac{z_{b_2}}{z_{a_2}} \right) = -270,83 \left(1 + \frac{72}{30} \right) = -920,83 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Проверка: $T_{a_2} + T_{b_2} + T_{h_2} = 270,83 + 650 - 920,83 = 0$.

2.3. Вращающие моменты на звеньях планетарного механизма **ПЛЗ**:

$$T_{a_3} = -T_{a_2} = -270,83 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$T_{h_3} = -T_{a_3} \cdot i_{a_3 h_3}^{b_3} = 270,83 \cdot 3,4 = 920,83 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$T_{b_3} = -T_{a_3} \cdot i_{a_3 b_3}^{h_3} = 270,83 \left(-\frac{z_{b_3}}{z_{a_3}} \right) = -270,83 \frac{72}{30} = -650 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Проверка: $T_{a_3} + T_{b_3} + T_{h_3} = -270,83 - 650 + 920,83 = 0$.

2.4. Общая проверка кинематико-силового расчета:

$$T_{\text{ВЫХ}} = T_{h_3} = 920,83 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

$$T_{\text{ВЫХ}} = T_2 = -T_1 \cdot i_{12} = -T_{\text{ВХ}} \cdot i_R = -200(-4,60417) = 920,83 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Задача для самостоятельного решения

Выполнить кинематический и силовой расчет АПКП (см. рис. 3.1) при исходных данных:

$$T_{\text{ВЫХ}} = -200 \text{ Н}\cdot\text{м}, \quad n_{\text{ВХ}} = 1500 \text{ мин}^{-1}.$$

$$z_{a_1} = 30; \quad z_{a_2} = z_{a_3} = 32; \quad z_{g_1} = 21; \quad z_{g_2} = z_{g_3} = 20; \quad z_{b_1} = z_{b_2} = z_{b_3} = 72.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Скойбеда, А. Т. Детали машин и основы конструирования : учебник / А. Т. Скойбеда, А. В. Кузьмин, Н. Н. Макейчик; под общ. ред. А. Т. Скойбеды. – 2-е изд., перераб. – Минск : Вышэйшая школа, 2006. – 560 с.: ил.
2. Детали машин в примерах и задачах : учебное пособие / С. Н. Ничипорчик [и др.]; под общ. ред. С. Н. Ничипорчика. – 2-е изд., перераб. – Минск : Вышэйшая школа, 1981. – 432 с.: ил.
3. Романов, М. Я. Сборник задач по деталям машин : учебное пособие для учащихся техникумов / М. Я. Романов [и др.]. – М. : Машиностроение, 1984. – 240 с.: ил.
4. Николаенко, В. Л. Прикладная механика. Расчет типовых элементов конструкций : учебное пособие. – Минск : Вышэйшая школа, 2010. – 386 с.: ил.
5. Дунаев, П. Ф. Конструирование узлов и деталей машин : учебное пособие / П. Ф. Дунаев, О. П. Леликов; под ред. О. А. Ряховского. – 13-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. – 564, [4] с.: ил.
6. Детали машин : учебно-методическое пособие для студентов машиностроительных специальностей : в 3 ч. / А. Т. Скойбеда [и др.]; под общ. ред. А. Т. Скойбеды. – Минск : БНТУ, 2019. – Ч. 1: Механические передачи. – 2019. – 215 с.
7. Шабанов, К. Д. Двухпоточные передачи транспортных машин. – М. : Машгиз, 1962.
8. Кирдяшев, Ю. Н. Замкнутые передачи дифференциального типа. – Л. : Машиностроение, 1969. – 176 с.

Учебное издание

СКОЙБЕДА Анатолий Тихонович
КАЛИНА Алла Александровна
КУРАНОВА Ольга Анатольевна и др.

ДЕТАЛИ МАШИН

Учебно-методическое пособие
для студентов специальностей
1-36 01 01 «Технология машиностроения»,
1-36 01 03 «Технологическое оборудование
машиностроительного производства»

В 3 частях

Часть 3

ВАЛЫ И ОПОРЫ

Редактор *А. В. Кочемарова*
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 31.07.2024. Формат 60×84 ¹/₈. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 17,55. Уч.-изд. л. 10,3. Тираж 100. Заказ 1061.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.