Литература

1.Электрический привод[Электронный ресурс]. – Режим доступа: Электрический привод — Википедия (wikipedia.org), свободный.

2.Москаленко, В.В. Электрический привод. — 2-е изд. — М.: Академия, 2007.

3.Чиликин М. Г., Сандлер А. С. Общий курс электропривода. — 6-е изд. — М.: Энергоиздат, 1981.

4.Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика как фундамент новой комплексной прикладной дисциплины" Анализ данных" // Современная математика и концепции инновационного математического образования. – 2019.

УДК 656.01

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ

Исаченко Е. В.
Научный руководитель – Лебедева Г.И., к. т. н., доцент

Решение технических задач отличается сложностью и многоэтапностью. Часто стандартные методы не способны учесть разнообразные нетипичные сценарии, что делает совершенствование подходов к решению этих задач важным направлением. Одним из эффективных методов оптимизации является математическое моделирование, которое позволяет более глубоко изучить процессы и выбрать оптимальное решение с минимальными затратами.

В данном контексте объектом моделирования является кулачковый механизм - устройство, состоящее из кулачка (или эксцентрика), шатуна и рычага.При разработке кулачковых механизмов необходима учитывать сложные законы движения, которые могут оказать влияние на точность расчётов. Для создания графиков кривых часто требуется использование методов сглаживания, например, использование дуг окружностей, чтобы избежать резких перепадов. Это особенно важно, поскольку неправильные кривые могут привести к увеличению нагрузки на кулачок и сокращению его срока службы из-за лишних ударов и скольжения. Внимательное проектирование кулачковых механизмов с учётом всех факторов является ключевым для обеспечения их надёжной работы и долговечности.

Обнаружено, что толкатель кулачкового механизма не движется равномерно, а проявляет нелинейное поведение в процессе своего движения. Это означает, что его скорость и ускорение изменяются нелинейно относительно времени или положения. Такие нелинейные движения могут быть вызваны различными факторами, такими как форма кулачка, взаимодействие с другими элементами механизма или особенности конструкции.

Обнаружено, что толкатель кулачкового механизма совершает криволинейные перемещения. Для более удобного и точного расчёта автор предпринял попытку упростить процесс путём построения математических моделей, воспользовавшись корреляционно-регрессионным анализом.

В процессе исследования были рассмотрены модели парабол различной степени сложности.

$S_В = 0.001\varphi^3 – 0{,}439\varphi^2 + 47{,}54\varphi\,, \eta = 0{,}975;$

$i31 = -3E - 06\varphi^3 – 0.009\varphi^2 + 3\varphi + 74{,}1, \eta = 0{,}9;$

$'31 = 0.001\varphi^3 – 0.460\varphi^2 + 7.996, \eta = 0{,}985;$

$\Delta\omega 1 = 0.004\varphi^3 + 0.762\varphi^2 - 19.16\,, \eta = 0{,}96;$

$\varepsilon 1 = 2E - 05\varphi^3 + 0{,}006\varphi^2 – 0{,}175\varphi – 46.97, \eta = 0{,}953;$

$\Delta t = -0.004\varphi^2 – 0{,}750\varphi + 97{,}92\,, \eta = 0{,}93.$

Все модели демонстрируют высокое корреляционное отношение, что свидетельствует о тесной криволинейной связи.

Описание работы кулачкового механизма проводилось так-же с помощью ряда Фурье. Рассматривали два случая движения толкателя, а) Движение толкателя подчинено параболическому закону. Расчёты производились по специально разработанной программе. Полученные в результате расчёта коэффициенты приведены в Таблице - 1.

Таблица 1 – Коэффициенты ряда Фурье

Гармоника	$S_В$		i'_{31}		i''_{31}		Δw_1		ε_1		Δt	
	a_k	b_k	a_k	b_k	a_k	b_k	a_k	b_k	a_k	b_k	a_k	b_k
1	-37,96	-9,357	-17,2	69,78	-39,24	-9,673	72,09	7,72	-9,595	62,09	-67,14	-7,049
2	-0,075	-0,039	-13,04	66,01	-6,418	-3,369	-3,659	8,894	-34,47	19,46	-10,26	-15,49
3	0,855	0,757	4,849	-5,43	1,551	1,375	-3,450	-1,155	-12,22	15,43	2,065	0,363
4	0,281	0,409	4,032	2,783	0,567	0,822	0,419	-1,749	12,49	-6,859	0,385	2,614
5	0,078	0,207	4,165	-1,579	0,11	0,289	1,029	0,547	8,91	-4,32	-0,759	1,096
6	0,005	0,039	4,007	-0,048	-0,029	-0,246	0,888	-0,175	7,471	-1,757	-0,679	0,176
A_0	36,81		0,0		-3,539		2,823		19,12		76,39	

б) Движение толкателя описывается с помощью закона, основанного на тригонометрических функциях.

Таблица 2 – Коэффициенты ряда Фурье, полученные в ходе вычислений

Гармоники	$S_т$ (путь)		$S'_т$ (скорость)		$S''_т$ (ускорение)	
	a_k	b_k	a_k	b_k	a_k	b_k
1	-0,0154	0,002	-0,0048	0,0386	0,104	0,0135
2	0,0009	0,0008			-0,00165	-0,0257
3	0,0006	-0,0003			-0,0258	-0,0005
4	-0,00012	-0,00027			-0,0157	0,01929
6	-0,0016	0,00006			-0,004	0,0022
8	0,00002	-0,00016				
11	-0,00017	0,00006				
12	0,000078	0,00002				
A_0	0		-0,00012		0	

В данном случае график ускорения представляет собой сложную форму. Для его описания были использованы два подхода: общая функция и комбинированная функция. Таблица – 2 содержит коэффициенты ряда Фурье, применённые в первом случае. Ряд Фурье показал хорошие результаты при аппроксимации по критерию Фишера. Построенные модели достаточно точно соответствуют фактическим данным.

Учитывая сложность графика ускорения, мы так же провели его описание с помощью комбинированного метода, используя корреляционно регрессивный анализ для первой половины графика ряд Фурье для второй половины. Это позволило получить следующие модели ускорения толкателя:

$S''_{т1} = 0{,}1189 - 0{,}2076x$, где $x_1 = 0,\ x_n = 1{,}15,\ R = 0{,}9$;

$S''_{т2} = -0{,}000000001 + 0{,}029\, cos\frac{2\pi x}{1{,}15} - 0{,}11805\, sin\frac{2\pi x}{1{,}15} -$
$0{,}006938\, cos\frac{4\pi x}{1{,}15} + 0{,}01321\, sin\frac{4\pi x}{1{,}15}$.

Таблица 3 – Числовые значения коэффициентов ряда Фурье для выделенных участков

Гармоники	S'_1 (скорость)		S'_2 (скорость)	
	a_k	b_k	a_k	b_k
1	-0,0172	-0,0043	0,025	0,0061
2	-0,0034	-0,002	-0,0013	-0,00061
3	-0,0011	-0,0011		
4	-0,00035	-0,00045	-0,00045	-0,00065
5	-0,001	0,00036		
6	-0,00018	-0,00002		
A_0	0,0224		-0,0227	

Получение значения коэффициентов ряда Фурье для указанных участков представлены в таблице. Расчётные результаты скорости в соответствии с этими моделями практически совпадают с экспериментальными данными, что подтверждает их эффективность для практического применения. Наше исследование также охватило обратный процесс перехода от модели ускорения к скорости и от скорости к пути перемещения толкателя. Было установлено, что эти переходы могут быть осуществлены с использованием следующих формул:

$S'_{\text{т}_{i+1}} = S'_{\text{т}_i} + 0{,}5\left(S''_{\text{т}_i} + S''_{\text{т}_{i+1}}\right)\Delta\phi$, где $S'_{\text{т}_i} = 0,\ i = \overline{1{,}13},\ \Delta\phi = 0{,}096.$ (1)

$S_{\text{т}_{i+1}} = S_{\text{т}_i} + 0{,}5\left(S'_{\text{т}_i} + S'_{\text{т}_{i+1}}\right)\Delta\phi$, где $S_{\text{т}_i} = S'_{\text{т}_{13}}$. (2)

Расчётные значения $S'_{\text{т}}$ и $S_{\text{т}}$ по формулам (1) и (2) получаются близкими к экспериментальным.

Модели, рассчитанные по ряду Фурье, также хорошо описывают исследуемые параметры, имеют малую среднюю ошибку аппроксимации, хорошо согласуются с данными эксперимента (по критерию Фишера). И

модели линейной регрессии, и ряд Фурье рекомендуются для практического использования. Применение этих моделей существенно упростит трудоёмкость инженерных расчётов и улучшит качество проводимых разработок.

Исследуемые методы повысят точность проектирования и позволят усовершенствовать законы движения. Они позволяют подобрать оптимальный закон в сравнении с требуемым. Обеспечивается высокий КПД механизма.

Литература

1. Герасимович, А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Часть 1 / А.И. Герасимович, Я.И. Матвеева. - Мн.: БПИ, 1975. - 194с.

2. Девойно, Г.Н. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / Г.Н. Девойно. - Мн.: Высшая школа, 1986. - 200с.

3. Лебедева, Г.И. Прикладная математика. Математическое моделирование в транспортных системах / Г.И. Лебедева, Н.А. Микулик. - Мн.: Асар, 2009. - 512с.