$P2 = \frac{\text{Количество циклов в смену} * \text{Количество заходов червяка}}{\text{Количество циклов за весь срок}} = \quad P\text{черв} = \frac{170000 * 2}{380000} = 0.89$ - для червяка;

$P3 = \frac{\text{Количество циклов в смену} * \text{Количество зубьев колеса}}{\text{Количество циклов за весь срок}} =$

$P\text{колес} = \frac{170000 * 10}{2400000} = 0.7083$ - для зубчатого колеса.

Исходя из анализа полученных данных, делаем вывод о возможности дальнейшей эксплуатации объекта исследования: в соответствие с заявленными в паспорте устройства данными об остаточном ресурсе, система готова к дальнейшему функционированию.

Литература

1. Чернавский С.А. «Проектирование деталей машин»/ Сборник книг по ПТМ и ДМ/ (1987 г.) – Москва: «ЭнергоАтомИздат», 1987 г. - С 8-11

2. А.В. Александров, Потапов В.Д., Б.П. Державин «Сопротивление материалов»/(1980 г.) – Москва: «Высшая Школа», 2003 г. – С. 496-501

3. Ширяев А.Н. Вероятность. В 2-х книгах. – М., Изд-во МЦНМО, 2004. Кн.1 – 520 с. Кн2 – 408 с. 3-е изд., перераб. и доп

4. Остаточный ресурс – сайт. – URL:https://cyberleninka.ru/article (дата обращения: 05.04.2024)

УДК 517.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОЛИЧЕСТВА БАЛЛОВ, ПОЛУЧЕННЫХ НА ЦЕНТРАЛИЗОВАННОМ ТЕСТИРОВАНИИ ПО МАТЕМАТИКЕ, ОТ БАЛЛА АТТЕСТАТА

Гонтарев С.А., Левданский А.А.
Научный руководитель – Чепелев Н.И., к. ф.-м. н., доцент

В математической статистике функциональная зависимость между случайными величинами встречается редко. Обычно между случайными величинами возникает статистическая связь, при которой изменение одной из величин ведет к изменению распределения другой. В частности, если изменение одной величины ведет к изменению среднего значения другой величины, то такая статистическая зависимость называется корреляционной.

Так как одной из основных задач математической статистики является определение существования зависимости между случайными величинами и определение уравнения этой зависимости, мы можем использовать данные исследования для определения зависимости количества баллов, полученных на централизованном тестировании по математике, от балла аттестата. Для проведения статистических исследований применим выборочный метод.

Для нахождения данной зависимости рассмотрим двумерную случайную величину (X; Y), выборка из которой объемом n= 40 приведена в таблице (рис.1). За X принимаем средний балл аттестата, а за Y–количество баллов,полученный на ЦТ по математике. Для нахождения зависимости среднего значения одной случайной величины от значений второй случайной величины (корреляционной зависимости) следуемалгоритму.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x_i	88	86	93	89	84	83	85	75	82	87	80	69	93	92	92	82	86	91	93	75
y_i	57	56	65	64	50	56	51	50	58	51	54	57	68	53	54	60	56	45	69	34
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
x_i	86	77	82	84	72	83	82	93	88	83	86	86	87	83	86	96	91	76	84	93
y_i	57	39	48	48	51	76	56	51	58	74	43	40	67	50	43	77	53	51	60	58

Рис.1. Выборка из двумерной случайной величины

По данным выборки вычисляем выборочные средние случайных величин $\boldsymbol{\overline{x}_B, \overline{y}_B}$, выборочные средние квадратические отклонения случайных величин $\boldsymbol{\sigma_x, \sigma_y}$и среднее значение произведения случайных величин $\boldsymbol{\overline{XY}}$. Подставив значения из выборки, получим:

$\boldsymbol{\overline{x}_B} = 85{,}075$, $\boldsymbol{\overline{y}_B} = 55{,}2$;

$\boldsymbol{\overline{x^2}} = 7275{,}475$, $\boldsymbol{\overline{y^2}} = 3138{,}05$, $\boldsymbol{D_x} = 37{,}7194$, $\boldsymbol{D}_{\text{у}} = 91{,}01$;

$\boldsymbol{\sigma_x} = 6{,}14$, $\boldsymbol{\sigma_y} = 9{,}54$; $\boldsymbol{\overline{XY}} = 4717{,}3$.

Вычисляем выборочный коэффициент корреляции: $\boldsymbol{r_B = \frac{\overline{XY} - \overline{x}_B \overline{y}_B}{\sigma_x \sigma_y} = 0{,}36.}$

Если выборочный коэффициент корреляции равен 0, то случайные величины независимы, если же $r_B \neq 0$, то случайные величины коррелированы.Так как r_B вычислен по данным выборки, которая имеет конечное число вариант, и если $r_B \neq 0$, то коэффициент корреляции исходной совокупности r может быть равен 0. Поэтому проверяем гипотезу о равенстве нулю коэффициента корреляции исходной совокупности. Для этого вычисляем статистику$\boldsymbol{T}_{\text{набл}} = \boldsymbol{\frac{r_B\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_B^2}} = 2{,}38.}$

По таблице критических точек распределения Стьюдента по уровню значимости α = 0,05 и числе степеней свободы $\nu = n - 2$= 38 находим $\boldsymbol{t}_{\text{кр}} = \boldsymbol{t\left(\frac{\alpha}{2}; \nu\right) = t(0{,}025; 38) = 2{,}021.}$

Если $|T_{\text{набл}}| < t_{\text{кр}}$, то нет оснований отвергать гипотезу, т.е. коэффициент корреляции исследуемой совокупности$r = 0$, если $|T_{\text{набл}}| > t_{\text{кр}}$, то выдвинутую гипотезу отвергают, т.е. $r \neq 0$. В нашем примере получилось, что$|T_{\text{набл}}| > t_{\text{кр}}$, из чего следует, что случайные величины коррелированы.

Определимвид зависимость среднего значения одной случайной величины от значений второй случайной величины. Для этого расположим точки с координатами $(x_i; y_i)$на корреляционном поле (рис. 2).

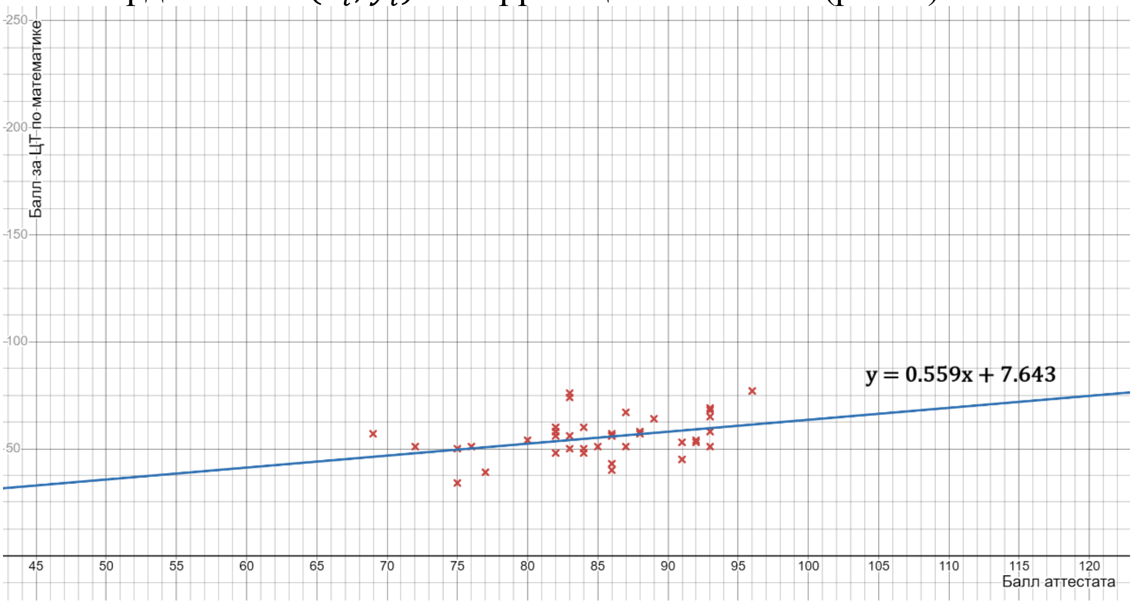

Рис. 2. Корреляционное поле

Так как точки группируются около прямой линии, то можно предположить, что между случайными величинами существует линейная зависимость.

Определяем зависимость с помощью уравнения линейной регрессии, которое имеет вид:

$$\boldsymbol{\bar{y}_x - \bar{y}_B = r_B \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \bar{x}_B)}$$

Подставив вычисленные данные, получим:

$$\boldsymbol{\bar{y}_x = 0,559x + 7,643}$$

Прямая регрессии изображена на (рис. 2).

Из выше сказанного можно сделать следующие выводы:

– между случайными величинами существует линейная зависимость;
– уравнение зависимости имеет вид: $\boldsymbol{\bar{y}_x = 0,559x + 7,643}$**;**
– полученное уравнение можно использовать для прогнозирования количества баллов, полученных на централизованном тестировании по математике, от балла аттестата.